



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>

PHYSICS LIBRARY



IL NUOVO CIMENTO

ANNO XLVII

**IL
NUOVO CIMENTO**

PERIODICO

FONDATA DA

C. MATTEUCCI e R. PIRIA

CONTINUATO DA

R. FELICI

A. BATTELLI

V. VOLTERRA

ORGANO

DELLA

SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA



PISA

**DALLA TIPOGRAFIA PIERACCINI
1901**

QC1
N4
Ser. 5
V. 1

PHYSICS
LIBRARY



SULLA LEGGE DI BOYLE A PRESSIONI MOLTO BASSE.

Ricerche di A. BATTELLI.

Parte I.

1. È ben noto che nessun gas segue esattamente la legge di Boyle entro limiti molto estesi di pressione, e sono comunemente conosciuti gli studi di Recknagel, di van der Waals, di Clausius ecc., per render ragione delle divergenze che i gas presentano da quella legge. Partendo dai principî della teoria cinetica, e tenendo conto della viscosità dei gas e del volume occupato dalle molecole, sono state infatti proposte delle formole che meglio di quella semplice $p v = \text{cost.}$ rendan conto dei risultati sperimentali. Cotali formole però, del tipo

$$(p + a) (v - b) = \text{cost.},$$

in alcune delle quali a e b sono ritenute costanti, e in altre dipendenti dal volume e dalla temperatura, sono state stabilite per dar ragione delle anomalie che si presentano ad alte pressioni.

Ma dalla stessa teoria cinetica non si ha alcun indizio — secondo le ipotesi fatte sinora — che la legge di Boyle possa subire deviazioni a pressioni molto basse e a temperatura ordinaria per i gas cosiddetti permanenti; per modo che se tali deviazioni si riscontrassero nel fatto, esse dovrebbero

attribuirsi a proprietà della materia diverse da quelle contemplate nella teoria cinetica.

Ora, esistono ricerche, dovute a valenti sperimentatori, dalle quali risulterebbe la legge di Boyle non esatta neppure a basse pressioni; mentre però altre ricerche di sperimentatori altrettanto valenti portano a concludere per la validità della legge stessa dentro i limiti degli errori d'osservazione.

Varie cause possono aver dato origine a queste discordanze, sia dipendenti dai metodi e dagli apparecchi adoperati, sia dalla purezza o piuttosto dalla secchezza dei gas studiati; come può esservi stato non estraneo lo strato gassoso superficiale condensato sulle pareti del vaso sperimentale.

Uno studio quindi, che possa ripromettersi la soluzione sicura del problema, bisogna che sia preceduto da un'analisi accurata dei lavori precedenti, sottoponendo a riprova le disposizioni e i modi d'operare che possono destare dei dubbi, per arrivare infine a un metodo che sia al coperto possibilmente da ogni obiezione.

È ciò ch'io ho cercato di fare in queste ricerche, con le quali — sia per l'ottimo funzionamento degli apparati messi in opera, sia per le lunghe e minute cure usate, — ho fiducia d'aver raggiunto lo scopo prefissomi.

Una breve rivista critica delle ricerche anteriori alle mie, mostrerà meglio le condizioni del problema.

Rivista critica.

2. Dei metodi seguiti per determinare la legge della compressibilità dei gas, alcuni sono diretti, altri indiretti. I primi consistono essenzialmente o nel misurare le pressioni che una massa via via minore di gas assume successivamente in due volumi noti e costanti, o nell'osservare come varia la pressione di una massa costante di gas quando il suo volume si fa variare in un modo conosciuto. Coi metodi indiretti si deduce la legge della compressibilità da quella della dilatazione per l'aumento di temperatura.

Le prime esperienze fatte allo scopo di verificare la legge di Boyle al di sotto di 1 atm. furon quelle di Regnault ¹⁾, il quale, da tre misure compiute fra 760 e 300 mm. di Hg, dedusse bensì che l'aria non seguiva quella legge, ma le divergenze da lui trovate furon così piccole, che le ritenne dovute ad errori di osservazione.

3. Fu nel 1874, che il Siljeström ²⁾ intraprese una serie assai estesa di misure per verificare la legge di Boyle a basse pressioni, con un metodo che sembra copiato da quello che Amagat aveva seguito per pressioni assai maggiori di un'atmosfera e il cui principio era stato già indicato da Regnault.

Con questo metodo, che si può indicare come metodo della *diminuzione successiva della massa*, si procede nel modo seguente. Si misura da prima la pressione P che una data massa di gas esercita quando è contenuta in due recipienti fra loro comunicanti, uno di volume V e l'altro di volume V' . Chiusa la comunicazione fra i due recipienti, si toglie — con una pompa — del gas dal recipiente V' , fino a ridurvi la pressione ad un valore P' molto minore di P , e dopo aver riaperto la comunicazione, si misura la pressione P'' che il gas esercita nel volume $V + V'$. Se la legge di Mariotte è vera si deve avere

$$P V = \left(P' - \frac{P' V'}{V + V'} \right) (V + V'),$$

dalla quale si ottiene:

$$\frac{V + V'}{V} = \frac{P - P'}{P'' - P'}.$$

Si ricomincia l'esperienza prendendo per pressione iniziale la pressione P'' sopra indicata e così si procede successivamente. Se la legge di Boyle è vera, il rapporto

$$\alpha = \frac{P - P'}{P'' - P'}$$

dedotto da ogni serie di misure, deve restar costante.

1) Mém. de l'Inst. de France, 21, pag. 139, 1847.

2) Pogg. Ann., 151, p. 451, 1874.

Con questo metodo che presenta i notevoli vantaggi di non richiedere nè misure di volumi, nè correzioni apprezzabili per le depressioni capillari, il Siljeström studiò il comportamento dell'aria, dell'idrogeno, dell'ossigeno e dell'anidride carbonica, per pressioni fra 1 atm. e 7 mm. per il primo, e fra 1 atm. e 18 mm. per gli altri gas. Egli trovò che il rapporto α sopra indicato, invece di esser costante, decresce continuamente, e che quindi i gas tenderebbero ad uno stato limite nel quale la densità si annullerebbe ad una pressione finita.

Ma la disposizione sperimentale e il modo di eseguire le misure che adottò il Siljeström sono soggetti a gravi obiezioni, tantochè il risultato apparisce poco attendibile.

Infatti nell'apparecchio di Siljeström, mentre i due recipienti V e V' erano tenuti alla temperatura di 0° circondandoli di ghiaccio fondente, la massima parte del tubo di comunicazione fra V e V' e il tubo che andava al manometro contenevano il gas esposto alle variazioni della temperatura dell'ambiente. La misura poi delle pressioni era fatta, sia al manometro ad aria libera, che al barometro, con mezzi insufficienti, che permettevano appena di apprezzare i decimi di millimetro; talchè sono affatto illusorie le cifre decimali al di là della prima, che il Siljeström deve aver dedotte da correzioni apportate per la divisione della scala, per le variazioni della temperatura ecc. Inoltre, mentre il metodo seguito richiede la costanza assoluta dei volumi V e V' , è chiaro che al variare della pressione cambiano non solo quei volumi, ma ancora il volume di quella parte del manometro che comunica con essi e che non è riempita dal mercurio. Altro difetto sostanziale del procedimento seguito da Siljeström consiste nella cumolazione degli errori, che si ha da una serie all'altra di esperienze; perchè pei cambiamenti inevitabili di temperatura che intervengono fra un'esperienza e l'altra, la massa del gas contenuta nel volume totale $V + V'$, non si riduce sempre nel medesimo rapporto ad ogni rarefazione successiva, e l'errore che sia stato commesso nel valutare la pressione alla fine di un'esperienza, esercita la sua influenza anche sull'esperienza seguente.

Ora le divergenze trovate da Siljeström nei valori del rapporto $\frac{P - P'}{P' - P}$ sono tutte inferiori a 0,007, e l'errore probabile che il Siljeström ammette nelle sue misure, per la pressione più bassa di 7 mm., giunge a 0,005. È quindi evidente che una sola delle cause d'errore del modo di sperimentare seguito da Siljeström basterebbe a render conto di divergenze anche maggiori.

Pur tuttavia il metodo di Siljeström, quando fosse condotto con ogni accuratezza, potrebbe dare risultati assai più attendibili.

4. È ciò che tentò di fare van der Ven ¹⁾, con una disposizione che è fondata sul medesimo principio di quella di Siljeström. Egli fece in modo che tutte le parti occupate dal gas fossero alla temperatura del ghiaccio fondente, e condusse le esperienze in maniera da renderle fra loro indipendenti. Così gli errori, da cui era inevitabilmente affetta ciascuna di esse, non influenzavano le successive. Nell'apparecchio di van der Ven si trova anche eliminata la difficoltà notevole che s'incontrava nel procedimento di Siljeström per misurare la pressione con un manometro ad aria libera, che richiedeva anche la lettura dell'altezza barometrica; poiché van der Ven fece uso di un manometro differenziale, tenuto ad una temperatura vicinissima a quella del ghiaccio fondente. Le colonne di mercurio erano misurate con un catetometro.

L'andamento delle esperienze era il seguente: Dopo aver riempito del gas ben secco e puro i due recipienti V e V', se ne misurava la pressione P; indi si riduceva la pressione nel recipiente V' a un valore assai basso P', e si terminava con la misura della pressione P'' che il gas assumeva dopo che era ristabilita la comunicazione fra i due recipienti.

Finita questa esperienza, che costituiva la prima di una serie, si faceva rientrare del gas nei due recipienti V e V' fino a ricondurvi una pressione il più possibile vicina a P; si riduceva in V' la pressione al valore P' (o a un valore molto

1) Arch. du Musée de Teyler, sér. 2, vol. 3, pag. 349, 1890.

prossimo) e si determinava la pressione che risultava dopo aver ristabilita la comunicazione fra i due recipienti.

Ciò si faceva più volte di seguito, e i risultati così ottenuti costituivano una serie di valori relativi alla pressione iniziale P e a quella finale P' .

Lo stesso procedimento era tenuto partendo da altre pressioni iniziali, e l'insieme dei valori trovati serviva a riconoscere se il gas seguiva o no la legge di Boyle fra que' limiti di pressione.

Dalla estesissima serie delle misure eseguite, il van der Ven dedusse da principio che se si raddoppia il volume di una quantità limitata d'aria, la cui pressione sia minore di $\frac{1}{3}$ di quella atmosferica, tale aria si comporta come se la sua elasticità andasse diminuendo.

Anche in questo metodo si presentano peraltro diverse cause d'errore, quali ad es. la mancanza del vuoto assoluto nella camera barometrica del manometro differenziale, la depressione capillare, lo spostamento dello zero del manometro, le variazioni della temperatura da una serie all'altra di esperienze.

Lo stesso van der Ven nota alcuna di queste cause d'errore, le quali però non potrebbero, secondo i suoi calcoli, spiegare le divergenze osservate; è indubitato invece che l'errore dovuto alla depressione capillare, errore del quale van der Ven non ha tenuto alcun conto, può essere di per sè stesso tale da falsare i risultati delle misure.

Ripetendo in seguito quelle esperienze con recipienti di capacità diversa, egli trovò che più son grandi le dimensioni del recipiente V' in confronto di V , e più è grande la diminuzione del prodotto $p v$ al crescere della rarefazione. Van der Ven fu indotto a escludere che la cagione di ciò potesse risiedere nella condensazione dell'aria sulle pareti dei recipienti; e fu portato a constatare invece che la diminuzione di volume, dovuta all'eccesso di pressione che si aveva sulle pareti esterne — diminuzione che era assai sensibile nonostante che i recipienti fossero di ferro e avessero lo spessore di 6 mm., — bastava a render conto delle variazioni osservate nel prodotto $p v$. Da tutte le sue ricerche egli conclude per-

ciò che fino alla pressione di 0,04 atm. l'aria — almeno nei limiti degli errori probabili delle sue esperienze — segue la legge di Boyle.

Una conclusione del tutto sicura non sembra tuttavia che si possa dedurre nemmeno da queste esperienze; perchè oltre tutte le cause d'errore sopra accennate, vi è sempre l'incertezza che nelle misure della pressione porta l'uso del manometro differenziale.

5. Quasi contemporaneamente a quelle di Siljeström, venivano eseguite esperienze con metodo diverso da Mendeleef, sia da solo ¹⁾ che in collaborazione con Kirpitschoff ²⁾ e con Hemilian ³⁾. L'apparecchio usato consisteva in un recipiente ovoidale di vetro, della capacità di circa litri 3,5, che inferiormente portava un tubo lungo 1 metro, provvisto di robinetto, e superiormente comunicava con due tubi capillari ripiegati in basso e assai lunghi, uno dei quali serviva per l'introduzione del gas, e l'altro comunicava col manometro. Si determinava da prima il volume del recipiente ovoidale, pesando il mercurio che esso conteneva; poscia si introduceva il gas in studio nel medesimo recipiente parzialmente ripieno di mercurio, e si faceva poi crescere successivamente il volume del gas, togliendo del mercurio che era ogni volta pesato, e si misurava contemporaneamente la pressione; si otteneva così una serie di valori che permetteva di riscontrare se il prodotto $p v$ restava o no costante al variare della pressione.

Mendeleef afferma di aver determinato con la massima esattezza la pressione e la temperatura; pressione che egli valutava a meno di $\frac{1}{1000}$ del suo valore, mentre la temperatura era valutata con un termometro differenziale ad aria a meno di $\frac{1}{1000}$ di grado.

Quantunque la misura dell'altezza che il mercurio aveva nel manometro fosse fatta disponendo a lato della colonna di mercurio un metro campione, e la lettura fosse eseguita con un micrometro oculare che permetteva di apprezzare il mille-

1) C. R., 82, p. 412, 1876.

2) Ann. de Chim. et de Phys. (5), 2, p. 427, 1874.

3) Ann. de Chim. et de Phys. (5), 9, p. 111, 1876.

simo di mm., è impossibile ritenere che fosse raggiunta effettivamente l'esattezza indicata da Mendeleef; perchè la diffrazione e la capillarità portano, in tali misure della pressione errori assai maggiori di $\frac{1}{1000}$. Del resto anche per ciò che riguarda la misura della temperatura, si può osservare che se pure il termometro permetteva di apprezzare $\frac{1}{1000}$ di grado, era ben difficile che la differenza fra la temperatura del termometro e quella media della massa gassosa non superasse tal valore; onde anche quella esattezza era affatto illusoria.

Le variazioni osservate da Mendeleef nei valori di $p v$ al crescere della rarefazione, e che sarebbero in direzione opposta a quelle che furono indicate da Siljeström, non si possono quindi ritenere stabilite in modo sicuro; tanto più che ogni causa di errore sensibilmente costante nella valutazione delle pressioni, agendo su pressioni sempre più piccole, dava conseguentemente errori relativi sempre più grandi e quindi l'illusione di un aumento di $p v$.

Ciò può risultare per es. sia da un leggero difetto nel vuoto barometrico, anche se dovuto a vapore di mercurio che avrebbe per effetto di diminuire il valore reale della pressione, come da un errore di $\frac{1}{100}$ di mm. nella valutazione di tale pressione: errori questi che bastano a spiegare le divergenze trovate da Mendeleef.

6. Con metodo simile al precedente, ma con apparecchi migliori, furono eseguite accuratissime ricerche anche da Amagat ¹⁾,

Egli adoperò un recipiente formato da due palloni di vetro B, B', riuniti fra loro e con un barometro differenziale, i quali inferiormente comunicavano con un lungo tubo A immerso in un pozzetto profondo che poteva alzarsi od abbassarsi. I due recipienti erano inoltre in relazione con una pompa Sprengel. Eccettuato un sottile tubo di rame, che faceva comunicare i recipienti B, B' con la pompa e col barometro differenziale, tutte le parti occupate dal gas erano immerse in larghi bagni d'acqua muniti di agitatori.

1) Ann. de Chim. et de Phys. (5), 8, p. 270, 1876; e (5), 28, p. 480, 1883.

Il volume dei recipienti, del tubo di rame e della camera a gas del barometro differenziale erano stati accuratamente determinati.

L'esperienza consisteva nell'introdurre il gas nell'apparecchio e nel portarlo con la pompa alla pressione voluta. Separata la pompa dall'apparecchio, si spostava il pozzetto profondo fino a che il mercurio non arrivasse a un segno *m* fatto sul tubo A: il gas occupava allora il volume dei due recipienti B, B', del tubo di rame e della camera a gas del manometro. Dopo aver letta la pressione, si sollevava il pozzetto fino a che il mercurio non riempisse il recipiente B, e si regolava la vaschetta del barometro differenziale in modo che nella camera a gas del barometro stesso il livello del mercurio ritornasse quello di prima. Leggendo la nuova pressione, si avevano tutti i dati pel calcolo del rapporto $\frac{PV}{P'V'}$.

L'Amagat indica accuratamente le precauzioni prese per eseguire la lettura della pressione in modo da eliminare gli errori della rifrazione e della capillarità, e insiste nel far notare che questi errori sono fra tutti i più temibili. Tenendo conto di tutte le correzioni, l'Amagat trovò che fino a pressioni di circa 2 mm. di Hg il rapporto $\frac{PV}{P'V'}$ aveva valori di pochissimo diversi dall'unità, e ora maggiori, ora minori, per l'aria e per la CO₂; per l'idrogeno li trovò tutti minori dell'unità; ma per tutti e tre i gas le differenze fra $\frac{PV}{P'V'}$ e l'unità erano così piccole, che egli le ritenne unicamente derivanti dagli errori inevitabili di osservazione.

Questa conclusione dell'Amagat dimostra sempre più quanto sia necessario, in ricerche così delicate, di eseguire le misure della pressione con ogni sicurezza fino a piccolissime frazioni di millimetro; ciò che non può ottenersi usando dei manometri differenziali a mercurio, sia pure che nelle determinazioni si apporti tutto lo scrupolo che vi apportò l'Amagat.

7. A risultati diversi giunse invece il Fuchs ¹⁾, il quale misurava le pressioni che una massa costante di gas assumeva a tre diversi volumi noti.

L'apparecchio adoperato consisteva in un palloncino A di vetro, che mediante un tubo orizzontale posto alla estremità, era riunito con altri due palloncini più piccoli B e C. Il palloncino A comunicava con un tubo verticale di vetro e con un pozzetto di mercurio ad esso riunito mediante un tubo di gomma. In modo analogo i due palloncini B e C comunicavano con un altro pozzetto. Disponendo convenientemente i due pozzetti si poteva far occupare al gas o tutti e tre i palloncini, o due, od uno solo, e si poteva misurare la pressione cui via via il gas era sottoposto. Tutto l'apparecchio era collocato in un grande recipiente d'acqua per mantenere più che era possibile uniforme la temperatura.

Dalle sue misure egli concluse che alla temperatura ordinaria la legge di Boyle non definisce in generale uno stato limite, cui i gas si avvicinino al crescere della rarefazione, ma invece rappresenta soltanto un passaggio da divergenze positive a divergenze negative.

Per l'aria, tal passaggio avverrebbe — alla temperatura di 0° — ad una pressione di circa 500 mm. di Hg; má per la CO₂ e per l'H₂S lo stesso passaggio dovrebbe verificarsi a pressioni molto più basse, poichè non si presentò per quelle che furono adoperate dal Fuchs. Per l'idrogeno le divergenze furono trovate così piccole, che il Fuchs concluse potersi considerare un tal gas, con grandissima approssimazione, come un gas perfetto.

Certo le esperienze del Fuchs sembrano molto accurate, e ad esse furono apportate le correzioni rese necessarie dal metodo usato; ma se osserviamo il quadro che riassume i di lui risultati, vediamo che i valori del prodotto pv , per pressioni comprese fra 1000 e 250 mm. di Hg, variano per l'aria meno di 12 su 10000 e per la CO₂ variano sempre meno di 6‰. Da tali risultati si deducono pel rapporto $\frac{pv}{p'v'}$ valori che variano da 1,00008 a 1,001 per l'aria, e da 1,001 a 1,006 per la CO₂.

1) Wied. Ann., 35, p. 430, 1888.

Ora è da notare che anche l'Amagat, dalle esperienze accuratissime sopra accennate, aveva trovato che per l'aria il rapporto $\frac{pv}{p'v'}$ variava fra 0,9997 e 1,0027, e non di meno concluse giustamente che tali divergenze erano imputabili ad errori d'osservazione, non ostante che egli misurasse la pressione con tutto il maggiore scrupolo possibile che gli permetteva un'esattezza di $\frac{1}{100}$ di mm. Tanto più si deve quindi dubitare che le divergenze osservate da Fuchs possan derivare dagli errori sperimentali, se si pensa che egli, misurando la pressione, non poteva contare su una precisione maggiore di $\frac{1}{50}$ di millimetro. Per questa ragione si possono ritenere dovute ad errori sperimentali anche le divergenze maggiori trovate dal Fuchs per la CO_2 .

Invece per l'idrogeno solforato il Fuchs trovò che $\frac{pv}{p'v'}$ varia da 1,003 a 1,0251, e queste differenze, discretamente grandi, possono far supporre che effettivamente tal gas non segua la legge di Boyle fra le pressioni di 1000 e 250 mm. adoperate dal Fuchs.

8. Mentre le ricerche sopra riferite tendono a far ritenere nel loro insieme che la legge di Boyle sia seguita anche a pressioni di pochi millimetri di mercurio dall'aria, dalla CO_2 e dall'idrogeno, altre ricerche fecero conoscere che l'ossigeno a pressioni minori di 1 mm. non solo si allontana da tal legge, ma ad una pressione di circa 0,7 mm. presenta una discontinuità nella curva che rappresenta l'andamento dei valori di $p v$ al variare della pressione,

Voglio alludere alle esperienze del Bohr, ¹⁾ le quali furono eseguite con un apparecchio costituito da due campane graduate, rovesciate sopra due vaschette di mercurio comunicanti fra loro. In una campanella era contenuto l'ossigeno, l'altra serviva da barometro. Facendo variare l'altezza del mercurio nelle vaschette, si obbligava l'ossigeno ad assumere volumi diversi, e la differenza di livello che il mercurio presentava ogni volta

1) Wied. Ann., 27, p. 459, 1886.

nelle due campanelle, faceva conoscere la pressione corrispondente. Il volume occupato dall'ossigeno si leggeva su una scala tracciata sulla campanella, della quale era stato trovato il volume pesando il mercurio che conteneva. Il Bohr avverte che tal volume non cambiava in modo apprezzabile per le variazioni della pressione interna.

Le misure eseguite, che sembrano accuratissime, essendosi il Bohr premunito contro le possibili cause d'errore, portano a concludere che per pressioni maggiori di 0,70 mm. la compressibilità dell'ossigeno si può rappresentare con l'equazione

$$(p + 0,109) v = K,$$

e per quelle minori di 0,70 mm. dall'altra

$$(p + 0,070) v = K'.$$

L'anomalia che si presenta alla pressione di 0,7 mm., e che accennerebbe ad un cambiamento nell'aggregazione molecolare dell'ossigeno, consiste in ciò, che quando è raggiunta quella pressione, ad un aumento di volume non corrisponde alcuna diminuzione di pressione finchè il volume non sia cresciuto al di là di un certo valore; se invece da una pressione minore di 0,7 mm., e col diminuire del volume, si passa ad una pressione maggiore, ad es. di 0,8 mm., tal pressione non resta costante, ma in un tempo che varia da 3 a 5 ore scende ad un valore che è del 10 % circa minore di quello iniziale.

Per quanto le esperienze del Bohr siano molto accurate pure è da notarsi come egli usò due tubi molto larghi, uno come barometro e l'altro per contenere il gas rarefatto, e per quanto sia molto ingegnoso il metodo da lui adottato nel fare le letture, pure non sono esenti dall'errore dovuto alla depressione capillare.

Questo errore porta una diminuzione nel valore di $p v$, ma in ogni modo l'anomalia osservata non si può attribuire agli errori sperimentali, perchè fu riscontrata anche da Baly e Ramsay nelle esperienze che citeremo in seguito, e fu ritrovata pure dal Campetti ¹⁾, il quale con metodo alquanto

1) Atti R. Acc. di Torino, 31, p. 52; 1895.

diverso, (confrontando cioè il comportamento dell' idrogeno con quello dell' ossigeno), ripetè le esperienze del Bohr giungendo a risultati analoghi. Sembra quindi dovuta siffatta anomalia, come sopra si è detto, ad un cambiamento che si produce nella costituzione dell' ossigeno.

9. Contro la validità della legge di Boyle a pressioni assai basse stanno pure i risultati di alcune esperienze di Krajewitsch ¹⁾. Questi determinando una differenza di pressione fra due strati di una colonna d' aria, la cui distanza verticale era circa 27 m., trovò che dapprincipio tal differenza spariva presto; ma per una tensione di alcuni decimi di millimetro l' equilibrio si stabiliva soltanto dopo circa un' ora. e quando la rarefazione era estrema, una differenza di 0^m,002 a 0^m,006 nel manometro persisteva per più giorni. La medesima differenza fra due strati distanti ugualmente, ma presi in un tubo orizzontale, si equilibrava dopo 24 ore soltanto. Il Kraiewitsch conclude da ciò che l' elasticità dell' aria decresce più rapidamente della massa gasosa che resta nel volume primitivo dell' apparecchio, e che quindi l' aria per piccole pressioni non segue la legge di Mariotte.

La pressione cui giunse così il Krajewitsch è minore di quella raggiunta dagli altri sperimentatori sopra ricordati, e forse non si può estendere ai di lui risultati la conclusione che si deduce dalle ricerche accuratissime dell' Amagat. Non sembra tuttavia che il risultato di Krajewitsch possa accettarsi senz' altra prova più diretta, pensando all' impossibilità d' impedire le differenze di temperatura fra i vari strati d' aria contenuta nel lunghissimo tubo adoperato in quelle esperienze.

Tali differenze, certamente inevitabili, dovevano essere più grandi nel tubo verticale che nell' orizzontale.

10. Per isfuggire alla difficoltà grande che presentano le misure di pressione, specialmente al crescere della rarefazione, furono escogitati altri metodi che potessero servire a studiare indirettamente la legge di Boyle a pressioni molto basse, e si

1) Journ. russ. chem. phys., 14, p. 395, 1882 (ved. anche Journ. de Phys. (2), 2, p. 582, 1883).

ricorse per questo alla misura della dilatazione termica. Perchè, se il coefficiente di dilatazione del gas varia con la temperatura, è ovvio che deve variare con la pressione il prodotto $p v$, cioè la legge di Boyle non deve esser verificata.

Lo studio della dilatazione termica dei gas a pressioni minori di 1 atmosfera, che era stato eseguito soltanto da Regnault fino a 109 mm., fu ripreso da Melander ¹⁾ per l'aria, l'anidride carbonica e l'idrogeno. Egli eliminò l'errore che nel metodo di Regnault poteva provenire dalla correzione che si doveva apportare ai risultati, pel fatto che una porzione di gas restava nel manometro alla temperatura dell'ambiente. Per ottenere ciò, egli fece in modo che il gas, dilatandosi, entrasse in un recipiente mantenuto alla stessa temperatura di quello in cui si racchiudeva inizialmente. Altro vantaggio del metodo scelto da Melander era di ottenere a 100° esattamente la stessa pressione che a 0°, poichè tal pressione era equilibrata da quella di una massa gassosa di cui si manteneva invariabile il volume e la temperatura.

Dalle misure eseguite, il Melander concluse che il coefficiente di dilatazione dell'aria dal valore 0,00366 che ha a 752 mm., diminuisce fino a 0,0036594 a 232 mm., poi cresce se la pressione continua a diminuire e raggiunge il valore 0,0037627 a 6,6 mm. Anche per la CO₂ il coefficiente di dilatazione passa per un minimo, a 76,2 mm.; per l'idrogeno invece non si ha alcuna inversione, ma il coefficiente aumenta sempre da 0,0036504 per 764,5 mm. fino a 0,0037002 per 9,3 mm. Questi risultati portano a ritenere che, contrariamente a quanto avevano concluso Siljeström e Mendeleef, il prodotto $p v$ debba diminuire, per l'aria e per la CO₂, al diminuire della pressione.

Non si è peraltro sicuri che i gas adoperati dal Melander fossero assolutamente puri e secchi; ed è ben noto che una piccola porzione di CO₂, o di vapor acqueo, che al diminuire della pressione venga ceduta dalle pareti del recipiente, può alterare notevolmente i risultati. Inoltre si presentano altri dubbi, a proposito di queste esperienze, pensando alle varia-

1) Wied. Ann., 47, p. 136, 1892.

zioni di volume che potevano subire i recipienti adoperati quando variava l'eccesso di pressione dall'esterno all'interno.

11. Le esperienze più recenti per verificare la legge di Boyle a pressioni molto basse col metodo indiretto della dilatazione termica, son quelle di Baly e Ramsay ²⁾, i quali raggiunsero pressioni assai più basse di quelle cui eran giunti gli altri sperimentatori.

Il metodo di Baly e Ramsay consisteva nell'introdurre il gas rarefatto in due provette di Mac Leod fra loro comunicanti, nel riscaldare una di esse fino ad una temperatura elevata e conosciuta, e nel chiuderle poi entrambe. Dopo il raffreddamento si leggeva la pressione in ambedue, ed i valori dei volumi e delle pressioni, che si determinavano in tutte queste operazioni, fornivano i dati per trovare il coefficiente di dilatazione del gas.

Baly e Ramsay rivolsero la massima attenzione alla preparazione del gas, la cui purezza era riconosciuta mediante lo spettro luminoso ottenuto con la scarica elettrica in un tubo di Geissler unito all'apparecchio; purezza che veniva controllata durante tutta l'esperienza.

I volumi del gas nelle due provette erano sempre ricondotti alle medesime divisioni; onde non v'è a temere errori derivanti dalla misura del volume, e tutta l'accuratezza dell'esperienza dipendeva dalla misura della pressione. Baly e Ramsay la determinavano a meno di 0,1 mm.

I risultati che essi ottennero sono i seguenti:

Il coefficiente di dilatazione dell'idrogeno è normale $\left(\frac{1}{273,5}\right)$ fino alla pressione di 0,1 mm.; poi diminuisce al diminuire della pressione, fino a divenire $\frac{1}{300,5}$ alla pressione di 0,077 mm.

Il coefficiente di dilatazione dell'ossigeno è minore del normale, essendo $\frac{1}{262}$ circa, fino a 4 mm.; cresce fino a $\frac{1}{233}$

2) Phil. Mag., (5), 38, p. 301, 1894.

alla pressione di mm. 1,4; a 0,7 mm. è irregolare; ma a pressioni minori diviene più costante, pur mostrando sempre la tendenza a crescere col diminuire della pressione.

L'azoto ha un coefficiente minore del normale, cioè $\frac{1}{300}$, a pressioni fra 5 e 1 mm.; a pressioni minori esso diminuisce come per l'idrogeno.

Il contegno della CO_2 sembra simile a quello dell'O e dell'Az; ma a motivo della grande tendenza che la CO_2 ha di condensarsi sulle pareti di vetro, non fu possibile avere risultati meritevoli di fiducia per quel gas a basse pressioni.

Questi risultati di Baly e Ramsay confermano adunque quelli di Siljeström e di Mendeleef; e ciò è di grande importanza, perchè sembra che tali misure, fatte con metodo indiretto e condotte con speciale accuratezza, infirmino i risultati ottenuti con accuratezza certo non inferiore dall'Amagat.

Ma le ricerche di Baly e Ramsay sono ancora molto notevoli per lo studio che contengono sul comportamento delle provette di MacLeod; e certe particolarità che risultarono da tale studio, potrebbero anche render conto delle divergenze fra i risultati sopra detti di Baly e Ramsay e quelli di Amagat.

Rinchiudendo dell'aria in una delle provette, e misurando la pressione che corrispondeva a volumi via via diversi, fu trovato da Baly e Ramsay che il prodotto $p v$ variava da 100 a 9,427; mentre se la provetta avesse dato indicazioni esatte il prodotto $p v$ avrebbe dovuto restar costante. La notevole diminuzione di $p v$ sopra indicata può dipendere peraltro non solo dal fatto che la legge di Boyle non è applicabile, ma anche dalla condensazione del gas sul vetro, che sarà tanto maggiore quanto più la pressione nella provetta diventa maggiore, ciò che avviene allorchè si fa salire in essa il mercurio per fare la lettura.

Adoperando CO_2 furon eseguite due serie di determinazioni dei valori di $p v$ per le due provette, e rappresentando i risultati graficamente (prendendo $p v$ e p per coordinate) fu trovato che le curve relative alle due serie si tagliavano in un punto, che corrispondeva ad uno stesso volume e ad una stessa pressione per le due provette. Quel punto avrebbe dovuto adun-

que corrispondere ad un' ugual superficie delle pareti interne nelle due provette, mentre ciò non era affatto. Questo significa che superficie uguali di vetro possono assorbire quantità diverse di CO_2 , a seconda della qualità o della porosità del vetro stesso.

Con l' idrogeno invece il prodotto $p v$ si mantenne sensibilmente costante, fra 650 e 2,5 mm. di Hg; ma per pressioni minori la provetta di Mac Leod non permetteva letture sufficientemente accurate e la legge della compressibilità di tal gas al di sotto di 2,5 mm. fu dedotta da esperienze sulla dilatazione termica. Per ricercare però se l' idrogeno si condensa sul vetro, Baly e Ramsay determinavano l' andamento della rarefazione in un recipiente di volume V noto e pieno d' idrogeno, unito al corpo di tromba di una pompa, il cui volume V' era parimenti noto: calcolando la riduzione teorica $\frac{V}{V + V'}$ della pressione ad ogni colpo di stantuffo, essi trovarono che coincideva sempre con quella sperimentale, talchè era esclusa ogni condensazione dell' idrogeno sulle pareti. Per esperienze con questo gas, anche la provetta di Mac Leod può dare dunque risultati esatti.

Per la CO_2 , invece fu trovata una notevole condensazione dipendente dalla pressione; ma sembra che con tal gas si arrivi ad una pressione limite, oltre la quale non sia possibile rarefazione successiva. Questa pressione limite, che sarebbe analoga alla pressione di dissociazione della CO_2 , resulterebbe circa di $\frac{1}{10^6}$ di atm.

Cotale influenza nociva della condensazione sulle pareti del recipiente, o sulla superficie del mercurio, può per alcuni gas divenire così grande, da rendere impossibile ogni misura. Così ad es. il Fuchs non potè, per tal ragione, eseguire le esperienze con l' ossido di carbonio e con l' ammoniaca.

Baly e Ramsay, osservando lo spettro del gas introdotto nelle provette Mac Leod, constatarono poi che nel caso dell' idrogeno, quando la pressione scendeva al di sotto di 10 mm. appariva anche lo spettro della CO_2 e spariva gradatamente quello dell' idrogeno. È chiaro che ciò era dovuto allo svolgi-

mento di CO_2 dalle pareti di vetro, o anche dall'anidride fosforica dei tubi essiccanti.

Quest'osservazione è di notevole importanza, perchè con lo svolgimento della CO_2 dalle pareti di vetro al crescere della rarefazione potrebbe spiegarsi il fatto che in alcune delle esperienze eseguite da altri, il prodotto $p v$ tende a crescere col crescere della rarefazione. Infatti, la CO_2 che si svolgesse aumenterebbe il valore di p e quindi quello di $p v$, tanto più quanto più grande fosse la rarefazione.

Altra causa che potrebbe alterare i risultati nel senso di rendere $p v$ sempre maggiore al crescere della rarefazione, potrebbe consistere nell'elettrizzazione che si producesse nel gas via via più rarefatto.

Le esperienze di Baly e Ramsay confermarono infine in modo evidente l'anomalia scoperta dal Bohr nella compressibilità dell'ossigeno alla pressione di 0,7 mm.; e ciò non solo pel comportamento che ha quel gas nelle provette di Mac Leod, ma anche per l'irregolarità che, come sopra accennammo, fu trovata da Baly e Ramsay nel coefficiente di dilatazione termica dell'ossigeno alla pressione di 0,7 mm.

12. Di tale anomalia dell'ossigeno si hanno anche prove indirette nelle esperienze del Crookes ¹⁾ sul moto dei radiometri. Infatti egli trovò che alla pressione di 0,76 mm. la forza deviatrice dell'ossigeno era 12 volte maggiore di quella dell'azoto e della CO_2 , e che la forza stessa ritornava normale soltanto al di sotto di 0,15 mm.

Ed un'altra conferma dell'anomalia si trova nella discontinuità osservata da Ebert ²⁾ nella curva che rappresenta la lunghezza dello spazio oscuro catodico nell'ossigeno al variare della pressione; discontinuità che si presenta appunto alla pressione di 0,7 mm.

13. Da tutte le cose esposte sembra quindi risultare che all'infuori della discontinuità ora detta nel comportamento del-

1) Phil. Trans. 172, p. 387, 1881.

2) Verh. d. Deuts. Phys. Gesell. Jahrg. 2, p. 99, 1900.

l'ossigeno, niente di sicuro si possa concludere circa il contegno dei gas rispetto alla legge di Boyle a basse pressioni; perchè i risultati così discordanti delle ricerche finora eseguite si possono sempre spiegare con l'influenza delle diverse cause di errore via via indicate a proposito delle singole esperienze che abbiamo sopra riassunto.

Esperienze.

14. Dopo uno studio preliminare sulla grandezza delle varie cause d'errore accennate, e dopo alcune modificazioni agli apparecchi di cui mi sono servito, ho da ultimo adottato la disposizione seguente, che elimina o tien conto degli errori e delle imperfezioni, che erano occorse negli studi antecedenti. Essa consiste schematicamente in due cilindri di vetro o di ferro battuto riuniti fra loro e con uno speciale micromanometro. Un compressore, che comunica inferiormente con uno di questi cilindri, può far arrivare successivamente il mercurio a due segni fissi che si trovano rispettivamente al di sotto e al di sopra del cilindro medesimo: infine tutte le parti insieme possono comunicare con una pompa a rarefazione e con un sistema di tubi essiccanti, attraverso cui si fa passare il gas in esame.

Mentre il mercurio si mantiene costantemente al segno inferiore del cilindro, si fa agire la pompa fino a raggiungere la pressione voluta; letta questa pressione si fa salire il mercurio fino al segno superiore: allora, essendo già valutata la variazione di volume, misurando la variazione della pressione per mezzo del micromanometro, e notando la temperatura dell'apparecchio, ho tutti i dati necessari per il calcolo della determinazione.

15. Poichè presumibilmente una causa che poteva mascherare il comportamento dei gas rispetto alla legge di Boyle era da sospettarsi nell'influenza delle pareti del vaso sperimentale, ho eseguite le mie esperienze con due apparecchi, l'uno di vetro, l'altro di ferro battuto, per investigare se la diversità delle pareti portasse seco una diversità nei risultati.

Il primo apparecchio in ferro battuto consisteva in due cilindri A e B (fig. 1), formati da due blocchi tirati alla fucina

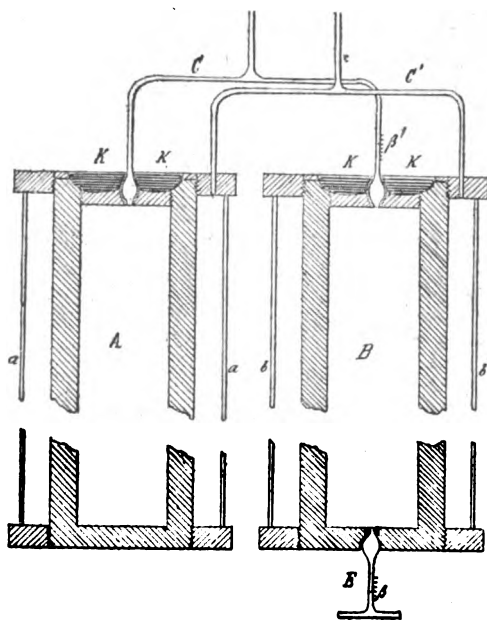


Fig. 1.

e forati al tornio, in modo da averne due recipienti della capacità di circa 600 cm³ ciascuno, e con pareti dello spessore di circa 15 mm.

L'interno dei cilindri fu ripulito con la massima cura, dapprima per prolungato e ripetuto strofinio con piccole sfere d'acciaio le quali empivano quasi completamente i cilindri, mentre questi erano messi in rotazione con velocità conveniente sull'asse di un motore; l'operazione veniva continuata finchè la superficie dei recipienti divenisse speculare. Di poi fu ripetuta l'operazione stessa con mercurio distillato, ed infine fu lavato l'interno dei vasi con alcool assoluto, e vennero asciugati con una corrente di aria calda, secca e privata di pulviscolo.

I cilindri A e B comunicavano superiormente fra loro mediante un tubo C di piccola sezione, che permetteva di met-

terli in comunicazione con le altre parti dell'apparecchio. Il cilindro A inferiormente non era forato, mentre a quello B era innestato un tubetto di vetro E dello stesso diametro di quello che componeva il pezzo C. I due tubi E e C in vicinanza del cilindro B erano divisi in millimetri.

La piccolezza del diametro di questi due tubi ha lo scopo di rendere trascurabile l'errore che si potesse fare nella lettura dell'altezza del mercurio, in riguardo alla valutazione del volume del gas; e le eguaglianze dei tubi C, E ha per altra parte lo scopo di evitare l'errore portato dalla depressione capillare.

I tubi di vetro erano innestati accuratamente a smeriglio alle testate di ferro, su cui per maggiore precauzione erano anche fissati con glumarino: nella base superiore delle due testate inoltre erano praticati due pozzetti (K, K), nei quali veniva versato del mercurio pulitissimo per rendere assolutamente perfetta la tenuta dei vasi sperimentali.

Lo spessore dei cilindri essendo di 15 mm., non pare fosse temibile una variazione del loro volume nel caso di forti rarefazioni nel loro interno; tuttavia per togliere ogni dubbio ho circondato questi due cilindri con due manicotti di vetro (*aa*, *bb*) fissati alle testate dei cilindri medesimi. Questi manicotti erano in comunicazione fra di loro e con una ordinaria pompa a rarefazione mediante il pezzo C', per modo che non si aveva sulle pareti dei vasi di ferro che una pressione trascurabile.

16. Nel secondo apparecchio i cilindri di vetro erano formati in modo perfettamente simile a quelli di ferro. Essi furono ripetutamente lavati con acqua regia, acido solforico concentrato ed infine con acido nitrico e idrato potassico bollenti per più giorni: poi vennero risciacquati con acqua distillata e alcool purissimo ed asciugati con le medesime precauzioni di quelli di ferro. Anche questi cilindri furono circondati con manicotti di vetro posti in comunicazione con una pompa: tale precauzione nel caso presente si rendeva indispensabile.

17. Con questa disposizione e con le precauzioni descritte, sono eliminati gli errori della variazione di volume dei recipienti sperimentali, nonchè gli errori dovuti alla depressione capillare, nel mentre si sono ottenute così le pareti prive di pulviscolo, il quale, come noterò anche in seguito, poteva essere causa di risultati non esatti.

Micromanometro.

18. I cilindri sperimentali erano, come si disse, in comunicazione con un manometro di grandissima sensibilità.

Ho studiato per lungo tempo la disposizione che meglio mi potesse dare indicazioni pronte ed esatte di minime variazioni di pressione.

Dopo aver dovuto scartare i manometri a lamine metalliche per l'incostanza delle loro indicazioni, e dopo avere ideati e costruiti diversi tipi di manometri a liquido, ho trovato meglio corrispondente alle presenti ricerche un micromanometro fondato sul principio di quello di Kretz, perchè meglio di tutti riuniva i pregi che mi occorreivano per esatte misure.

Infatti erano molteplici le condizioni a cui doveva soddisfare questo manometro nelle mie esperienze; esso, cioè, oltre ad essere molto sensibile, doveva essere pronto, mantenere costante la sua sensibilità, avere una tensione di vapore minima nel vuoto.

La forma che ho data al micromanometro è quella indicata nella fig. 2. $MM'NN'$ sono quattro recipienti cilindrici di eguale forma e, per quanto è possibile, di egual capacità; il loro diametro è di 54 mm. e sono alti 20 cm. Il tubo PP' ha un diametro di 2,5 mm. ed è alto 60 cm.; R è un buon rubinetto a tre vie che serve per il riempimento dell'apparecchio; le varie parti dell'apparecchio medesimo sono congiunte a fuoco fra di loro.

I due recipienti M ed N' sono in comunicazione mediante due rubinetti speciali, che descriverò in seguito, con l'apparecchio nel quale avviene la variazione della pressione, e contengono del mercurio che arriva in M' ed N rispettivamente

ad *a* e *b*. Sopra il mercurio in *M'* si trova dell'acqua, la quale occupa tutta la parte superiore del cilindro e il tubo *P* fino

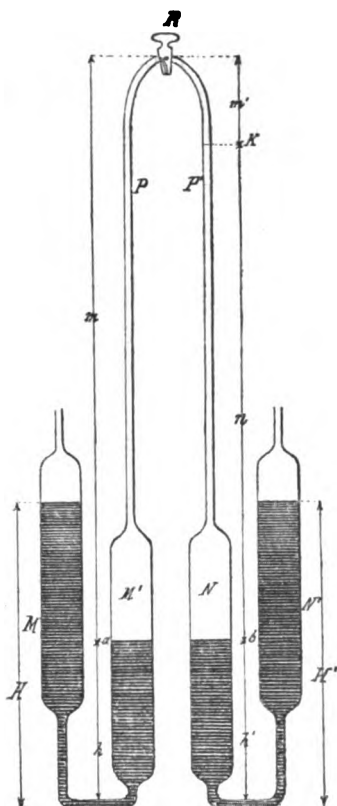


Fig. 2.

a *K*, ed in *N* si trova dell'anilina che occupa tutto il resto del tubo *P'* fino a *K*.

Quando si esercita una pressione sulla superficie del mercurio in *M*, ne segue uno spostamento nel menisco di separazione in *K*, e dalla grandezza di questo spostamento si deduce senz'altro la variazione di pressione avvenuta in *M*.

I liquidi manometrici di cui ho fatto uso sono per l'appunto mercurio, acqua ed anilina; poichè è necessario disporre di due liquidi le cui densità sieno di poco diverse per ottenere

una grande sensibilità nello strumento, e precisamente il peso specifico dell'acqua differisce pochissimo da quello dell'anilina; inoltre questi due liquidi sono punto miscibili e son tali da dare un menisco di separazione ben netto. Però tanto l'acqua come l'anilina possiedono una tensione di vapore troppo grande anche alla temperatura ordinaria, e perciò ho dovuto coprire di mercurio la superficie dell'una e dell'altra.

Il riempimento del micromanometro è una cosa molto complicata e difficile; dapprima si versa del mercurio nei tubi M ed N' in tale misura da occupare circa una metà dei cilindri M', N; dopo, servendosi del rubinetto R, si introduce l'anilina nel ramo P' e l'acqua nel ramo P, e si regola la pressione nei due rami sinchè il menisco di separazione dei due liquidi giunga ad una ragguardevole altezza nel tubo P': allora il micromanometro è pronto a funzionare.

Però dovendo lo strumento agire a pressioni minime, è indispensabile che le due colonne di mercurio corrispondenti ai dislivelli $H - h$, $H' - h'$ siano maggiori di quel che occorra per sostenere le due colonne m , n dell'acqua e dell'anilina; poichè poteva avvenire in taluni casi che sviluppandosi vapore al di sopra di queste due medesime colonne, i liquidi da R si abbassassero fino a penetrare in M' ed N, e l'abbassamento poteva raggiungere tal valore che i liquidi penetrassero attraverso il mercurio nelle altre parti dell'apparecchio.

È necessario inoltre che tanto l'acqua come l'anilina siano ben disaerate; a questo scopo ho fatto bollire per interi giorni questi liquidi in vasi a ricaduta, e finalmente ne ho ripetuta l'ebullizione nel vuoto entro lo stesso micromanometro.

Peraltro, onde ottenere una grande scorrevolezza, ho saturata l'anilina di acqua, e l'ho trattata con una soluzione estremamente diluita di carbonato sodico; il menisco allora appare distintissimo anche se l'anilina non è resinificata, e, purchè sia fatta discendere lentamente, non aderisce alle pareti del vetro, nè lascia alcuna traccia dietro a sè.

Un inconveniente grave tuttavia s'incontra nell'azione che ha l'anilina sui lubrificanti del rubinetto R: anche l'acido fosforico gommoso, che ho tentato di usare, era attaccato dall'anilina; quindi, onde conservare al rubinetto

una buona tenuta, è necessario introdurre l'anilina quando il maschio del rubinetto è stato tolto dall'apparecchio, poi accuratamente asciugare la femmina e i tubi adiacenti, e infine introdurre l'acqua impedendo che l'anilina arrivi più al rubinetto.

Ma avanti del riempimento bisogna avere un'attenzione speciale alla nettezza delle pareti interne dello strumento, bastando la più leggera impurità perchè l'anilina perda lungo le pareti stesse la sua grande scorrevolezza. A questo scopo lo strumento fu lavato con acqua regia, poi con idrato sodico concentrato bollente per parecchi giorni ed infine asciugato perfettamente con aria secca, calda e priva di pulviscolo.

Con siffatte cautele, si riesce ad ottenere in un tempo relativamente breve uno strumento, che può servire non soltanto a queste, ma anche a molte altre ricerche.

Debbo notare infine che la presenza dei vapori di mercurio non porta alcuna alterazione nelle misure; poichè i vapori stessi raggiungono in ogni caso uno stato di equilibrio dipendente dalla temperatura, e quindi basta togliere in tutte le determinazioni dal valore letto della pressione quello della tensione massima del vapore di mercurio.

Orà, se si indica con H, h, H', h' le altezze rispettive del mercurio nei tubi M, M', N, N' , con m ed m' quelle dell'acqua nei tubi P e P' e con n quella dell'anilina in P' , si ha la equazione di equilibrio:

$$(1) \quad PH - Ph - pm = PH' - Ph' - \pi n - pm';$$

dove con P, p, π ho indicato rispettivamente i pesi specifici del mercurio, dell'acqua e dell'anilina.

Se ora si esercita per es. in M una pressione di X mm. di acqua, per modo che la variazione tra le superficie libere del mercurio in M ed N' sia $2x$ mm., e indico con θ il rapporto delle sezioni dei tubi M, N' a quelle dei tubi P, P' , ottengo l'altra equazione di equilibrio

$$X + P(H-x) - P(h+x) - p(m-x) = P(H'+x) - P(h'-x) - \pi(n+x-\theta x) - p(m'+\theta x),$$

da cui sviluppando, riducendo e tenendo conto della relazione (1) si ha subito:

$$X = \theta \alpha \left\{ (\pi - p) + \frac{4P - p - \pi}{\theta} \right\}.$$

Indicando ora con μ il valore di $\theta \alpha$, cioè lo spostamento, valutato in mm., del menisco di separazione dell'acqua e dell'anilina, si ha

$$(2) \quad X = \mu \left(\pi - p + \frac{4P - \pi - p}{\theta} \right),$$

dove il termine entro la parentesi rappresenta il fattore di sensibilità.

Dalla (2) si deduce:

$$\mu = \frac{X}{\pi - p + \frac{4P - \pi - p}{\theta}},$$

da cui apparisce chiaro come sieno necessari due liquidi le cui densità π e p sieno pressochè eguali, e dei tubi tali che il rapporto θ delle loro sezioni sia sufficientemente grande. Si vede inoltre come il mercurio posto nelle branche libere dell'apparecchio sarebbe il liquido meno adatto per ottenere grande sensibilità, ma d'altra parte i vantaggi che ne derivano pel fatto della piccolissima e costante tensione del suo vapore nel vuoto me lo hanno fatto preferire ad altri liquidi.

Nel mio caso essendo:

$$\pi = 1,022 \quad p = 0,998 \quad P = 13,506$$

$$\theta = 470,$$

si aveva

$$\mu = 7,4 X;$$

da cui si ricava subito che la sensibilità del micromanometro era precisamente 100 volte maggiore di un comune manometro a mercurio.

Ora siccome è facile valutare con esattezza il decimo di millimetro, lo strumento era tale da permettermi le letture della variazione di pressione fino ad $\frac{1}{1,000}$ di mm. di mercurio; risultato notevole e sufficiente in riguardo alle determinazioni che mi ero proposto di eseguire.

Compressore.

19. Per effettuare la riduzione di volume facevo salire del mercurio nei vasi sperimentali mediante un compressore costruito tutto in ferro e costituito da una camera cilindrica A della capacità interna di un litro, nella quale scorreva a tenuta un cilindro di ferro massiccio B mosso per mezzo di una vite.

I piccoli spostamenti del mercurio si producevano per mezzo di un cilindro ausiliare che penetrava nel fondo del vaso, mosso da una vite micrometrica M'.

È opportuno notare come la superficie interna della camera del compressore e quella del cilindro massiccio sono state ripulite con grandissime cure, come si era fatto per gli altri recipienti.

Questo compressore ha evidenti vantaggi sopra un comune recipiente collegato all'apparecchio mediante un tubo di gomma, sia per la rapidità come per l'esattezza delle operazioni, ma soprattutto perchè impedisce l'entrata di pulviscolo nei vasi sperimentali.

Disposizione generale dell'apparecchio.

20. La figura disegnata nella Tav. I rappresenta la disposizione generale degli apparecchi. Il gas entra per una serie di tubi e bottiglie essicanti (di cui uno è disegnato in A) contenenti acido solforico, cloruro di calcio e anidride fosforica, attraversa il tampone di cotone idrofilo purissimo B, e dopo esser passato per i tubi cc arriva finalmente ai vasi sperimentali V V'. Il tubetto e pone la comunicazione con il micro-manometro M M' N N', col quale si può mettere in relazione il

manometro differenziale tipo Regnault, D, per avere il valore della pressione di partenza di ogni serie di esperienze.

Le sferette *m, n* contengono acido solforico per assorbire i vapori di anilina, pel caso difficile che questa possa in qualche modo infiltrarsi fra il mercurio e le pareti di vetro, specialmente per i movimenti che il mercurio stesso deve talora subire entro il micromanometro.

D'altra parte i tubi *c* sono a destra in comunicazione, attraverso tubi essiccanti, con la pompa aspirante — la quale è una Sprengel-Alvergnyat a tre cadute, — potendo essere chiusa o aperta la comunicazione per mezzo del rubinetto *a*.

Con gli stessi tubi *c c*, mediante il rubinetto *b*, può essere messo in relazione il tubo di Geissler G, il quale viene osservato con uno spettroscopio, per giudicare della purezza del gas che si trova nell'apparecchio.

Inoltre comunica a sinistra con i tubi *c c*, la sferetta *z* la quale, come diremo in seguito, serve allo studio dell'assorbimento dei gas per effetto delle pareti dei vasi sperimentali.

Il mercurio viene spinto nel vaso *V'* per mezzo del compressore P il quale è congiunto al vaso stesso mediante i tubi di acciaio *t t*, internamente puliti con le stesse cure dei vasi *V V'*, e mediante le sfere in vetro *SS'* del volume di circa 600 cm³. ciascuna.

Infine il tubo *h* mette in comunicazione i manicotti, che circondano a tenuta i vasi sperimentali, con una macchina pneumatica Carré, che comporta facilmente la rarefazione di 1 mm. di mercurio.

Tutte le varie parti dell'apparecchio sono congiunte a fuoco, o per mezzo di due sorta di rubinetti a perfetta tenuta.

I primi di essi (rappresentati nella fig. 3), che servivano ad escludere la pompa e i due rami del micromanometro dalle altre parti dell'apparecchio, portavano superiormente una svasatura in cui si poneva mercurio, e lateralmente un tubo a forma di Y, nel quale, allorchè il rubinetto era chiuso, si faceva arrivare, per il ramo *t*, del mercurio fino ad occupare

tutta la piegatura, impedendo così in modo assoluto il passaggio del gas da T a T'.

I secondi (rappresentati nella fig. 4) non erano altro che buoni rubinetti ordinari, ai quali era impedita completamente

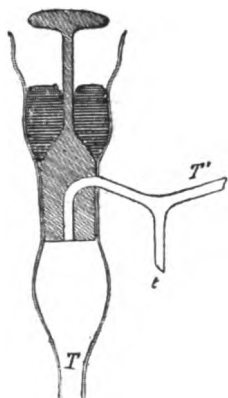


Fig. 3.

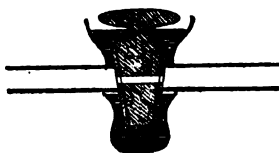


Fig. 4.

qualsiasi comunicazione coll'esterno per mezzo di due vaschette piene di mercurio, congiunte superiormente e inferiormente alle femmine dei rubinetti stessi.

I vasi sperimentali V V' con le sottostanti sfere S S' e tutto il micromanometro coi tubi adiacenti e con le sfere α , m , n sono immersi in una grande vasca rettangolare piena d'acqua, le cui pareti sono costituite da lastre da specchi a superficie ben levigate e parallele: il suo volume era di circa mezzo metro cubo, per cui il bagno si manteneva a temperatura assai costante; temperatura che veniva determinata per mezzo di un termometro diviso in $\frac{1}{10}$ di grado sospeso entro il bagno medesimo.

Condotta delle esperienze.

21. Si produceva dapprima un'alta rarefazione nell'apparecchio e la si manteneva per moltissime ore facendo sempre funzionare la pompa. Di poi lentamente si lasciava entrare

nell'apparecchio stesso il gas, che attraversando i tubi A e il tampono B arrivava asciutto e privo di pulviscolo.

Il liberare il gas dal pulviscolo mi parve interessante, oltre che per la purezza del gas medesimo, per avere in ogni caso una risposta all'ipotesi di Sutherland, secondo la quale un puro cambiamento di volume servirebbe a dissociare l'ossigeno — e quindi probabilmente anche gli altri gas, — mettendo in libertà degli ioni durante la dissociazione: allora la pressione che questi produrrebbero sarebbe tale che basterebbero gr. $2,2 \cdot 10^{-11}$ di ossigeno dissociato in ioni per spiegare l'anomalia in esso riscontrata dal Bohr.

Ora tal fatto può evitarsi liberando il gas dal pulviscolo, poichè è noto che un gas non può elettrizzarsi se non contiene particelle solide sospese ¹⁾).

L'operazione di fare il vuoto nell'apparecchio e di lasciare entrare il gas nel modo anzidetto si ripeteva complessivamente per uno spazio di tempo di circa 500 ore, in modo da togliere ogni dubbio sulla purezza dei gas usati. Per assicurarsi di ciò, durante l'operazione medesima si facevano osservazioni al tubo di Geissler. Infine si chiudeva la comunicazione con la pompa e col tubo di Geissler e l'apparecchio era pronto per le misure.

Mediante il compressore si spingeva il mercurio esattamente fino a una data divisione β della graduazione al di sopra delle sfere S S', facendone l'osservazione a distanza mediante un cannocchiale; poscia si eseguiva la lettura del manometro differenziale e della posizione del menisco di separazione nel micromanometro, per mezzo di due catetometri. Quindi si chiudeva la comunicazione col manometro differenziale e si chiudeva pure il rubinetto Q, che congiungeva la branca di destra del micromanometro con l'apparecchio.

Allora, manovrando il compressore, si spingeva il mercurio dalle sfere S S' — che trovavansi alla stessa temperatura di tutto l'apparecchio — nel vaso V' fino a una divisione β' del tubetto sovrastante: quest'operazione si faceva con molta lentezza per evitare che rimanessero minime bollicine gassose

1) Vedi R. Nahrwold. Wied. Ann. 81, p. 448, 1887.

fra il mercurio e le pareti. Si leggeva quindi col catetometro la nuova posizione del menisco nel micromanometro e la temperatura del bagno.

Così si avevano tutti i dati pel calcolo delle esperienze; notando che le variazioni di volume che avvenivano per il movimento del mercurio nel ramo M del micromanometro si deducevano con esattezza dai movimenti del menisco di separazione fra l'anilina e l'acqua.

Risultati.

22. Nelle seguenti tabelle si trovano i risultati dell'esperienza. In esse le colonne p e v contengono rispettivamente i valori delle pressioni in millimetri di mercurio e dei volumi in centimetri cubi; e si trovano in una 1.^a riga orizzontale i dati corrispondenti al caso in cui il gas occupa ambedue i cilindri, e in una 2.^a riga orizzontale i dati corrispondenti al caso in cui il gas è compresso in un solo cilindro.

β rappresenta il rapporto fra i prodotti $p v$ spettanti rispettivamente alla seconda e alla prima determinazione, e t la temperatura media.

Da una determinazione all'altra ordinariamente non si è avuta variazione di temperatura; e nelle rare volte in cui tale variazione è avvenuta, si è apportato al volume dei recipienti e a quello del gas la piccola correzione corrispondente.

Le misure vennero eseguite prima partendo dalle pressioni maggiori e via via scendendo alle più basse; poi vennero ripetute cangiando la pressione nel senso inverso, e cercando che le determinazioni di una serie avvenissero a pressioni uguali o molto prossime alle pressioni a cui erano fatte quelle dell'altra serie.

I valori riportati nelle tabelle sono la media delle misure eseguite nelle due serie.

ESPERIENZE SULL' ARIA.

Coi cilindri di ferro.

	p	v	$p v$	β	t
1 ^a	4,205	1302,015	5474,9838	1,0008	14°.00 C.
2 ^a	7,988	685,977	5479,5850		
1 ^a	3,600	1301,950	4687,0200	0,9907	14.00
2 ^a	6,770	685,908	4643,5980		
1 ^a	2,782	1301,820	3621,6633	0,9894	14.00
2 ^a	5,225	685,780	3583,2009		
1 ^a	2,032	1301,800	2645,2580	0,9888	14.00
2 ^a	3,814	685,768	2615,5200		
1 ^a	1,624	1301,810	2114,1400	0,9923	14.00
2 ^a	3,059	685,782	2097,8072		
1 ^a	1,045	1301,755	1360,3341	0,9905	14.02
2 ^a	1,965	685,725	1347,4500		
1 ^a	0,975	1301,750	1269,2061	0,9903	14. 02
2 ^a	1,833	685,718	1256,9212		
1 ^a	0,810	1301,760	1054,4253	0,9970	14.05
2 ^a	1,533	685,731	1051,2253		

Segue: Coi cilindri di ferro.

	p	v	$p v$	β	t
1 ^a	0,725	1301,625	943,6782	0,9932	14°.05 C.
2 ^a	1,367	685,594	937,2070		
1 ^a	0,645	1301,520	839,4804	0,9962	14.05
2 ^a	1,220	685,495	836,3040		
1 ^a	0,515	1301,310	670,1745	0,9990	14.05
2 ^a	0,977	685,281	669,5195		
1 ^a	0,330	1301,205	429,3976	0,9942	14.05
2 ^a	0,623	685,270	630,9231		
1 ^a	0,152	1301,290	197,7961	0,9988	14.05
2 ^a	0,229	685,265	156,9257		
1 ^a	0,094	1301,305	122,3227	0,9972	14.06
2 ^a	0,178	685,285	121,9808		
1 ^a	0,048	1301,410	62,4677	0,9984	14.06
2 ^a	0,091	685,378	62,3694		
1 ^a	0,031	1301,225	40,3380	0,9852	14.08
2 ^a	0,058	685,188	39,7409		
1 ^a	0,018	1301,520	23,4274	0,9949	14.08
2 ^a	0,034	685,490	23,3069		

Coi cilindri di vetro.

	p	v	$p v$	β	t
1 ^a	3,122	1384,030	4320,9420	0,9907	11°.25 C.
2 ^a	5,618	762,009	4280,9660		
1 ^a	2,248	1384,010	3111,2536	0,9828	11.25
2 ^a	4,013	761,984	3057,8428		
1 ^a	2,005	1384,020	2774,9607	0,9895	11.25
2 ^a	3,604	761,890	2745,8519		
1 ^a	1,505	1384,040	2082,9810	0,9918	11.25
2 ^a	2,711	762,021	2065,8391		
1 ^a	0,922	1384,005	1276,0521	0,9936	11.26
2 ^a	1,664	761,986	1267,9445		
1 ^a	0,730	1383,860	1010,2180	0,9924	11.28
2 ^a	1,316	761,830	1002,5681		
1 ^a	0,641	1383,875	887,0650	0,9919	11.28
2 ^a	1,155	761,851	879,9382		

Segue: Coi cilindri di vetro.

	p	v	$p v$	β	t
1 ^a	0,522	1383,845	722,3670	0,9977	11°.05 C.
2 ^a	0,946	761,828	720,6800		
1 ^a	0,304	1383,820	420,6813	1,0068	11.05
2 ^a	0,556	761,800	423,5608		
1 ^a	0,136	1383,845	188,2030	0,9917	11.02
2 ^a	0,245	761,817	186,6452		
1 ^a	0,084	1883,825	116,2413	0,9951	11.02
2 ^a	0,151	761,811	115,4144		
1 ^a	0,050	1383,780	69,1890	0,9799	11.00
2 ^a	0,089	761,759	67,7965		
1 ^a	0,032	1383,675	44,2777	0,9805	11.00
2 ^a	0,057	761,650	43,4140		
1 ^a	0,019	1383,720	26,2907	0,9851	11.00
2 ^a	0,034	761,702	25,8978		

Si vede da queste tabelle come il mio apparecchio abbia permesso di arrivare a pressioni molto più basse di quel che abbian potuto fare i precedenti sperimentatori. Posso aggiungere che i risultati, fino a pressioni di circa $\frac{2}{100}$ di millim. di mercurio, sono ancora attendibili, perchè le diverse determinazioni riuscirono abbastanza concordanti fra loro.

Secondo i dati presenti, l'aria accenna a una piccola deviazione dalla legge di Boyle, fra le pressioni di 2 e 5 mm.: deviazione che è difficile poter attribuire a errori d'osservazione (e forse nemmeno a influenza delle pareti dei recipienti), perchè si verifica con l'uno e con l'altro apparecchio.

Nelle esperienze eseguite coi cilindri di vetro si osserva di nuovo una deviazione dalla legge a pressioni inferiori al $\frac{1}{10}$ di millim., ma — oltre all'influenza che a tali pressioni possono aver avuto minimi errori nella lettura del micrometro — è lecito attribuire il fenomeno, piuttostochè a deficienza della legge, ad assorbimento effettuato dalle pareti dei cilindri stessi; fatto che verrà confermato da esperienze che saranno pubblicate nella seconda parte di questo lavoro.

Nella stessa seconda parte riferirò i risultati delle ricerche sull'ossigeno, sull'idrogeno e sull'anidride carbonica, insieme alle conclusioni generali.

Dall'Istituto Fisico della R. Università di Pisa

Li 3 Gennaio 1901.

**SUL MOTO DI ROTAZIONE DI UN CORPO COMPOSTO
DI UNA PARTE SOLIDA E DI UNA FLUIDA.**

Nota del Dott. GIUSEPPE DE PRATO.

Per consiglio del Prof. Levi-Civita, dovendo preparare la dissertazione per l'esame di laurea, ebbi ad occuparmi degli studii fatti dallo Schiapparelli ¹⁾, dal Volterra ²⁾, e dal Peano ³⁾ sul moto del polo della terra dovuto ai moti interni. Senza neppur tentare, impresa per me troppo ardua, di spingere più oltre lo studio del problema generale, cercai di risolvere con metodi elementari un caso particolare, che parmi avvicinarsi di molto per le sue condizioni al caso del moto della terra: il moto di rotazione di un corpo composto di una parte solida e di una fluida nella quale sussistano moti tali, da lasciar invariata la distribuzione della materia nel sistema, quando queste condizioni siano dovute all'attrazione reciproca dei singoli suoi punti.

Abbiasi un sistema di punti materiali S composto di una parte solida S_1 e di una fluida S_2 nella quale sussistano moti tali che lascino invariata la distribuzione della materia nel sistema, talchè il centro di gravità O del sistema ed i suoi assi principali d'inerzia siano fissi alla parte solida S_1 e siano costanti i momenti d'inerzia ed i momenti di deviazione rispetto a qualunque terna di assi solidali ad S_1 ; siano inoltre queste condizioni dovute all'azione reciproca dei punti delle

1) Del moto di rotazione della terra sotto l'influenza di azioni geologiche. Nuovo Cimento, 1895.

2) Sulla teoria dei moti del polo terrestre. Atti dell'Accademia di Torino, 1894-95, V. 30; Sul moto di un sistema nel quale sussistano moti interni stazionarii. Id. id., Sulla teoria del moto del polo nella ipotesi della plasticità terrestre. Id. id.; Sul moti periodici del polo terrestre. Id. id. e la monografia " Sur la théorie de la variation des latitudes ". Acta Math., T. 22, 1899.

3) Sul moto del polo terrestre e sopra lo spostamento del polo terrestre. Atti dell'Accademia di Torino, 1894-95, V. 30.



due parti S_1 ed S_2 azione che supporremo dovuta all'attrazione.

In tale ipotesi è evidente che tanto per S che per S_1 ed S_2 valgono il principio delle aree e quello del moto del centro di gravità.

Supposto sottratto il corpo all'azione delle forze esterne, si avranno gli integrali delle aree; potremo quindi prescindendo dal moto del centro di gravità O di S , assumere questo come origine delle coordinate, ed indicando con $O\xi$, $O\eta$, $O\zeta$, una terna ortogonale di assi fissi, prendere come asse $O\xi$ l'asse del momento di quantità di moto e quindi come piano $\xi\eta$ il piano del massimo delle aree. Avremo così, indicando con $P(m, \xi, \eta, \zeta)$ un generico punto di S e con Σ_1 , Σ_2 somme estese rispettivamente a tutti i punti di S_1 ed S_2 le equazioni del moto di S :

$$\Sigma_1 m \xi + \Sigma_2 m \xi = 0$$

$$\Sigma_1 m \eta + \Sigma_2 m \eta = 0$$

$$\Sigma_1 m \zeta + \Sigma_2 m \zeta = 0$$

$$\Sigma_1 m \left(\eta \frac{d\xi}{dt} - \xi \frac{d\eta}{dt} \right) + \Sigma_2 m \left(\eta \frac{d\xi}{dt} - \xi \frac{d\eta}{dt} \right) = 0$$

$$\Sigma_1 m \left(\zeta \frac{d\xi}{dt} - \xi \frac{d\zeta}{dt} \right) + \Sigma_2 m \left(\zeta \frac{d\xi}{dt} - \xi \frac{d\zeta}{dt} \right) = 0$$

$$\Sigma_1 m \left(\xi \frac{d\eta}{dt} - \eta \frac{d\xi}{dt} \right) + \Sigma_2 m \left(\xi \frac{d\eta}{dt} - \eta \frac{d\xi}{dt} \right) = 0$$

Ed indicando rispettivamente con O_1 ed O_2 i centri di gravità di S_1 ed S_2 con ξ_1, η_1, ζ_1 ; ξ_2, η_2, ζ_2 le loro coordinate e posto

$$\Sigma_1 m = m_1 \quad \Sigma_2 m = m_2$$

le tre prime equazioni diventano

$$m_1 \xi_1 + m_2 \xi_2 = 0$$

$$m_1 \eta_1 + m_2 \eta_2 = 0$$

$$m_1 \zeta_1 + m_2 \zeta_2 = 0.$$

Passando ad una terna di assi mobili solidali ad S_1 , assunti come tali gli assi principali d'inerzia di S_1 , posti A, B, C i momenti principali d'inerzia p, q, r le componenti della velocità angolare ed M_1, M_2, M_3 rispettivamente le componenti del momento di quantità di moto relativo secondo questi assi, si hanno le equazioni del moto del sistema, stabilite dal Volterra :

$$A \frac{dp}{dt} - (B - C) q r + M_3 q - M_2 r + \frac{dM_1}{dt} = 0$$

$$B \frac{dq}{dt} - (C - A) r p + M_1 r - M_3 p + \frac{dM_2}{dt} = 0$$

$$C \frac{dr}{dt} - (A - B) p q + M_2 p - M_1 q + \frac{dM_3}{dt} = 0$$

le quali ammettono l'integrale

$$(A p + M_1)^2 + (B q + M_2)^2 + (C r + M_3)^2 = G^2.$$

Per lo studio del problema proposto, osservando che, perchè il centro di gravità O_1 della parte fluida di S è rigidamente collegato ad S_1 e giace sulla retta $O O_1$, il moto relativo di S_1 rispetto ad S_2 dovrà consistere in una rotazione attorno all'asse $O O_1$, potremo considerare il moto di S_1 , e quindi di S , risultante di una rotazione attorno alla retta dei baricentri, e del moto di questa retta.

Il moto di $O O_1$, passante pel punto fisso O sarà quindi individuato dal moto del centro di gravità O_1 della parte solida S_1 . Valendo per S_1 il principio del moto del centro di gravità, il punto O_1 si muove come un punto materiale di massa m_1 , sollecitato da una forza (F) eguale alla risultante di tutte le forze che sollecitano i singoli punti di S_1 .

Indicando con Ξ, H, Z le componenti di (F) le equazioni del moto di O_1 saranno

$$m_1 \frac{d^2 \xi_1}{dt^2} = \Xi$$

$$m_1 \frac{d^2 \eta_1}{dt^2} = H$$

$$m_1 \frac{d^2 \zeta_1}{dt^2} = Z$$

Inoltre le condizioni del problema forniscono i dati seguenti :

a) il punto O_1 si mantiene a distanza costante dall'origine; quindi le coordinate ξ_1, η_1, ζ_1 soddisfano all'equazione

$$\xi_1^2 + \eta_1^2 + \zeta_1^2 = \rho_1^2$$

e quindi

$$\xi_1 \frac{d\xi_1}{dt} + \eta_1 \frac{d\eta_1}{dt} + \zeta_1 \frac{d\zeta_1}{dt} = 0$$

$$\left(\frac{d\xi_1}{dt}\right)^2 + \left(\frac{d\eta_1}{dt}\right)^2 + \left(\frac{d\zeta_1}{dt}\right)^2 + \xi_1 \frac{d^2\xi_1}{dt^2} + \eta_1 \frac{d^2\eta_1}{dt^2} + \zeta_1 \frac{d^2\zeta_1}{dt^2} = 0$$

la quale ultima si può anche scrivere

$$v^2 = -\frac{1}{m_1} (\Xi \xi_1 + H \eta_1 + Z \zeta_1)$$

b) F è una costante;

c) la direzione di (F) forma un angolo costante con OO_1 e quindi posto ϑ_1 questo angolo

$$\Xi \xi_1 + H \eta_1 + Z \zeta_1 = F \rho_1 \cos \vartheta_1.$$

Il moto è quindi uniforme. L'accelerazione e quindi la forza sono dirette secondo la normale principale alla traiettoria; ne consegue (designando con R il raggio di curvatura)

$$F = m_1 \frac{v^2}{R}; \quad R = -\rho_1 \cos \vartheta_1.$$

La curvatura è quindi costante, il moto di O_1 avviene quindi secondo un circolo minore della sfera di raggio ρ_1 con velocità costante; la retta OO_1 descrive un cono retto circolare attorno ad un asse fisso con velocità angolare costante. Indicando con ω questa velocità angolare, con ϑ l'angolo $\pi - \vartheta_1$, ed assumendo come asse $O\xi$ l'intersezione del piano $\zeta=0$ col piano parallelo a quello del moto del centro di gravità O_1 di S_1 passante per l'origine, avremo per le coordinate di O_1 i valori

$$\xi_1 = \rho_1 \cos \vartheta \cos \omega (t - t_0)$$

$$\eta_1 = \rho_1 [\cos \vartheta \sin \omega (t - t_0) \cos \psi - \sin \vartheta \sin \psi]$$

$$\zeta_1 = \rho_1 [\cos \vartheta \sin \omega (t - t_0) \sin \psi + \sin \vartheta \cos \psi]$$

in cui ψ è l'angolo costante che l'asse fisso del moto dei centri di gravità forma coll'asse fisso $O\zeta$.

Indicando con ϕ l'angolo che un determinato piano di S passante per OO_1 , il quale per $t=t_0$ coincide con il piano fisso dato dalla retta OO_1 e dall'asse fisso (che chiameremo asse ω) intorno al quale ruota la retta OO_1 , con questo piano, potremo dire che il moto del sistema S consiste in una rotazione con velocità angolare costante ω attorno all'asse fisso ω ed in una rotazione con velocità angolare $\frac{d\phi}{dt}$ attorno alla retta OO_1 .

Assumendo una nuova terna ortogonale di assi mobili solidali ad S_1 , in cui si prenda la retta OO_1 come asse Ox e come asse Oy la retta normale ad OO_1 che giace nel piano che per $\phi=0$ coincide col piano dato dagli assi OO_1 ed ω , indicando rispettivamente $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3; \beta_1, \beta_2, \beta_3, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ i coseni di direzione degli assi Ox, Oy, Oz rispetto agli assi fissi, saranno

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= -\sin \vartheta \cos \omega(t-t_0) \cos \phi + \sin \omega(t-t_0) \sin \phi \\ \alpha_2 &= \sin \vartheta \cos \omega(t-t_0) \sin \phi + \sin \omega(t-t_0) \cos \phi \\ \alpha_3 &= \cos \vartheta \cos \omega(t-t_0) \\ \beta_1 &= -[\sin \vartheta \sin \omega(t-t_0) \cos \psi + \cos \vartheta \sin \psi] \cos \phi - \cos \omega(t-t_0) \cos \psi \sin \phi \\ \beta_2 &= [\sin \vartheta \sin \omega(t-t_0) \cos \psi + \cos \vartheta \sin \psi] \sin \phi - \cos \omega(t-t_0) \cos \psi \cos \phi \\ \beta_3 &= \cos \vartheta \sin \omega(t-t_0) \cos \psi - \sin \vartheta \sin \psi \\ \gamma_1 &= -[\sin \vartheta \sin \omega(t-t_0) \sin \psi - \cos \vartheta \cos \psi] \cos \phi - \cos \omega(t-t_0) \sin \psi \sin \phi \\ \gamma_2 &= [\sin \vartheta \sin \omega(t-t_0) \sin \psi - \cos \vartheta \cos \psi] \sin \phi - \cos \omega(t-t_0) \sin \psi \cos \phi \\ \gamma_3 &= \cos \vartheta \sin \omega(t-t_0) \sin \psi + \sin \vartheta \cos \psi.\end{aligned}$$

da cui determinando le componenti della velocità angolare del sistema secondo questi assi ed indicandolo con p_1, q_1, r_1 , si ha

$$\begin{aligned}p_1 &= \omega \cos \vartheta \cos \phi \\ q_1 &= -\omega \cos \vartheta \sin \phi \\ r_1 &= \frac{d\phi}{dt} + \omega \sin \vartheta.\end{aligned}$$

Indicando con f_1, g_1, h_1 le componenti del momento di quantità di moto di S_1 secondo Ox, Oy, Oz e con $A_1, B_1, C_1, D_1, E_1, F_1$ i momenti d'inerzia e di deviazione di ϕ_1 rispetto a questi assi, sarà

$$f_1 = A_1 \omega \cos \vartheta \cos \phi + F_1 \omega \cos \vartheta \sin \phi - E_1 \omega \sin \vartheta - E_1 \frac{d\phi}{dt}$$

$$g_1 = -F_1 \omega \cos \vartheta \cos \phi - B_1 \omega \cos \vartheta \sin \phi - D_1 \omega \sin \vartheta - D_1 \frac{d\phi}{dt}$$

$$h_1 = -E_1 \omega \cos \vartheta \cos \phi + D_1 \omega \cos \vartheta \sin \phi + C_1 \omega \sin \vartheta + C_1 \frac{d\phi}{dt}$$

e poste M, L, N le componenti del momento risultante delle forze agenti sopra S_1 essendo

$$L = \frac{df_1}{dt} - r_1 g_1 + q_1 h_1$$

$$M = \frac{dg_1}{dt} - p_1 h_1 + r_1 f_1$$

$$N = \frac{dh_1}{dt} - q_1 f_1 + p_1 g_1$$

si hanno le equazioni del moto di S_1

$$\begin{aligned} L = & -E_1 \frac{d^2\phi}{dt^2} - \omega \frac{d\phi}{dt} \left\{ \cos \vartheta [(A_1 - B_1 + C_1) \sin \phi - 2F_1 \cos \phi] - D_1 \sin \vartheta \right\} + \\ & + D_1 \left(\frac{d\phi}{dt} \right)^2 + \omega^2 \left\{ \sin \vartheta \cos \vartheta [(B_1 - C_1) \sin \phi + F_1 \cos \phi] + \right. \\ & \left. + \cos^2 \vartheta \sin \phi (E_1 \cos \phi - D_1 \sin \phi) + D_1 \sin^2 \vartheta \right\} \\ M = & -D_1 \frac{d^2\phi}{dt^2} + \omega \frac{d\phi}{dt} \left\{ \cos \vartheta [(A_1 - B_1 - C_1) \cos \phi + 2F_1 \sin \phi] - E_1 \sin \vartheta \right\} - \\ & - E_1 \left(\frac{d\phi}{dt} \right)^2 + \omega^2 \left\{ \sin \vartheta \cos \vartheta [(A_1 - C_1) \cos \phi + F_1 \sin \phi] + \right. \\ & \left. + \cos^2 \vartheta \cos \phi (E_1 \cos \phi - D_1 \sin \phi) - E_1 \sin^2 \vartheta \right\} \\ N = & -C_1 \frac{d^2\phi}{dt^2} + \omega^2 \left\{ \cos^2 \vartheta [(A_1 - B_1) \cos \phi \sin \phi - F_1 (\cos^2 \phi - \sin^2 \phi)] - \right. \\ & \left. - \sin \vartheta \cos \vartheta (E_1 \sin \phi + D_1 \cos \phi) \right\} \end{aligned}$$

in cui per le ipotesi fatte L , M , N sono costanti. Si hanno così tre equazioni tra ϕ e le sue derivate $\frac{d\phi}{dt}$ e $\frac{d^2\phi}{dt^2}$, eliminando queste ultime si riconosce che quando non sia costantemente $\frac{d\phi}{dt} = 0$, dovranno essere

$$\begin{aligned} L &= 0 & M &= 0 & N &= 0 \\ D_1 &= 0 & E_1 &= 0 & F_1 &= 0 \\ A_1 &= B_1 \end{aligned}$$

e le equazioni del moto di S_1 diventano

$$\begin{aligned} C_1 \frac{d\phi}{dt} &= \omega (A_1 - C_1) \sin \vartheta \\ \frac{d^2\phi}{dt^2} &= 0 \end{aligned}$$

e quindi

$$\begin{aligned} \frac{d\phi}{dt} &= \omega \frac{A_1 - C_1}{C_1} \sin \vartheta \\ \phi &= \omega \sin \vartheta \frac{A_1 - C_1}{C_1} (t - t_0) \end{aligned}$$

da cui

$$\begin{aligned} p_1 &= \omega \cos \vartheta \cos \left\{ \omega \sin \vartheta \frac{A_1 - C_1}{C_1} (t - t_0) \right\} \\ q_1 &= -\omega \cos \vartheta \sin \left\{ \omega \sin \vartheta \frac{A_1 - C_1}{C_1} (t - t_0) \right\} \\ r_1 &= \frac{A_1}{C_1} \omega \sin \vartheta. \end{aligned}$$

Le componenti del momento di quantità di moto (G_1) di S_1 essendo

$$\begin{aligned} f_1 &= A_1 \omega \cos \vartheta \cos \left\{ \omega \sin \vartheta \frac{A_1 - C_1}{C_1} (t - t_0) \right\} \\ g_1 &= -A_1 \omega \cos \vartheta \sin \left\{ \omega \sin \vartheta \frac{A_1 - C_1}{C_1} (t - t_0) \right\} \\ h_1 &= A_1 \omega \sin \vartheta \end{aligned}$$

si ha

$$G_1^2 = A_1^2 \omega^2$$

ed inoltre l'asse di questo momento coincide coll'asse ω .

L'asse istantaneo di rotazione descrive quindi un cono retto circolare attorno all'asse polare Oz dell'elissoide d'inerzia di S_1 , ed il polo di rotazione di S_1 descrive sopra questo elissoide il circolo d'Eulero in un periodo di $\frac{A_1}{C_1 - A_1}$ giorni, indicando colla parola giorno la durata di una rotazione del corpo.

Giova osservare che per parte fluida del sistema, s'intende l'insieme di tutti i punti per cui non siano costantemente

$$\frac{dx}{dt} = 0 \quad \frac{dy}{dt} = 0 \quad \frac{dz}{dt} = 0$$

e quindi trattandosi di un sistema fisico posto nelle condizioni del problema, qualora non sia l'elissoide d'inerzia della parte solida un elissoide di rivoluzione una parte del fluido, disposta in guisa da soddisfare alle condizioni trovate, dovrà essere priva di moto relativo.

Posti $a_1, b_1, c_1; a_2, b_2, c_2; a_3, b_3, c_3$ rispettivamente i coseni di direzione degli assi principali d'inerzia dell'intero sistema S rispetto agli assi Ox, Oy, Oz , avremo

$$p = \omega \cos \vartheta \left\{ a_1 \cos \left[\omega \sin \vartheta \frac{A_1 - C_1}{C_1} (t - t_0) \right] - b_1 \sin \left[\omega \sin \vartheta \frac{A_1 - C_1}{C_1} (t - t_0) \right] \right\} \\ + c_1 \frac{A_1}{C_1} \omega \sin \vartheta$$

$$q = \omega \cos \vartheta \left\{ a_2 \cos \left[\omega \sin \vartheta \frac{A_1 - C_1}{C_1} (t - t_0) \right] - b_2 \sin \left[\omega \sin \vartheta \frac{A_1 - C_1}{C_1} (t - t_0) \right] \right\} \\ + c_2 \frac{A_1}{C_1} \omega \sin \vartheta$$

$$r = \omega \cos \vartheta \left\{ a_3 \cos \left[\omega \sin \vartheta \frac{A_1 - C_1}{C_1} (t - t_0) \right] - b_3 \sin \left[\omega \sin \vartheta \frac{A_1 - C_1}{C_1} (t - t_0) \right] \right\} \\ + c_3 \frac{A_1}{C_1} \omega \sin \vartheta$$

Supponendo che sia $A = B$, ed inoltre siano quantità piccolissime i coseni $b_1, c_1, a_2, c_2, a_3, b_3, \cos \vartheta$ e $\sin \psi$ talchè se ne possano trascurare i prodotti e si possa con sufficiente approssimazione porre

$$\begin{aligned} a_1 &= 1 & b_1 &= 1 & c_1 &= 1 \\ \sin \vartheta &= 1 & \cos \psi &= 1 \\ \cos \vartheta &= \frac{\pi}{2} - \vartheta & \sin \psi &= \psi \end{aligned}$$

e ricordando che

$$\begin{aligned} A p + M_1 &= G (a_1 \gamma_1 + b_1 \gamma_2 + c_1 \gamma_3) \\ B q + M_2 &= G (a_2 \gamma_1 + b_2 \gamma_2 + c_2 \gamma_3) \\ C r + M_3 &= G (a_3 \gamma_1 + b_3 \gamma_2 + c_3 \gamma_3) \end{aligned}$$

avremo le espressioni

$$p = \omega \left(\frac{\pi}{2} - \vartheta \right) \cos \left\{ \omega \frac{A_1 - C_1}{C_1} (t - t_0) \right\}$$

$$q = -\omega \left(\frac{\pi}{2} - \vartheta \right) \sin \left\{ \omega \frac{A_1 - C_1}{C_1} (t - t_0) \right\}$$

$$r = \frac{A_1}{C_1} \omega$$

$$\begin{aligned} \frac{M_1}{A} = & -\frac{A \omega + G}{A} \left(\frac{\pi}{2} - \vartheta \right) \cos \left\{ \omega \frac{A_1 - C_1}{C_1} (t - t_0) \right\} - \\ & - \frac{G}{A} \psi \sin \frac{\omega A_1 (t - t_0)}{C_1} + c_1 \frac{G}{A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{M_2}{A} = & -\frac{A \omega + G}{A} (\pi - \vartheta) \sin \left\{ \omega \frac{A_1 - C_1}{C_1} (t - t_0) \right\} - \\ & - \frac{G}{A} \psi \cos \frac{\omega A_1 (t - t_0)}{C_1} + c_2 \frac{G}{A} \end{aligned}$$

$$\frac{M_3}{C} = \frac{G}{C} - \frac{A_1}{C_1} \omega.$$

Il moto del polo ed i moti interni hanno uno stesso periodo, inoltre, perchè per le fatte supposizioni possiamo porre

$$p^2 + q^2 + r^2 = \frac{A_1^2 \omega^2}{C_1^2}$$

i moti interni hanno un periodo diurno loro proprio. Inoltre i moti dello stesso periodo hanno fase opposta.

Rammentando la nota del Prof. Volterra « Sui moti periodici del polo terrestre » *Atti dell' Accademia di Torino*, 1894-95, vol. XXX. si vede che, corrispondendo le ipotesi fatte sulla grandezza delle quantità ψ , ϑ e c , a quelle fatte dallo stesso Volterra riguardo a p , q ed alle variazioni di r e di M , i risultati sono analoghi, solamente si esclude un moto speciale del polo, ed anzichè una serie di moti periodici per esso se ne avrebbe uno solo.

LE ONDE HERTZIANE:

del Prof. A. RIGHI.

(Largo sunto della relazione presentata al Congresso internazionale di fisica di Parigi nel 1900).

I. Apparecchi per la produzione e per lo studio delle onde Hertziane.

a) Apparecchi produttori. — L' eccitatore o oscillatore di Hertz ha subito alcuni importanti perfezionamenti.

Si è guadagnato molto nell' intensità delle onde facendo avvenire in un liquido isolante la scintilla, che riunisce momentaneamente le due sezioni dell' oscillatore. Si aumenta così il potenziale di scarica e quindi l' energia disponibile. L' olio di vaselina è preferibile per quest' uso a tutti gli altri liquidi dielettrici che si sono provati.

Un altro perfezionamento riguarda la forma dell' oscillatore. Poichè per le esperienze *ottiche* (quelle cioè che riproducono con le onde elettriche dei fenomeni analoghi a quelle dell' ottica) bisogna impiegare delle oscillazioni aventi delle lun-

ghezze d'onda più che è possibile corte, si è stati perciò condotti a ridurre più che è stato possibile piccola l'autoinduzione dell'oscillatore. Quello di Righi, oggi generalmente adottato, formato da due sfere di rame piene separate da uno strato di olio di vaselina, dà delle onde brevissime (anche di 2,5 cm. di lunghezza) pur conservando una notevole intensità. Le cariche necessarie sono comunicate da due scintille, le quali scattano tra le sfere e due conduttori vicini, in comunicazione coi poli di una macchina a influenza o di un rocchetto d'induzione. Si sono ottenute anche oscillazioni la cui lunghezza d'onda raggiungeva appena qualche millimetro.

Lodge ha formato un oscillatore con un semplice conduttore isolato; ma sembra che questo sia preferibile a quello che abbiamo ora descritto, soltanto allorchè si tratta di dimostrare la risuonanza in un conduttore identico al primo.

Allorchè alle due sfere dell'oscillatore si aggiungono dei fili o altri conduttori, si aumenta la capacità e soprattutto l'autoinduzione dell'apparecchio, ed aumenta così anche la lunghezza d'onda. Se i fili sono messi in comunicazione coi conduttori che forniscono alle due sfere le loro cariche, in luogo di essere riuniti alle sfere stesse, il risultato non è essenzialmente modificato; perchè le due scintille estreme costituiscono momentanee comunicazioni tra i fili e le sfere.

b) Apparecchi indicatori. — Quando le onde prodotte da un oscillatore e propagate nello spazio circostante arrivano a un conduttore, questo diviene in generale sede d'un fenomeno elettrico oscillatorio, che può dar luogo a diversi effetti suscettibili di esser messi in evidenza. Se il conduttore ha un periodo di oscillazione proprio, poco diverso da quello dell'oscillatore, la risonanza si produce e gli effetti divengono più marcati. Questi effetti che permettono di dimostrare l'esistenza delle onde sono molto vari. Se per esempio il conduttore, generalmente di forma rettilinea, ha una o più interruzioni, possono prodursi delle scintille che possono essere rese più facilmente osservabili con artifizi. Anche quando non vi sono interruzioni e scariche distruttive, le correnti che hanno origine nel conduttore possono essere rivelate dai noti effetti

delle correnti. In somma si conoscono molti indicatori d'onde elettriche ed ecco la loro enumerazione:

Nei primi sette non vi è scintilla nel risuonatore; per la ottava il caso è dubbio; negli altri vi è scarica distruttiva in un dielettrico.

1° Una rana preparata alla Galvani fa parte del risuonatore. Con le sue contrazioni essa mostra l'esistenza delle onde che eccitano il risuonatore.

2° Il calore sviluppato dalle oscillazioni elettriche nel risuonatore produce una dilatazione che delicate disposizioni possono rendere osservabili.

3° Questo stesso calore produce una forza elettromotrice osservabile allorchè una saldatura termoelettrica fa parte del risuonatore o è in contatto con questo.

4° Una parte del risuonatore può essere curvata ad elica intorno ad un filo di acciaio calamitato a saturazione: le oscillazioni elettriche fanno variare il momento magnetico della calamita.

5° Le estremità centrali di un risuonatore diviso in due sezioni (si dovrebbe dire probabilmente: Le estremità ravvicinate di due risuatori rettilinei posti sulla medesima retta) comunicano, l'una con dei conduttori fissi e l'altra con un conduttore mobile di forma conveniente. Le cariche alternative che si sviluppano su questi conduttori producono un movimento osservabile.

6° La resistenza elettrica di un reticolo di foglie di stagno che fa parte del risuonatore diminuisce, a quanto pare, sotto l'azione delle onde. Una scossa o il riscaldamento fanno sparire l'effetto prodotto dalle onde.

7° Alcune coppie voltaiche preparate in una maniera particolare e che sono sensibili alla luce, lo sono pure in una maniera particolare alle ondulazioni elettriche, poichè esse fanno riapparire la sensibilità alla luce, allorchè questa sembra perduta.

8° Un risuonatore è tagliato per metà e la comunicazione ristabilita da uno strato sottile di liquido; le oscillazioni aumentano la sua resistenza elettrica. Non è ben data la spiegazione di questo fenomeno.

9° Il risonatore è diviso in due sezioni e si osservano le scintille che si producono nell'interruzione. Questo, nell'ordine cronologico è il primo indicatore, quello impiegato da Hertz.

Credo razionale spiegare il fenomeno nella maniera seguente. Da principio le due sezioni del risonatore si comportano come due risonatori uguali posti l'uno di seguito all'altro e aventi un periodo minore (sensibilmente metà se sono lunghi o sottili) di quella del risonatore intero senza interruzione. Le oscillazioni che si formano nelle due sezioni producono potenziali di segno contrario alle estremità vicine, che possono produrre la scintilla. Per il tempo in cui questa avviene costituisce una comunicazione abbastanza buona tra le due sezioni, e il risonatore intero risuona come se non avesse interruzione e col suo proprio periodo. La scintilla introduce una resistenza, per conseguenza uno smorzamento più forte. Questo metodo è stato perfezionato in modo da renderlo atto a rivelare onde brevissime, formando il risonatore con una piccola striscia di vetro argentato, in cui lo strato metallico è interrotto a metà da un tratto di qualche millesimo di millimetro di larghezza. La grande sensibilità di questo risonatore sembra dipendere dal piccolo spessore del metallo e dalla presenza del vetro sulla superficie del quale scorrono le piccole scintille, che si osservano con una lente.

10°. Le due sezioni del risonatore sono riunite agli elettrodi di un tubo di Geissler che diviene luminoso.

11°. Invece di osservare la scintilla del risonatore Hertziano, si può porre presso ad essa una carta sensibile di cui il cangiamento di colore riveli l'esistenza delle scintille, e per conseguenza delle oscillazioni.

12°. La scintilla del risonatore può determinare l'esplosione di una mescolanza di idrogeno e ossigeno, o di idrogeno e cloro.

13°. La scintilla del risonatore può rivelarsi per il fatto che essa chiude un circuito contenente una pila e una soneria elettrica. Almeno questo è ciò che è stato detto.

14°. Si può sostituire alla pila precedente una pila secca, e alla soneria un elettroscopio, che devia allorchè la scin-

tilla stabilisce una comunicazione fra le due metà del risonatore.

15°. Un condensatore avente un telefono in derivazione sulle sue armature è intercalato nel risonatore. Il telefono fa sentire dei rumori a ciascuna scintilla.

16°. Un tubo a vuoto contiene due elettrodi in comunicazione con una batteria di accumulatori di cui la f. e. m. è pressochè sufficiente per produrre la scarica nel gas rarefatto. Allorchè si produce una debole scarica tra due altri elettrodi, che comunicano tra le due sezioni del risonatore, si produce una scarica anche fra i due primi, e questa è ben più visibile di quella data dal risonatore.

17°. Si può sostituire alla batteria di accumulatori del metodo precedente una pila secca e un elettroscopio. Questo devia allorchè si produce la scintilla nel risonatore.

18°. Si può impiegare un tubo a gas rarefatto con due elettrodi, aventi una forma particolare e comunicanti nello stesso tempo colle due sezioni del risonatore e con una pila nel circuito della quale si trova un galvanometro.

19°. Dando al tubo e agli elettrodi certe forme, e sotto certe condizioni, si può fare a meno del galvanometro, perchè nel sopraggiungere delle onde la luminosità del tubo cambia di forma e di posto e diviene molto più viva.

20°. Si ottiene un effetto simile al precedente, ma senza tubo a vuoto, impiegando due elettrodi nell'aria libera, l'uno a punta e l'altro sferico, in comunicazione coi poli di una macchina a influenza. L'effluvio si trasforma in scintilla sotto l'azione delle onde elettriche, se l'interruzione del risonatore è molto vicina agli elettrodi, o se una delle due metà comunica con la punta o l'altra con la sfera.

21°. Le onde elettriche producono una diminuzione della resistenza elettrica di un conduttore discontinuo. Si ottiene così un indicatore di onde elettriche, chiamato *coherer* da Lodge e *radioconduttore* da Branly, che tutti conoscono adesso, e che per la sua sensibilità superiore a quella di tutti gli altri indicatori conosciuti, ha acquistato un'importanza particolare.

II. I radioconduttori.

I fenomeni utilizzati nei radioconduttori sono stati scoperti in tempi diversi. Varley studiando un sistema particolare di parafulmini per apparecchi telegrafici riconobbe che una polvere conduttrice, sola e non mescolata con polvere isolante, non poteva essere impiegata nel suo apparecchio, perchè dopo essere stata attraversata da una forte scarica, le particelle si trovavano disposte in modo da formare una massa conduttrice. Ma, a rigore, in questo fenomeno si poteva soltanto vedere l'effetto conosciuto del forte calore prodotto dalla scarica.

Una diminuzione di resistenza prodotta da deboli correnti non fu scoperta che nel 1884 dal professore Calzecchi-Onesti. Egli impiegava la limatura metallica contenuta in un tubo di materia isolante nel quale penetravano due elettrodi metallici, e constatò che bastava far girare un poco il tubo attorno al proprio asse, per far sparire la conducibilità. Osservò anche la produzione della conducibilità con l'azione delle onde sonore. In queste esperienze erano generalmente extracorrenti o correnti indotte che producevano il fenomeno.

Il Branly constatò più tardi l'azione suddetta, e che si poteva far riprendere alla limatura la sua grande resistenza primitiva dando piccole scosse al tubo.

Il prof. Lodge arrivò nel 1889 a questi risultati, studiando un fatto osservato già a sua insaputa dal prof. Hugues, ossia che una piccola scintilla stabilisce una buona comunicazione fra due conduttori, che non si toccano abbastanza bene da permettere il passaggio di una debole corrente.

Il tubo a limatura fu impiegato quasi nello stesso tempo da Lodge e dai signori Le Royer e Van Berchem, come un indicatore di onde hertziane e da allora si è sempre preferito per la sua sensibilità, quando non era necessario conoscere l'azimut di vibrazione delle onde.

Non si sa ancora esattamente in quale maniera si compie il fenomeno dei radioconduttori. Secondo Branly esso sarebbe dovuto a una modificazione del dielettrico interposto fra le particelle di limatura. Secondo Lodge sarebbe prodotto da scintille

estremamente piccole fra le particelle, che darebbero luogo alle aderenze reciproche. Questa spiegazione si può completare ammettendo anche la possibilità di piccoli movimenti delle particelle, prodotti dalle forze elettriche, movimenti che avrebbero per effetto di disporle in filamenti conduttori. Ammettendo la prima spiegazione le scosse date al tubo avrebbero per effetto di rinnovare le porzioni di dielettrico interposte fra le particelle metalliche; ammettendo la seconda spiegazione le scosse avrebbero per effetto di rompere l'aderenza prodotta dalle piccole scintille. Le ricerche posteriori hanno fornito dei dati utili senza troncane nettamente la questione della causa del fenomeno.

Così le osservazioni al microscopio fatte da Arons e van Gulik, quelle di Vicentini, di Campanile e Di Ciommo su dei radioconduttori a goccia di mercurio, e quelle di Malagoli fatte con un metodo fotografico sembrano dar ragione alle vedute di Lodge perchè esse hanno permesso di sorprendere piccoli movimenti delle particelle, e piccole scintille tra loro, al momento in cui si produce a qualche distanza un'onda elettrica.

Lo stesso è delle esperienze di Tommasina che ha ottenuto queste curiose catene formate da particelle metalliche aderenti, come anche delle esperienze di Sundorph che riuscì a togliere con una calamita una gran parte della limatura di ferro formante il radioconduttore, senza fare sparire la conducibilità prodotta dall'onda. Non bisogna dimenticare che l'aderenza prodotta da una piccola scintilla tra i due conduttori che si toccano leggermente era stato osservato da Lodge, e recentemente da Maclean nei suoi curiosi radioconduttori.

Ma d'altra parte vi sono dei fatti che sembrano difficili a spiegarsi colla teoria di Lodge. Per esempio il perossido di piombo si comporta in modo contrario a quello delle limature metalliche; così pure altre sostanze.

A questi fatti contrari alla teoria di Lodge bisogna aggiungere che Branly costruisce dei radioconduttori nei quali le particelle metalliche sono immobilizzate in una massa dielettrica solida.

Sembra tuttavia che la presenza di un sottile strato estraneo, più spesso d'ossido, sia necessario o almeno utile al funzionamento dei radioconduttori.

Quantunque si sia riusciti a formare questi apparecchi con limature prive dello strato d'ossido, tuttavia Blondel ha ben dimostrato l'influenza di questo strato superficiale.

Un radioconduttore non costituisce in generale da solo un risonatore. È necessario che i suoi elettrodi comunichino con dei fili o altri conduttori in cui, sotto l'azione delle onde, si formino delle oscillazioni elettriche.

Alcuni radioconduttori perdono spontaneamente la conducibilità acquistata, come l'hanno riconosciuto Branly, Bose, Popoff e Ducretet e Tommasina.

Questi semplificherebbero molto le esperienze, perchè in tal caso non sarebbero necessarie disposizioni automatiche per scuotere il tubo. Però in generale queste sono necessarie e si impiega quasi sempre quella di Popoff. La corrente prodotta per l'aumento della conducibilità della limatura fa agire un *relais*, che chiude a sua volta un circuito secondario, comprendente un elettrocalamita, la cui armatura colpisce il radioconduttore. Talvolta nel circuito è inserito un ricevitore Morse.

Sembra che con i radioconduttori a carbone, descritti da Tommasina, basti un semplice telefono (che può contenere nel suo interno il radioconduttore) per avvertire l'arrivo delle onde.

La forma e la costituzione dei radioconduttori è stata molto variata da Bowlker, Maclean e da altri, e le disposizioni di Tissot e di Jervis-Smith sono particolarmente notevoli.

L'uso dei tubi a limatura, ci ha fornito l'occasione di imparare alcune regole pratiche nella loro costruzione. Si può dire, in generale, che la sensibilità dell'apparecchio è tanto più grande quanto più piccolo è lo spazio riempito di limatura e più sottili sono le sue particelle. Ma nello stesso tempo l'istrumento diviene sensibile alle influenze estranee e il suo funzionamento diventa poco sicuro. La scelta del metallo ha pure una grande influenza e sembra che il nickel sia il migliore. Infine è bene chiudere ermeticamente il tubo che contiene la limatura e farvi il vuoto, per essere sicuri che la sensibilità

dell'istrumento non vari col tempo, in seguito a una alterazione superficiale delle particelle, prodotte dal contatto dell'aria.

Sul fenomeno dei radioconduttori si sono fatte fino ad ora pochissime misure; ma già si sa, che la diminuzione della resistenza prodotta dalla scarica di un condensatore attraverso alla limatura è funzione non solo della carica del condensatore, ma anche del suo potenziale, e che per una capacità data non vi è effetto quando il potenziale è inferiore a un certo valore critico. Ciò esplica come un aumento della capacità del risuonatore possa dare cattivi risultati.

III. L'ottica delle oscillazioni elettriche.

La natura ondulatoria dei fenomeni prodotti da una scarica nel mezzo dielettrico fu dimostrata da Hertz per mezzo dell'esperienza classica delle interferenze tra le onde dirette e le onde riflesse normalmente a una parete metallica. L'illustre fisico ottenne anche la rifrazione delle onde, e dimostrò il loro stato di polarizzazione.

Questi risultati che confermano l'analogia o, forse meglio, l'identità di natura di questi fenomeni coi fenomeni luminosi, hanno evidentemente una importanza filosofica capitale. È naturale dunque che si sia cercato di allargare il nuovo campo di studi per vedere se l'accordo fra i due ordini di fenomeni si prosegue; ma non si è potuto farlo con profitto altro che quando si è riusciti a produrre oscillazioni hertziane d'una lunghezza d'onda molto piccola.

Interferenze. — Sembra che Boltzmann abbia realizzato per primo una esperienza simile a quella degli specchi di Fresnel; ma soltanto con apparecchi che permettono lo studio di oscillazione di alcuni centimetri solo di lunghezza d'onda, si può fare questa esperienza in modo esauriente, e constatare l'esistenza delle frange di interferenza, parallele all'intersezione dei due specchi.

I signori Klemencic e Czermack, Zehnder e più tardi l'autore di questa relazione hanno impiegato una disposizione alquanto diversa che si presta alla misura delle lunghezze d'onda. I due specchi (lamine metalliche) sono dap-

prima in uno stesso piano, e si sposta uno di essi secondo la direzione della sua normale. Il risuonatore al quale arrivano le onde riflesse dei due specchi mostra alternativamente dei massimi e dei minimi.

Esperienze simili all'esperienza ottica dell'interferenza con un solo specchio e a quella del biprisma riescono perfettamente. Nella prima di queste esperienze, vicino alla lastra riflettente si ha interferenza, quando l'asse di figura dell'oscillatore è, parallelo allo specchio, e si ha intensità massima quando l'oscillatore è perpendicolare al riflettore. Ciò dà spiegazione dei migliori effetti che si ottengono nella telegrafia senza fili quando le antenne sono verticali.

Una esperienza d'interferenza del tutto diversa da quelle dell'ottica, ma che ha la sua analogia in acustica nell'esperienza di Quincke, è stata fatta da Lang e da Drude, partendo dal fatto precedentemente dimostrato, che le onde elettromagnetiche possono propagarsi in lunghi tubi metallici. Secondo il primo di questi fisici si potrebbe misurare, operando come per il suono, la lunghezza d'onda dell'oscillazione, una volta ammesso (ciò che non sembra esatto) che il radioconduttore impiegato non abbia lunghezza d'onda propria e si comporti semplicemente come indicatore. Ma secondo Drude, ciò non avviene, perchè si trova come lunghezza d'onda il doppio del diametro del tubo formante l'apparecchio indipendentemente dall'oscillatore impiegato. Verosimilmente la propagazione delle onde dentro tubi conduttori non è che apparente ed è probabile che si tratti invece d'una propagazione nelle pareti da un capo all'altro del tubo.

A proposito della lunghezza d'onda degli oscillatori è bene notare che con le disposizioni sperimentali, che implicano l'uso di un risonatore, è sempre la lunghezza d'onda di quest'ultimo che si determina e non quella dell'oscillatore. Ciò dipende dallo smorzamento che è più grande per quest'ultimo apparecchio. Studiando direttamente la scintilla dell'oscillatore, come hanno fatto Trowbridge e Duane e più recentemente Décombe, si è potuto misurare il periodo, e conseguentemente la lunghezza d'onda propria di quest'apparecchio. Per il loro smorzamento rapido, le onde che esso produce

eccitano un oscillatore anche se la sua lunghezza d'onda è diversa. In ciò si ha la risonanza multipla.

Si sono anche riprodotte le interferenze con le lamine sottili. Dopo i primi saggi di Trouton l'esperienza è riuscita perfettamente impiegando lunghezze d'onda molto piccole, perchè s'è constatato che una lamina dielettrica avente un certo spessore riduce a zero l'intensità dell'onda riflessa, mentre che un'altra di spessore doppio dà sotto la stessa incidenza un'intensità massima, e una terza di spessore triplo dà di nuovo l'interferenza, ecc.

Come in ottica, vi è perdita di fase di una semi lunghezza d'onda nell'una delle due riflessioni, e per trasmissione si hanno sempre risultati inversi a quelli ottenuti per riflessione.

Si è potuto anche riprodurre, con completo successo, il caso di una lamina sottile di cui l'indice di rifrazione ha un valore intermedio fra quello degli indici di due mezzi diversi che toccano le sue due faccie (per esempio lamina di paraffina fra zolfo e aria).

Diffrazione. — I fenomeni di diffrazione delle onde elettromagnetiche sono dimostrati implicitamente dall'imperfetta delimitazione di un fascio di raggi di forza elettrica riflesso da uno specchio, e da altre particolarità simili. Ma si possono realizzare delle esperienze del tutto simili a quelle della diffrazione della luce, ponendo delle lastre metalliche sulla superficie di una delle onde emesse dall'oscillatore. Si è ottenuta così la diffrazione con una fessura o con il bordo di un corpo opaco, e l'effetto dato dal diaframma di Fresnel.

Più tardi si è ottenuta la diffrazione per mezzo di un reticolo.

Assorbimento e trasmissione. — Lo studio dell'assorbimento delle radiazioni elettriche operato dai diversi corpi è meno semplice che esso non sembri dapprima. Generalmente lo spessore delle lamine di cui si vorrebbe studiare il potere assorbente è poco superiore, e anche inferiore alla lunghezza d'onda e rientrano i fenomeni delle lamine sottili. L'intensità dell'onda trasmessa è dunque una funzione complessa dello spessore, e non cresce sempre quando lo spessore aumenta.

Si è sfuggita questa difficoltà in due modi. O ponendo la lastra sopra un conduttore piano, e facendovi cadere normalmente l'onda piana prodotta da un oscillatore munito di un riflettore parabolico. Si studia allora l'onda riflessa (risultante delle riflessioni successive sulle due facce della lastra), di cui l'intensità non è minore di quella che essa possiede, quando si allontana la lastra, altro che se questa è dotata di un potere assorbente. Oppure si pone semplicemente la lastra, che deve essere spessa, sulla strada delle onde e ci si assicura che la diminuzione dell'effetto sul risonatore è dovuta all'assorbimento, constatando che l'intensità dell'onda trasmessa decresce regolarmente quando si aumenta poco a poco lo spessore della lastra.

Nel caso dei liquidi si è proceduto anche in un'altra maniera.

Si è circondato da ogni parte il risonatore con il corpo da studiare e in tal modo Branly ha constatato, per esempio, che l'acqua del mare assorbe più che l'acqua pura, e questa più dell'olio.

In quanto ai corpi più assorbenti, ossia ai metalli, Bjerknæs giunge a determinare in un modo ingegnoso la profondità alla quale le onde penetrano nell'interno del corpo.

Riflessione. — La riflessione delle onde Hertziane si è studiata tanto sui metalli che sui dielettrici, tanto dal punto di vista dell'ottica geometrica, quanto da quella dell'ottica fisica, e si è giunti alla conclusione che il fenomeno si compie nello stesso modo che nella luce.

Così l'intensità dell'onda riflessa varia con l'azimut delle vibrazioni sull'onda incidente e con l'angolo d'incidenza, come per le onde luminose, e esiste un'incidenza di polarizzazione nel caso dei dielettrici, o un'incidenza principale nel caso dei metalli.

Sotto condizioni simili a quelle che sono necessarie in ottica per avere raggi riflessi a vibrazioni circolari o a vibrazioni ellittiche, si sono ottenute, con la riflessione sui metalli delle onde riflesse, che per il loro carattere debbono essere considerate come onde a vibrazioni circolari o ellittiche. In questo modo si sono ottenute per la prima volta onde hertziane di questa specie.

Infine la riflessione su lastre di legno o su lastre di gesso dimostra fenomeni analoghi ai fenomeni ottici della riflessione cristallina.

Rifrazione. — I fenomeni di rifrazione delle onde hertziane sono del tutto analoghi a quelli dell'ottica.

Riflessione totale. — Si ottiene in modo evidente con prismi dielettrici a base di triangolo rettangolo. Due prismi simili che si toccano con le loro ipotenuse si comportano come una massa a facce parallele e la riflessione totale non ha più luogo; essa non ricomincia che quando si allontanano le suddette facce fino a una certa distanza.

Con lunghe colonne formate da un dielettrico (p. es. paraffina) si ottiene un fenomeno analogo a quello delle fontane luminose. Infine dei prismi di zolfo o di paraffina a sezione di parallelogramma o di trapezio, all'interno del quale le onde si riflettono totalmente due o tre volte, hanno permesso di ottenere, come con gli apparecchi simili di Fresnel, i fenomeni di polarizzazione circolare o ellittica con la riflessione totale.

Doppia rifrazione. — Questo fenomeno è stato ottenuto per la prima volta con delle lamine di legno e più tardi con lamine cristalline; ma soprattutto col gesso il fenomeno è stato lungamente studiato.

Il legno si comporta come un birifrangente a un asse, e quest'asse coincide con la direzione delle sue fibre. Ma nello stesso tempo esso assorbe in parte le onde hertziane, e in proporzione diversa, secondo che le vibrazioni sono parallele o perpendicolari alle fibre. Nel primo caso l'assorbimento è più grande.

Il legno ricorda così le proprietà della tormalina. Infine col legno si possono fare delle lastre semionda o quarti d'onda, ecc.

Col gesso si può ottenere lo stesso risultato e riprodurre i fenomeni di polarizzazione ellittica.

Le linee di estinzione per le lastre di sfaldatura principale non coincidono con quelle che corrispondono ai raggi luminosi, ciò che si poteva prevedere, e che si spiega con la diversità della lunghezza d'onda. Per le onde hertziane il fenomeno rappresenta quasi un caso limite e più intimamente

legato alla struttura cristallina che nel caso della luce. Infatti una delle linee di estinzione coincide sensibilmente con la direzione della sfaldatura secondaria non fibrosa.

Finalmente si è giunti a misurare i tre indici di rifrazione principali del gesso per le onde hertziane, per mezzo di prismi tagliati in diverse maniere, e a confermare la direzione degli assi dell'elissoide di polarizzazione, indicata dalle esperienze di doppia rifrazione, osservando l'orientazione di piccoli dischi di gesso in un campo elettrico uniforme alternativo.

L'insieme di queste esperienze mostra l'identità supposta delle onde elettromagnetiche con le luminose. I pochi insuccessi incontrati in questi studi si possono attribuire alla diversità di lunghezza d'onda.

Non si è ancora riusciti ad ottenere la doppia rifrazione di un dielettrico isotropo con la deformazione meccanica, nè la polarizzazione rotatoria naturale o magnetica; ma si sa che questi fenomeni si indeboliscono in generale quando la lunghezza d'onda cresce, ed è possibile ed anche probabile, che, per onde lunghe come quelle degli oscillatori, esse divengano nulle o quasi.

È vero che si sono potuti formare, per mezzo delle fibre vegetali torte, dei pezzi che producano una rotazione delle vibrazioni; ma così non si ha che una imitazione del fenomeno.

In ogni caso se vi è qualche insuccesso non si sono mai verificati dei risultati in opposizione con quelli che danno le onde luminose, e la grande analogia messa in evidenza dalle esperienze testè esposte non viene per nulla tolta.

IV. La telegrafia con le onde hertziane.

Il professore R. Threlfall è il primo a quanto sembra che abbia proposto (nel 1890) quest'applicazione delle esperienze di Hertz; ma certamente il Crookes è il primo che abbia mostrato la via da seguire per arrivare a risultati pratici fino ad indicare l'utilità dell'impiego del ricevitore Morse, e a discutere i vantaggi e i difetti della telegrafia senza fili.

Quasi nello stesso tempo Tesla proponeva di trasmettere delle oscillazioni elettriche a distanza per mezzo di due an-

tenne verticali terminate da larghi conduttori e poste in due stazioni elevate.

Un poco più tardi il prof. Rathenau descrivendo le sue esperienze di telegrafia senza fili, fatte nel 94, suggerì come una possibilità dell'avvenire, l'impiego delle onde elettromagnetiche ad uno scopo simile.

Lo studio delle scariche atmosferiche fece entrare la questione sulla sua fase sperimentale. Infatti diversi fisici, soprattutto il Popoff, stabilirono degli apparecchi destinati allo studio o alla registrazione di queste scariche e questi apparecchi erano più o meno simili ai ricevitori della attuale telegrafia senza fili.

Durante questo tempo il Lodge ottenne per mezzo del coherer la trasmissione dei segnali a distanza abbastanza grandi e il Rutherford, col suo indicatore magnetico arrivò a distanze di centinaia di metri.

Ma il giovane inventore italiano Marconi, ha, primo, indipendentemente dai suoi predecessori e quando questi saggi erano quasi ignorati, saputo realizzare un sistema completo di telegrafia con le onde hertziane, e farlo funzionare per distanze di decine di chilometri, dopo aver vinto numerose difficoltà pratiche per mezzo di disposizioni ingegnose.

Non descriverò qui gli apparecchi che esso impiega e mi limiterò a esaminare certe questioni relative alla telegrafia con le onde hertziane che possono presentare qualche interesse scientifico.

Dapprima si presenta la funzione delle due antenne.

Come si sa queste antenne sono lunghi fili verticali; l'una di esse comunica con uno dei poli del rocchetto di induzione di cui l'altro polo è messo a terra; l'altra posta alla stazione ricevitrice, comunica con uno degli elettrodi del radioconduttore, mentre che il secondo elettrodo è a terra.

Esaminiamo prima di tutto l'azione dell'antenna dell'oscillatore. Si è riconosciuto che si poteva sopprimere la comunicazione al suolo del secondo polo del rocchetto di induzione e sostituirvi una seconda antenna sul prolungamento della prima. Se si riflette che al momento della scarica le due scintille nell'aria stabiliscono una comunicazione istantanea fra i due fili

e le due sfere dell'oscillatore si è condotti a supporre che si potrebbe modificare la disposizione adottata e mettere i due fili in comunicazione diretta con le palline.

Allora l'insieme delle sfere e delle antenne costituirà un grande oscillatore rettilineo.

Si è così condotti ad ammettere che l'antenna faccia parte dell'oscillatore e aggiunga alle sfere della capacità e soprattutto dell'autoinduzione e, per conseguenza produca un aumento di lunghezza d'onda e nello stesso tempo un aumento nella lunghezza dell'oscillatore, ciò che ne aumenta la portata.

Le onde emesse sono certamente riflesse dal suolo, e l'effetto osservato nell'apparecchio ricevitore è quello che risulta dall'interferenza fra le onde dirette e le onde riflesse. Nella disposizione ordinaria dell'oscillatore, in cui non vi è che una antenna in comunicazione con un polo del rocchetto, mentre l'altro polo è a terra, la riflessione delle onde completerà in qualche modo l'oscillatore, aggiungendo all'antenna esistente la sua immagine elettrica.

Questa maniera d'interpretare l'azione dell'antenna dell'oscillatore non rappresenta che una opinione personale; ma ricerche recenti vengono in suo aiuto.

Ordinariamente si dà del funzionamento dell'antenna un'altra spiegazione, nella quale si suppone che l'oscillatore abbia il periodo d'oscillazione proprio al sistema delle due sfere sole e che le onde si propaghino nell'antenna per sfuggire in qualche modo dalla sua estremità.

Il funzionamento dell'antenna del ricevitore sembra evidente. Inoltre la sua presenza permette di avvicinarsi alla risonanza.

Un'altra questione è quella della direzione dell'antenna. Se essa è orizzontale invece di essere verticale, gli effetti che si ottengono sono più deboli. Una esperienza di riflessione già citata ne dà una spiegazione sufficiente, se si ricorda che le onde si riflettono certamente sul suolo.

Al tempo dei primi saggi di telegrafia con le onde hertziane, si sono enunciate opinioni molto singolari. Ne enuncierò una che ha dato luogo a ricerche sperimentali, quella della pretesa

penetrazione delle onde in un involucro conduttore completamente chiuso.

Con involucri metallici tali che tutte le parti che li compongono siano in perfetto contatto, non si osserva il minimo effetto sopra un indicatore molto sensibile interamente contenuto in questo involucro; ma se vi sono contatti imperfetti un'azione vi si produce. Si è anche studiato sperimentalmente l'influenza della forma e dell'orientazione della fenditura per la quale le onde entrano nell'involucro.

A proposito di quest'ultima espressione mi permetto di osservare che non mi sembra bene scelta. Non mi sembra esatto dire che le onde entrano per la fenditura e preferisco considerare la cosa in un altro modo. I pezzi che formano l'involucro sono sede di correnti ondulatorie quando le onde arrivano su di essi. Queste correnti si compensano nell'interno dell'involucro, se questo è completo; ma questa compensazione non ha più luogo quando le correnti restano modificate per qualche interruzione nella continuità del metallo.

Si è detto che le onde possono attraversare facilmente grandi colline interposte fra due stazioni. Le recenti esperienze hanno dimostrato invece che una semplice nave può interrompere le comunicazioni. Mi sembra dunque che la pretesa penetrabilità delle colline sia semplicemente un fenomeno di diffrazione.

Un'ultima questione resterebbe da esaminare, quella della distanza massima alla quale si possono ottenere buone trasmissioni di segnali. Si è riconosciuto che questa distanza cresce con l'altezza delle antenne, secondo una legge espressa per mezzo di una formola empirica. Veramente si possono calcolare le onde emesse da un oscillatore rettilineo infinitamente piccolo e assorbite da un risonatore simile; ma sembra che questo caso teorico sia troppo lontano dal caso reale. Si sono anche date formole complesse in cui si tien conto dello smorzamento, ma esse si prestano a serie obiezioni. Infine è quasi impossibile tener conto delle perturbazioni prodotte dalla terra e dai diversi oggetti che si trovano vicino agli apparecchi o vicino alla linea che congiunge le due stazioni. Per ora dunque è necessario contentarsi dei dati empirici.

Sarà pure riservato all'avvenire ogni giudizio sulla praticità e sulla utilità della telegrafia con le onde hertziane.

Sopra questo tema si è a un tempo troppo scettici o troppo entusiasti. Così, mentre da un lato si è espressa l'opinione che per certi tragitti le linee telegrafiche terrestri e i cavi sottomarini sparirebbero, dall'altro si è sostenuto che la telegrafia senza fili non possiede ancora un grado sufficiente di sicurezza perchè il suo impiego possa generalizzarsi, specialmente in guerra.

Forse la verità si trova fra queste due opinioni. È certo che la trasmissione dei dispacci è molto più lenta che in qualunque altro sistema di telegrafia; che le trasmissioni spesso sono impedita, da difetti d'isolamento prodotti dall'umidità, o quando due oscillatori (o più) funzionino nello stesso tempo, o durante violenti temporali, o ancora per la prossimità di correnti di illuminazione; che in mare l'oscillatore può produrre perturbazioni dannose sulle bussole; e che la trasmissione non può essere segreta.

Ma vi sono dei casi in cui non si possono stabilire delle linee telegrafiche, o nei quali è comodo e economico di farne a meno; per esempio per lo scambio dei segnali fra due navi fra loro o con le coste. Si può dire che in tali casi la telegrafia con le onde hertziane potrà dare dei risultati preziosi, anche nel suo stato attuale, e senza tener conto dei perfezionamenti che certamente le saranno apportati.

L'inconveniente che in generale colpisce di più è l'impossibilità di mandare i segnali soltanto al luogo voluto o almeno in una direzione determinata.

Sono state proposte diverse disposizioni destinate a rimediare a questo difetto; ma esse non sembrano sufficienti e in ogni caso non hanno ancora ricevuto la sanzione dell'esperienza. Una delle più ingegnose è forse quella del signor Tommasi consistente nell'uso di un secondo oscillatore che si fa funzionare a caso in modo da impedire a qualsiasi ricevitore di raccogliere i dispacci mandati dall'oscillatore principale, salvo al di là di una certa distanza che l'oscillatore secondario di minore forza non può oltrepassare.

Per i piccoli apparecchi di laboratorio, l'uso di un riflettore parabolico permette di mandare le onde quasi esclusivamente in una direzione determinata, ma per un oscillatore a lunga antenna la cosa è quasi impossibile, e che io sappia, essa non è stata ancora provata.

Alla prima sembra che si possa raggiungere lo scopo impiegando un risonatore perfettamente all'unisono con l'oscillatore corrispondente. Ma allora bisognerà modificare gli apparecchi, perchè, come ora sono, per il forte smorzamento dell'oscillatore, un risonatore entra in azione anche quando il suo periodo non è uguale a quello dell'oscillatore.

Si è così condotti ad aumentare l'autoinduzione dei due apparecchi, come hanno fatto i Sigg. Lodge e Muirhead, per arrivare a una migliore sintonizzazione, ma la distanza massima alla quale si possono mandare i segnali diventa molto piccola.

Qualunque sia il valore che si danno a queste considerazioni, tutti si troveranno d'accordo, io credo, per riconoscere che, tale com'è, la telegrafia con onde hertziane è una delle più notevoli applicazioni che siano state fatte, nei nostri tempi, di un principio scientifico.

GIULIO PACHER

Il giorno 28 dicembre 1900 si spense in Padova, nella età di 33 anni, il dottore Giulio Pacher, 1° assistente dell'Istituto di Fisica e Libero Docente in Fisica sperimentale. Nacque a Primolano, dove il padre era ricevitore di dogana, e fece i primi studi a Treviso ed a Venezia. Potè compiere quelli universitari a Padova, provvedendo a se stesso e con lezioni private e con assegni di studio, ottenuti per concorso. Durante l'ultimo anno di Università fu assistente onorario del prof. Righi. Conseguì la laurea in fisica nel 1890, riportando il massimo dei punti. Dopo aver prestato il servizio militare ed avere conseguito il grado di tenente nel Genio, fu assunto dal prof. Battelli come assistente dell'Istituto di Fisica di Padova ove nel 1895, sotto il prof. Vicentini fu promosso 1° assistente.

Nel 1895 incominciò a farsi conoscere colle sue pubblicazioni. Dotato di forte ingegno e di attitudini sperimentali spiccate, trattò di argomenti vari, mostrando nelle sue ricerche metodo rigoroso, acutezza di osservazione e soda cultura. Coi suoi lavori si guadagnò la libera docenza per titoli.

Era una speranza della Fisica in Italia; e quando appunto bello gli sorrideva l'avvenire dell'insegnamento e delle gare scientifiche e quando la sua vita era allietata dalla gaja famigliaola che si era formata, un male improvviso, acuto, che lo colse proprio durante l'azione, lo ha rapito ai suoi cari ed ai suoi amici che lo amavano e lo stimavano grandemente.

Le manifestazioni di sincero cordoglio di tutta l'Università di Padova dimostrarono la considerazione in cui era tenuto e l'affetto che colle belle sue doti erasi conciliato da parte di quanti tengono in pregio la fermezza dell'indole, l'ingegno e l'amor vero alla scienza.

Pubblicazioni del dott. G. Pacher

1. Sulla variazione di volume del tallio nell'atto della fusione e sulla sua dilatazione termica allo stato liquido. Nota pubblicata nel *Nuovo Cimento*, 1895.
2. Sui raggi di Röntgen. Produzione, proprietà, natura, applicazione, pratica per ottenere le ombre. Rosenberg e Sellier, Torino, 1896.
3. I microsismografi dell'Istituto di Fisica della R. Università di Padova. *Atti del R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti*, Serie VII, tomo VIII, pag. 1110, con 5 tavole, e *Bollettino della Società Sismologica Italiana*, vol. III, pag. 65, 1897.
4. Sull'attrito interno di alcuni elementi allo stato liquido. Nota I. *Atti del R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti*, tomo IX, serie VII, 1897-98.
5. Anomalia dell'attrito interno dell'acqua in prossimità ai 4 gradi. *Atti del R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti*, tomo LVIII, parte II, pagine 785-814, 1898-99, e *Nuovo Cimento*, 1899.
6. Su alcune esperienze eseguite coll'interruttore di Wehnelt. *Atti del R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti*, tomo LVIII, parte II, pag. 777-784, e *Nuovo Cimento*, 1899.
7. Bollettino Sismografico dell'Istituto di Fisica della R. Università di Padova. Spoglio dei diagrammi sismografici dal 1^o gennaio al 30 giugno 1899. *Atti del R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti* 1898-99, tomo LVIII, parte II. Annessi.

Colla collaborazione del dott. Finazzi.

8. Sull'attrito interno dei liquidi isolanti in un campo elettrico costante. *Atti del R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti* 1899-900, tomo LIX, parte II, pag. 390-402.
9. Anomalia dell'attrito interno delle soluzioni acquose in vicinanza alla temperatura del loro massimo di densità. *Atti del R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti* 1899-900, tomo LIX, parte II, pag. 1034-1048.

Come collaboratore del prof. Vicentini.

10. Esperienze coi raggi di Röntgen. *Memorie del R. Istituto Veneto*, vol. XXV, numero 7, 1896.
11. Fotografie prodotte attraverso a corpi opachi da scariche elettriche, e fotografie di figure elettriche. *Atti del R. Istituto Veneto*, vol. VII, serie VII, 1896.
12. Considerazioni sugli apparecchi sismici registratori e modificazione del microsismografo a due componenti. *Atti del R. Istituto Veneto*, vol. VII, serie VII, 1896 e *Bollettino della Società Sismologica*, vol. II, 1896.
13. Di alcune esperienze colle correnti di Tesla. *Atti della R. Accademia di scienze, lettere ed arti in Padova*, vol. XII, 1896.
14. Microsismografo per la componente verticale. Descrizione e risultati. *Atti del R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti*. Seduta del 10 Luglio 1898.



LIBRI NUOVI

JAHRBUCH DER ERFINDUNGEN

di H. GRETSCHEL *e* H. HIRZEL.

(Editore Quandt e Handel, Leipzig, 1899).

Quest'annuario non è altro che una rivista delle scoperte che nei vari rami della scienza si sono fatte in questi ultimi tempi. E di ogni scoperta gli Autori non si limitano a dare un accenno, ma ne fanno una esposizione chiara ed esatta che in molti casi può supplire benissimo le memorie originali.

Questo libro è utilissimo specialmente a chi si voglia mantenere al corrente coi progressi delle scienze e non abbia molto tempo per studiare partitamente i vari trattati speciali.

M. PANDOLFI.

UEBER MEHRPHASIGE STROMSYSTEME BEI UNGLEICHMÄSSIGER BELASTUNG

di WLAD. KARAPETOFF.

(Stuttgart, Ferdinand Enke, 1900).

In questa pregevole memoria, che forma il 7.^o ed 8.^o fascicolo del II volume del « Sammlung elektrotechnischer Vorträge » l'A. tratta i più importanti problemi relativi alle reti di distribuzioni con un numero qualunque di correnti alternate. Egli lascia sempre alla sua trattazione il massimo grado di generalità non facendo nessuna restrizione sulla grandezza delle tensioni e dei corrispondenti spostamenti di fase delle singole correnti che costituiscono il sistema polifase, e ritiene soltanto l'ipotesi che dette tensioni siano sinusoidali e della stessa frequenza.

Per ogni problema viene sempre accompagnata alla soluzione analitica una soluzione grafica ed i risultati generali vengono illustrati con frequenti applicazioni numeriche alle ordinarie correnti trifasiche.

F. MACCARRONE.

RIVISTA

Comptes Rendus. T. CXXX, Giugno 1900.

TURPAIN A. *Sullo stato elettrico di un risuonatore di Hertz in attività* (pp. 1541-1544). — Applicando un metodo che gli ha permesso di rendersi conto, nello stesso istante, dello stato elettrico nei diversi punti di un risuonatore, lungo tutto il conduttore che lo costituisce, l'A. ha sperimentato su risuonatori di forma diversa, ed è giunto alla conclusione seguente:

Si ha un nodo di vibrazione a ciascuna estremità del risuonatore in attività, e un ventre nel punto egualmente distante dalle estremità stesse.

CRÉMIEU V. *Ricerche sull'esistenza del campo magnetico prodotto dal movimento di un corpo elettrizzato* (pp. 1544-1549). — Esperienze di Rowland ¹⁾ e di Rowland e Hutchinson ²⁾ sembravano confermare l'ipotesi, secondo cui si ammette che lo spostamento di un corpo elettrizzato, avente una densità superficiale σ e una velocità v , produca lungo tutta la traiettoria seguita dal corpo, al momento del suo passaggio, gli effetti magnetici di una corrente di conduzione, la cui intensità può calcolarsi ad ogni istante per mezzo della formula:

$$di = ds \sigma \frac{v}{V}$$

essendo ds l'elemento di superficie, e V il rapporto delle unità elettromagnetiche alle unità elettrostatiche delle quantità di elettricità. L'A. si è proposto di verificare sperimentalmente le conseguenze dedotte dal Lippmann ³⁾ dalle esperienze di Rowland, che cioè variazioni magnetiche devono produrre un movimento dei corpi elettrizzati situati nel campo. L'A. riporta qui un sunto della prima parte delle sue ricerche, nelle quali ha tentato di ripetere le esperienze di Rowland, ponendosi nelle condizioni più favorevoli. Descritto l'apparecchio definitivo adottato e i risultati di tre serie di esperienze, l'A. conclude che il movimento di un corpo elettrizzato non sembra produrre effetti magnetici.

1) Pogg. Ann., t. 158, p. 487.

2) Philos. Mag., 5. serie, t. 27, p. 445.

3) C. R., t. 89, p. 151.

GUILLET A. e V. *Oscillometro balistico — Misura della quantità di elettricità e dell'energia elettrica distribuita dalle correnti continue* (pp. 1549-1551). — In questa Nota gli A. descrivono un apparecchio assai semplice, col quale si può calcolare sia la quantità di elettricità, sia l'energia fornita da una corrente continua.

BOUSSINESQ J. *Riduzione di alcuni problemi di riscaldamento o di raffreddamento per irraggiamento, al caso più semplice del riscaldamento o del raffreddamento degli stessi corpi per contatto: riscaldamento di un muro di spessore indefinito* (pp. 1579-1583). — L'A. studia vari casi in cui il calcolo delle temperature di un corpo atermico, raffreddato o riscaldato per irraggiamento positivo o negativo dei diversi elementi della sua superficie, può ridursi più semplicemente al calcolo delle temperature del corpo stesso, raffreddato e riscaldato per contatto. Rileva l'importanza che ha la conoscenza dei casi in cui il primo problema può ridursi al secondo, tanto più che fra i primi può comprendersi alcuni dei più interessanti problemi della teoria analitica del calore, come quelli che concernono sia il raffreddamento secolare della crosta terrestre, sia le temperature invariabili che tendono a prendere i diversi punti di questa crosta, o pure quelli del nucleo terrestre sottostante, sotto l'influenza delle temperature esterne fisse e cognite, ma ineguali, realizzate al disopra dai diversi elementi della superficie.

BECQUEREL H. *Nota sul irraggiamento dell'uranio* (pp. 1583-1585). — L'A. si è proposto di ricercare se l'uranio emetteva, al pari del radio, raggi deviabili, e se essi non fossero dovuti a un'altra sostanza attivissima mescolata all'uranio. La disposizione impiegata dall'A. era quella di cui già aveva fatto uso per mettere in evidenza la deviazione elettrostatica del irraggiamento del radio. I risultati ottenuti sono, che anche l'uranio emette raggi deviabili ed è ancora attivo, quando sia stato purificato della sostanza attivissima colla quale è mescolato, e che potrebbe essere l'attinio.

CAILLETET L., COLARDEAU e RIVIÈRE. *Ricerche sulle tensioni del vapore di mercurio saturo* (pp. 1585-1591). — Gli A. descrivono due metodi tenuti per verificare i risultati già trovati da Regnault sulla tensione del vapore saturo di mercurio fino a 500° e per determinare tale tensione a temperature più alte. Hanno in tal modo riconosciuti pressochè esatti i risultati ottenuti dal Regnault, con un metodo meno preciso di quello seguito dagli A., e riportano nella tabella, che noi trascriviamo, la tensione del vapore saturo di mercurio da 400° a 880°, oltre la quale temperatura

non hanno potuto eseguire esperienze, non prestandovisi l'apparecchio adottato per tali misure.

Temperature	Pressioni
400°	2 ^{ma} , 1
450°	4,25
500°	8,00
550°	13,8
600°	22,8
650°	34,0
700°	50,0
750°	72,0
800°	102,0
850°	137,5
880°	162,0

CHATELIER (LE) H. *Sui punti angolari delle curve di solubilità* (pp. 1606-1608). — Nei suoi studi anteriori sulla dissoluzione, l'A. ha mostrato che a ogni cambiamento nella natura del corpo cristallizzato in equilibrio col liquido corrisponde un cambiamento brusco nella direzione della curva di solubilità, cioè un punto angolare. Di questi punti angolari esistono due categorie distinte. Gli uni corrispondono a un cambiamento allotropico, o a un cambiamento di idratazione del corpo considerato, nel qual caso il rapporto delle tangenti trigonometriche dei due rami della curva è uguale al rapporto dei calori latenti di dissoluzione delle due varietà del corpo cristallizzato.

La seconda categoria dei punti angolari corrisponde al cambiamento reciproco dei due corpi della dissoluzione. Questi sono i punti *eutectici* di Guthrie: la loro temperatura è la più bassa alla quale possa esistere la dissoluzione. L'A. si è proposto in questa Nota di dimostrare che esiste pure una relazione semplice tra le tangenti trigonometriche dei due rami della curva che vengono a incontrarsi in questo punto, e ha trovato che: *al punto eutectico, le tangenti trigonometriche delle due curve sono nel rapporto dei calori latenti di dissoluzione dei pesi dei due corpi, eguali a quelli che si trovano nella soluzione satura.*

Questa legge comprende, come caso particolare, quella che l'A. aveva precedentemente stabilita per i punti angolari, corrispondenti a un cambiamento allotropico.

TURPAIN A. *Sulla distribuzione elettrica lungo un risuonatore di Hertz in attività* (pp. 1609-1611). — Applicando il metodo di osservazione descritto nella sua Nota precedente, allo studio di

un risuonatore a due spire e a un risuonatore a due micrometri, l'A. ha trovato che, se si concepisce il movimento elettrico ipotetico lungo un risuonatore filiforme in attività nello stesso modo secondo cui si produce il moto dell'aria in un tubo sonoro, il risuonatore può essere paragonato ad un tubo sonoro, chiuso alle sue due estremità e presentante nella sua lunghezza due concamerazioni.

Il risuonatore deve essere considerato come avente un ventre di vibrazione alla metà della sua lunghezza, e due nodi di segno contrario ai suoi due estremi.

CHEVALLIER H. *Le modificazioni permanenti dei fili metallici e la variazione della loro resistenza elettrica* (pp. 1612-1614). — In una precedente Nota l'A. ha mostrato che se si sottopone un filo di una lega di platino e di argento a un certo numero di perturbazioni alla temperatura T_1 , alternando con serie di oscillazioni tra due temperature più basse T_0 e T_1 , la sua resistenza, misurata alla temperatura T_0 , tende verso un limite, detto *limite dei limiti*, relativo alle temperature T_1 . Questo limite dei limiti subisce grandi spostamenti, diversi per fili temprati e per fili ricotti, quando T_1 varia fino alla temperatura del rosso vivo. Per il filo temprato, quando T_1 va crescendo, l'A. ha trovato che il limite dei limiti passa sempre per lo stesso massimo a 320° , e per lo stesso minimo a 475° . Quando T_1 decresce, ha trovato invece che quel limite passa successivamente per un minimo verso 460° , per un massimo verso 320° e torna a decrescere fino a 200° .

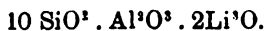
Per il filo ricotto ha riscontrato un massimo verso 320° e un minimo verso 460° . Le tre curve che ha costruito nei tre casi considerati, presentavano tutte e tre lo stesso andamento, e un massimo verso 320° - 330° e un minimo verso 460° - 475° .

VILLARD P. *Sui raggi catodici* (pp. 1614-1616). — Prendendo come elettrodi i filamenti di due lampade a incandescenza saldate su un raccordo di vetro, l'A. ha osservato al catodo lo sviluppo di calore, già rilevato nei tubi a vuoto di Crookes, alla pressione di 1 mm. di mercurio. Lo stesso fenomeno si è manifestato a pressioni più elevate, fino a quella atmosferica, prendendo per elettrodi fili metallici sottili, ed evitando con cura che passasse la corrente inversa. È naturale secondo l'A., ammettere che il fenomeno sia prodotto, a ogni pressione, sempre dalla stessa causa, e che risulti dalla formazione dei raggi catodici, di cui l'energia specifica sarebbe debolissima a pressioni elevate. La caduta del potenziale necessario per portare all'incandescenza un conduttore, p. es. un filamento di lampada, per *effetto catodico* dovrebbe essere molto più grande che se il filamento fosse reso incandescente per

effetto Joule, e per conseguenza l'intensità (efficace) molto minore. È così che l'A. pensa possa spiegarsi come dovuta all'effetto catodico l'incandescenza della lampada a un solo filamento, nelle esperienze di Tesla. Colla frequenza impiegata in quel caso, la capacità elettrica dell'ampolla sarebbe sufficiente, perchè la corrente potesse acquistare l'intensità necessaria, senza l'impiego di un anodo.

BOUSSINESQ J. *Il problema del raffreddamento della crosta terrestre, trattato dallo stesso punto di vista del Fourier, ma con un metodo d'integrazione più semplice* (pp. 1652-1658). — Di seguito alla sua Nota precedente, l'A. trova in modo semplice le due formule ottenute dal Fourier, per esprimere le temperature successive della superficie terrestre, e dalle quali egli ha dedotto la teoria del raffreddamento del globo, che l'A. riassume rapidamente. Le conclusioni interessanti di tale teoria sono che, nell'ipotesi che il raffreddamento abbia avuto principio con i tempi storici, il raffreddamento secolare attuale della superficie sarebbe solamente la 4220^a parte di un grado centigrado. Supponendo infine la temperatura iniziale di 1000°, si avrebbe per il valore del tempo trascorso dall'origine del raffreddamento il numero di 45 mila secoli, cioè da 4 a 5 milioni di anni.

CHATELLIER (LE) H. *Sulla dilatazione della silice fusa* (pp. 1703-1705). — Esperimentando su vari prismi di silice fusa lunghi 50 mm. e larghi 10 mm. l'A. ha trovato per coefficiente medio di dilatazione fra 0° e 1000°, il valore 0,0000007. La silice fusa sembrerebbe così, di tutti i corpi conosciuti, quello che ha la più debole dilatazione. L'A. ha studiato ancora quale miscuglio poteva unire a una fusibilità sufficiente una dilatazione minima, e per quanto i risultati ottenuti non siano molto regolari, sembra soddisfare a quelle condizioni il miscuglio



BOUSSINESQ J. *Problema del raffreddamento di un muro per irraggiamento ricondotto al caso più semplice in cui il raffreddamento abbia luogo per contatto* (pp. 1731-1736). — L'A. in questa Nota tratta come applicazione della teoria svolta nella sua prima Nota, il caso del raffreddamento di un muro di spessore indefinito, a partire da temperature date, all'istante $t = 0$, dal suo strato $x = 0$ fino ai suoi strati profondi $x = \infty$.

FLOQUET G. *Sul movimento di un filo nello spazio* (pp. 1745-1748). — In una precedente Nota, comparsa nei C. R. il 14 ottobre 1892, l'A. ha indicato un metodo che riconduce all'integra-

zione di alcune equazioni a derivate parziali la ricerca dei movimenti possibili del filo. Supponendo ora che le proiezioni sugli assi della forza, da cui suppone sia sollecitato ciascun elemento, dipendano unicamente dalla velocità, e riguardando come costante il prodotto dello spessore del filo per la sua densità in un punto, l'A. ricerca se esiste un movimento che possa rappresentarsi per mezzo dello spostamento del filo lungo un'elica animata di un movimento di traslazione rettilineo, parallelo alle generatrici del cilindro corrispondente. Trova che, sotto certe condizioni, di questi movimenti ne esistono un numero infinito.

MATHIAS E. *Su due gruppi notevoli di luoghi geometrici* (pp. 1748-1750). — Secondo Amagat il luogo dei punti tali che, per un peso totale di liquido e di vapore saturo eguale all'unità, il volume del liquido sia costantemente uguale a quello del vapore, sarebbe una linea retta pressochè perpendicolare all'asse delle ascisse. L'A. dimostra invece che quel luogo è una curva costantemente convessa verso l'asse delle ascisse, e che è la sola, delle curve definite dalla costanza dei rapporti del volume e del vapore, incontrante la curva di saturazione al punto critico, sotto un angolo finito.

VILLARD P. *Sulla discontinuità dell'emissione catodica* (pp. 1750-1752). — L'A. ha riscontrato che l'emissione catodica di un tubo di Crookes è un fenomeno discontinuo, sia nel caso di una corrente alternativa, come in quello di una bobina a interruttore e di una macchina statica. In quest'ultimo caso l'A. ha osservato un fenomeno non privo d'interesse. Arrestando la macchina munita di un condensatore, l'emissione catodica cessa dopo qualche secondo, ma il condensatore resta caricato. Se si accelera al contrario la rotazione dei piatti si arriva a un momento in cui il condensatore si scarica bruscamente nel tubo.

Questo fa paragonare all'A. l'emissione catodica regolare, in un caso, al fiocchetto che si produce nell'aria libera, fra le sferette troppo distanti di un eccitatore: nel secondo caso alla scintilla distruttiva.

VILLARD. P. *Sulla permeabilità della silice fusa per l'idrogeno* (pp. 1752-1753). — L'A. ha trovato che la silice fusa, scaldata al rosso, è permeabile all'idrogeno come il platino, ma in un grado minore. Questa permeabilità aumenta molto, se si raggiunge la temperatura di rammollimento della silice.

DUFOUR. *Sulla resistenza della silice fusa alle variazioni brusche di temperatura* (pp. 1753-1754). — Le Chatellier, nella sua ultima Nota, dalla debole dilatazione che ha la silice fusa, deduce che essa debba potere resistere senza rompersi a cangia-

menti bruschi di temperatura. L'A. aveva già constatato tale resistenza, senza spiegarsene la ragione. Indica in questa Nota il mezzo adoperato per ottenere, in grazia di tale proprietà, tubi di tale sostanza.

POULSEN V. *Sul telegrafo* (pp. 1754-1755). — L'apparecchio, descritto in questa Nota, detto *telegrafo* permette di registrare a distanza e di riprodurre la parola e, in generale, qualunque suono per mezzo di processi puramente elettrici. È un applicazione del fenomeno conosciuto sotto il nome di *magnetismo rimanente*.

P. BACCÉI.

Philosophical Magazine. Vol. 49, Gennaio 1900.

RUTHERFORD E. *Sostanza radioattiva emessa dai composti del torio*. (pp. 1-14). — Mentre Schimdt aveva trovato che i composti del torio hanno una radiazione il cui effetto fotografico ed elettrico è simile a quello dei raggi Röntgen, l'A. ha scoperto che quei composti emettono continuamente particelle radioattive tali, che conservano la loro attività per alcuni minuti, e che possono ionizzare i gas ad esse vicini, e attraversano lamine metalliche sottili e grossi strati di carta.

Questa emanazione dei composti del torio non ha peraltro la proprietà di determinare la formazione della nebbia, onde non può consistere in particelle di polvere; ma ha piuttosto i caratteri di un vapore. Peraltro introdotta in un tubo di Plücker non si esercita pressione apprezzabile, nè vi fa cambiare lo spettro del gas.

Le particelle radioattive comunicano agli ioni positivi di un gas su cui agiscono, la proprietà di eccitare la radioattività su tutti i corpi sui quali cadono.

PEIRCE O. *Sulla conduttività termica della vulcanite*. (pp. 15-31). — Col metodo così detto del muro, l'A. trova che per i diversi campioni di ebanite da lui studiati la conduttività termica varia fra 0,0002 e 0,000317.

DAVISON C. *Sui rumori dei terremoti*. (p. 31). — È uno studio delle diverse specie di rumori che si odono nei terremoti, e della determinazione delle curve di uguale intensità per quei rumori, in varie regioni.

SPIERS F. S. *Sull'elettricità di contatto*. (pp. 70-90). — Scopo di queste ricerche è stato di determinare l'influenza che sulla differenza di potenziale al contatto fra due metalli esercita lo strato d'aria aderente ai metalli. L'A. fa notare che se non si rimuove completamente tal rivestimento gassoso, non si può dire di aver

determinato l'azione di un altro gas nel quale si pongono i metalli studiati. Egli ha perciò costruito un apparecchio formato da un tubo di vetro di 4 cm. di diametro, entro il quale si trova — portata da un tubo di vetro — una lamina A di platino isolata, di fronte alla quale sta, sospesa a due fili di alluminio fissati alla sommità del tubo, una seconda lamina B di alluminio che in tal posizione tocca un tubo pure di alluminio in comunicazione col suolo. Per mezzo di una lastrina di ferro applicata sulla lamina B e di un elettromagnete esterno al tubo, la B poteva essere allontanata a volontà da A. La differenza di potenziale fra A e B era determinata col metodo di compensazione di Lord Kelvin. La temperatura poteva esser portata molto alta, scaldando il tubo di vetro.

Con questo metodo l'A. trovò che la differenza di potenziale fra il platino e una lamina d'alluminio ben pulita collo smeriglio, era da prima 1,45 volta, ma diveniva 1,02 dopo circa 1 ora e mezzo. Scaldando poi il tubo e rarefacendo l'aria, alla pressione di $\frac{1}{2500}$ di mm. di Hg, dopo il raffreddamento la differenza di potenziale scendeva a 0,28 e si manteneva poi 0,31 dopo 15 ore alla pressione di $\frac{1}{8000}$ di mm. Ma facendo rientrar l'aria nel tubo, dopo 3 giorni fu trovata la diff. di potenziale di 0,02, che salì a 0,72 dopo aver pulito la lastra; poi scese a 0,31 dopo averla scaldata nell'aria, per risalire a 1,10 dopo una nuova pulitura.

Facendo l'esperienza riempiendo il tubo di idrogeno, e poi rarefacendolo durante il riscaldamento e facendo poi rientrar l'aria nel tubo, furon trovate variazioni analoghe della differenza di potenziale: talchè parrebbe che anche dopo aver lavato più volte le lamine con l'idrogeno, a una pressione di appena $\frac{1}{10000}$ di mm. nel tubo resta sempre tanto ossigeno da ossidare la lamina d'alluminio scaldata.

Da questi fatti sembrerebbe risultare che l'effetto Volta fosse dovuto a qualche azione elettrolitica del mezzo in cui si trovano i metalli.

BEDFORD T. G. *Dilatazione della porcellana al crescere della temperatura.* (pp. 90-97). — Col comparatore a dilatazione l'A. ha trovato, per un tubo di porcellana di Bayeux:

$$\frac{1}{l_0} \frac{dl}{dt} = 34,25 \times 10^{-7} + 21,4 \times 10^{-10} t.$$

LORD RAYLEIGH. *La legge della ripartizione dall'energia cinetica.* (pp. 98-118). — L'A. considerando alcuni casi assai sem-

plici mostra come possa esse e accettata la legge della ripartizione dell'energia cinetica proposta da Maxwell, e contro la quale erano state sollevate delle obiezioni da Lord Kelvin.

KNOTT C. G. *Sul prisma fotometrico di Swan, comunemente detto fotometro di Lummer e Brodhun.* (pp. 118-120). — L' A. fa osservare che la disposizione adottata da Lummer e Brodhun (di due prismi rettangolari uniti insieme con una piccola porzione di balsamo del canadà posta nella regione centrale della faccia comune) era stata indicata dallo Swan fino dal 1859.

RICHARDSON S. W. *Proprietà magnetiche delle leghe di ferro e di alluminio.* (pp. 121-154). — I risultati delle misure eseguite dall'A. sopra anelli formati da leghe di quei due metalli, sono i seguenti :

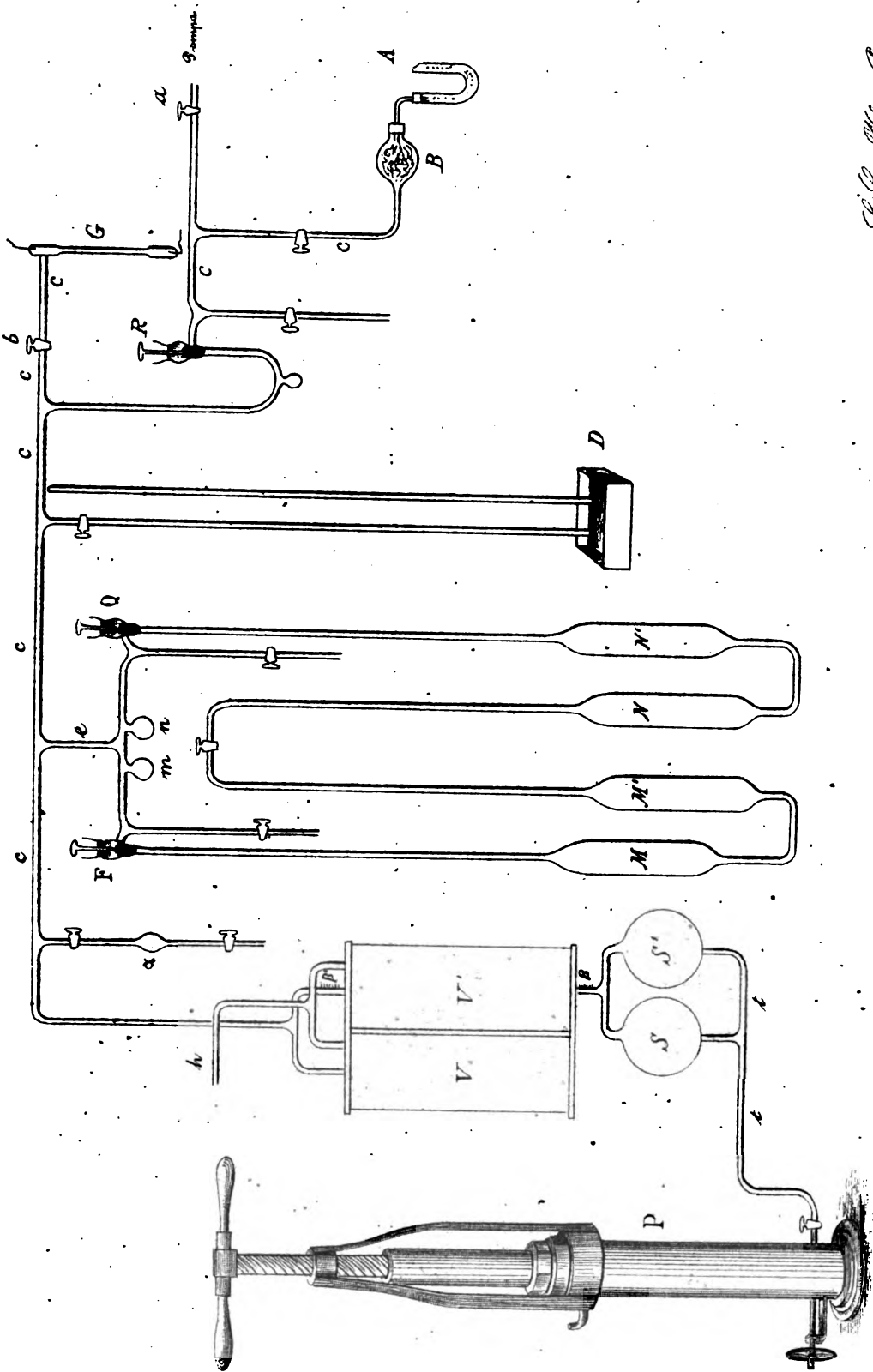
Le leghe si comportano come se fossero formate da due sostanze distinte sovrapposte ;

Come era stato notato da Hopkins per le leghe di ferro e nichel, l'andamento delle curve di magnetizzazione sembra indicare che le leghe sono eterogenee;

Al crescere della temperatura la permeabilità presenta un minimo in vicinanza della temperatura critica; il massimo della permeabilità per la lega al 10 % di alluminio sembra presentarsi a -90° ;

La lega al 18,47 % di Al ha un punto critico a 25° e non ha isteresi di temperatura. Il suo massimo di permeabilità sembra essere molto al di sotto di -90° .

A. STEFANINI.



Genl. Q. A. G. R.

SULLA LEGGE DI BOYLE A PRESSIONI MOLTO BASSE.*Ricerche di A. BATTELLI.***Parte II.**

1. In una prima Memoria ¹⁾ ho riferito i risultati delle esperienze che ho eseguite sul comportamento dell'aria atmosferica, fino alla pressione di circa $\frac{2}{100}$ di mm. di mercurio. In questa seconda Memoria do relazione delle ricerche, che ho fatto sull'ossigeno, sull'idrogeno e sull'anidride carbonica, usando il medesimo apparecchio di prima e con le identiche cautele.

Fu posta ogni cura perchè i gas fossero puri, ed entrassero poi nell'apparecchio, come si fece per l'aria, perfettamente asciutti e privi di pulviscolo.

L'ossigeno venne preparato col riscaldamento del permanganato potassico puro; obbligandolo quindi ad attraversare una soluzione di idrato potassico, per eliminare le tracce di anidride carbonica.

L'idrogeno si ottenne colla nota reazione dello zinco sull'acido solforico puro; e si fece passare attraverso una soluzione di nitrato d'argento per eliminare le tracce di idrogeno solforato e arsenicale.

Infine l'anidride carbonica si preparò facendo reagire il carbonato calcico con acido cloridrico; onde eliminare poi le

1) Nuovo Cimento, ser. 5, vol. 1, pag. 5, 1901.

traccie di acido cloridrico, la si fece gorgogliare attraverso una soluzione di bicarbonato sodico.

2. Come per l'aria, anche per questi gas le misure vennero eseguite prima partendo dalle pressioni maggiori e via via scendendo alle più basse; poi vennero ripetute cangiando la pressione nel senso inverso.

In grazia dell'ampio bagno che conteneva tutto l'apparecchio, non si è avuto ordinariamente variazione di temperatura durante una completa misura; ma nei rari casi in cui ciò è avvenuto, si sono portate (come venne notato per l'aria) le debite correzioni.

Le tabelle seguenti, in cui si trovano i risultati delle esperienze, sono disposte come quelle della prima Memoria, cioè:

le colonne p e v contengono rispettivamente i valori delle pressioni in millimetri di mercurio e dei volumi in centimetri cubici; e si trovano in una 1^a riga orizzontale i dati corrispondenti al caso in cui il gas occupa ambedue i cilindri, e in una 2^a riga orizzontale i dati corrispondenti al caso in cui il gas è compresso in un solo cilindro.

β rappresenta il rapporto fra i prodotti $p v$ spettanti rispettivamente alla seconda e alla prima determinazione, e t la temperatura media.

Anche qui i valori riportati sono la media delle misure eseguite rispettivamente nella serie delle pressioni crescenti e in quella delle pressioni decrescenti.

3. ESPERIENZE SULL' OSSIGENO.

Coi cilindri di ferro.

	p	v	$p v$	β	t
1 ^a	3,402	1302,025	4429,4900	0,9961	12°.65 C.
2 ^a	6,432	686,001	4412,3582		
1 ^a	2,164	1302,010	2817,5500	1,0011	12.66
2 ^a	4,112	685,971	2820,7126		
1 ^a	1,390	1302,015	1809,8008	1,0006	12.66
2 ^a	2,640	685,973	1810,9683		
1 ^a	0,985	1301,920	1282,3912	0,9920	12,68
2 ^a	1,855	685,884	1272,3147		
1 ^a	0,866	1301,860	1127,4108	0,9855	12,70
2 ^a	1,620	685,818	1111,0248		
1 ^a	0,781	1301,845	1016,7409	0,9779	12,70
2 ^a	1,450	685,701	994,2660		
1 ^a	0,750	1301,870	976,4025	0,9764	12,70
2 ^a	1,390	685,841	953,3190		
1 ^a	0,715	1301,855	930,8264	0,9733	12,70
2 ^a	1,321	685,823	905,9720		

Segue: Coi cilindri di ferro.

	p	v	$p v$	β	t
1 ^a	0,648	1301,820	843,3600	0,9707	12°.70 C.
2 ^a	1,194	685,780	818,8214		
1 ^a	0,604	1301,795	780,2844	0,9725	12.70
2 ^a	1,115	685,760	746,6223		
1 ^a	0,510	1301,760	663,9000	0,9926	12.72
2 ^a	0,961	685,735	658,9913		
1 ^a	0,462	1301,715	601,3924	1,0102	12.74
2 ^a	0,886	685,698	607,5283		
1 ^a	0,390	1301,710	507,6670	1,0224	12.76
2 ^a	0,757	685,686	519,0642		
1 ^a	0,196	1301,720	255,1370	0,9863	12.76
2 ^a	0,367	685,682	251,6453		
1 ^a	0,094	1301,680	122,3580	0,9918	12.80
2 ^a	0,177	685,650	121,3600		
1 ^a	0,056	1301,690	72,8946	0,9876	12.80
2 ^a	0,105	685,652	71,9935		

Segue: Coi cilindri di ferro.

	p	v	$p v$	β	t
1 ^a	0,032	1301,865	41,6533	0,9876	12°.82 C.
2 ^a	0,060	685,643	41,1386		
1 ^a	0,028	1301,630	36,4456	0,9782	12.86
2 ^a	0,052	685,598	35,6511		

Coi cilindri di vetro.

	p	v	$p v$	β	t
1 ^a	3,134	1384,160	4337,9580	1,0102	12°.40 C.
2 ^a	5,750	762,139	4382,2991		
1 ^a	2,240	1383,920	3099,9807	1,0046	12.40
2 ^a	4,087	761,995	3114,2743		
1 ^a	1,402	1383,980	1940,3398	1,0080	12.40
2 ^a	2,567	761,960	1955,9518		
1 ^a	1,005	1383,865	1390,7844	1,0089	12.40
2 ^a	1,842	761,835	1403,3003		

Segue: Coi cilindri di vetro.

	p	v	$p v$	β	t
1 ^a	0,864	1383,860	1195,6544	0,9984	12°.42 C.
2 ^a	1,567	761,825	1193,7800		
1 ^a	0,710	1383,840	982,5264	0,9762	12.44
2 ^a	1,259	761,808	959,1164		
1 ^a	0,632	1383,800	874,5616	0,9825	12.44
2 ^a	1,128	761,775	859,2824		
1 ^a	0,580	1383,740	802,5692	0,9814	12.44
2 ^a	1,034	761,720	787,6185		
1 ^a	0,208	1383,710	287,8116	0,9873	12.46
2 ^a	0,373	761,811	284,1522		
1 ^a	0,096	1383,725	132,8376	0,9806	12.50
2 ^a	0,171	761,780	130,2644		
1 ^a	0,023	1383,645	31,8238	0,9813	12.60
2 ^a	0,041	761,710	31,2301		
1 ^a	0,014	1383,640	19,3709	0,9832	12.60
2 ^a	0,025	761,804	19,0451		

Un primo fatto, d'importanza secondaria, che si può notare nelle presenti esperienze sull'ossigeno, si è che, a basse pressioni questo gas sembra comprimersi di più di quel che comporti la legge di Boyle.

Siccome però il fenomeno appare ancor meno distinto coi recipienti di ferro che con quelli di vetro, così è lecito senz'altro attribuire il fenomeno all'assorbimento delle pareti per l'ossigeno.

Ciò che invece riesce evidente dai risultati sia dell'uno che dell'altro apparecchio, si è che in vicinanza della pressione di 0,7 mm. si presenta nell'ossigeno un'anomalia.

Anche le mie esperienze confermano adunque i risultati di quelle del Bohr, di Baly e Ramsay e del Campetti.

La spiegazione dell'anomalia scoperta dal Bohr, e ormai confermata con certezza, non è facile ad assegnarsi. Per attribuirla all'assorbimento, bisognerebbe supporre che questo crescesse al diminuire della pressione, presentando un massimo ad una pressione di 0,7 mm.; e ciò non sembra ammissibile senza altre prove più dirette.

L'interpretazione che si presenta più spontanea, è quella di supporre che al diminuire della pressione venga a variare il numero delle molecole gasee, per la formazione di complessi molecolari la cui stabilità dipenda dalle condizioni di pressione e di temperatura del gas.

Che al variare della pressione possano formarsi dei complessi molecolari più o meno stabili, è stato supposto già da tempo, per spiegare il fatto ben noto che nessun gas segue esattamente la legge di Boyle. Ad es. O. E. Meyer, nella sua *Teoria cinetica dei gas* (pag. 78), osserva che le forze di coesione negli aeriformi potrebbero far sì che, in condizioni favorevoli, per gli urti reciproci due molecole venissero ad unirsi fra loro così stabilmente, da continuare unite insieme, come molecole doppie, le loro successive traiettorie. Ne resulterebbe quindi nel gas uno stato di equilibrio, nel quale mescolate con le molecole ordinarie se ne troverebbero alcune di massa maggiore, il cui numero dipenderebbe dalla frequenza degli urti favorevoli, e quindi anche dal numero totale degli urti.

Secondo questo concetto, la formazione di complessi molecolari dovrebbe più facilmente avverarsi al crescere della pressione; ma è chiaro che non si può escludere che ciò possa avvenire anche ad alte rarefazioni.

È difficile assegnare la ragione del perchè questi complessi comincino a formarsi soltanto ad una certa pressione, che per l'ossigeno sarebbe molto bassa, cioè di 0,7 mm. di Hg; ma si potrebbero spiegare le anomalie scoperte dal Bohr per l'ossigeno, ammettendo col Sutherland ¹⁾ che, quando la pressione sia tale che gli urti molecolari acquistino il periodo stesso di vibrazione proprio delle molecole gaseose a quella pressione, queste vengano a scomporsi.

In tale ipotesi a una pressione molto bassa (inferiore a 0,1 mm. di Hg, secondo le esperienze radiometriche del Crookes) l'ossigeno formerebbe complessi molecolari più o meno complicati, che però sarebbero stabili finchè la pressione è inferiore a quel valore, perchè la frequenza degli urti non sarebbe allora in risonanza con le vibrazioni molecolari. Partendo quindi da una pressione bassissima e comprimendo l'ossigeno fino a 0,1 mm. circa, il numero dei gruppi molecolari resterebbe invariato al diminuire del volume, e quindi $p v$ dovrebbe restar costante. Continuando ad aumentar la pressione, fra 0,1 e 0,7 mm. gli urti molecolari acquisterebbero la frequenza per la quale vi è risonanza con le oscillazioni proprie di quegli aggruppamenti, e quindi tali gruppi si scomporrebbero, e $p v$ dovrebbe crescere al diminuire del volume. Alla pressione di 0,7 mm. tutti i gruppi sarebbero scomposti, il gas diventerebbe ossigeno ordinario, e il prodotto $p v$ dovrebbe ritornar costante al crescere della pressione. Se questa però diventa molto grande, potranno le molecole avvicinarsi tanto fra loro, da non poter più trascurare la coesione del gas e il volume molecolare, e ad alte pressioni perciò la relazione fra pressione e volume non sarà più espressa da $p v = \text{cost.}$, ma bisognerà far uso delle formule di van der Waals o di Clausius, con le quali appunto si tien conto della coesione e del volume delle molecole.

1) Phil. Mag. (5), 48, p. 201, 1897

Che nell'ossigeno avvengano realmente delle modificazioni molecolari è dimostrato dalla facilità con la quale esso si trasforma in ozono. Non è peraltro provato in modo ineccepibile che sia appunto per la formazione di ozono che — come vorrebbe far ritenere il Sutherland — si possano spiegare le anomalie anzidette.

Il Sutherland rammenta che un'anomalia nel comportamento dell'ossigeno fu riscontrata anche dal Crookes nelle sue ricerche sulle repulsioni radiometriche. Alla pressione di 0,76 mm. la forza deviatrice dell'ossigeno fu infatti trovata 12 volte maggiore di quella dell' N_2 e della CO_2 , e 6 volte maggiore di quella dell' CO . L'anomalia continua fino alla pressione di 300 o 200 milionesimi d'atmosfera, al di sotto della qual pressione la forza deviatrice nel radiometro ritorna normale.

Ora, supponendo che quando l'anomalia si presenta, nel volume v sieno contenute N_1 molecole di O_2 ed N_2 molecole di O_{2x} , pel numero totale N delle molecole che prima dell'anomalia erano contenute nel volume v si avrà

$$(1) \quad N_1 + x N_2 = N;$$

e poichè in generale, secondo la teoria cinetica,

$$(2) \quad p v = n \frac{m w^2}{3},$$

dove m è la massa e w la velocità delle n molecole effettivamente presenti, nel caso supposto in cui è $n = N_1 + N_2$ si dovrebbe avere

$$(3) \quad p v = (N_1 + N_2) \frac{m w^2}{3} = N \frac{m w^2}{3} - (x - 1) N_2 \frac{m w^2}{3}.$$

Confrontando questa con l'altra

$$(p + \alpha') v = k',$$

cioè

$$(4) \quad p v = k' - \alpha' v,$$

che, secondo Bohr, rappresenta il contegno dell'ossigeno; e osservando che si può porre

$$(5) \quad k' = N \frac{m w^2}{3}, \quad \alpha' v = (x-1) N_2 \frac{m w^2}{3},$$

il Sutherland conclude che, ad una data temperatura, $\frac{N_2}{v}$ deve esser costante, cioè deve restar costante il numero di molecole O_{2x} per unità di volume. Secondo ciò, la legge della formazione di tali molecole O_{2x} sarebbe la seguente: Ad un certo grado di rarefazione le molecole O_2 comincierebbero a combinarsi in modo da formare molecole O_{2x} , e quando queste avessero raggiunto un certo numero per unità di volume, l'effetto della successiva rarefazione sarebbe di provocare formazione di nuove molecole O_{2x} in modo da mantenerne costante il numero per unità di volume, fino a che tutte le molecole O_2 fossero esaurite, cioè finchè fosse: $x N_2 = N$; dopo di che il puro O_{2x} dovrebbe obbedire alla legge di Boyle.

Ora, nelle esperienze di Bohr il grado di rarefazione necessario al ritorno della validità della legge di Boyle non fu raggiunto con sicurezza; ma dalle esperienze di Crookes sopra accennate si deduce che la legge di Boyle deve ritornar valida quando cessa l'anomalia osservata nella forza deviatrice nel radiometro, cioè ad una pressione compresa fra 300 e 200 milionesimi di atm. Ed anche le mie esperienze mostrano che alla pressione di circa 0,5 mm. il valore del rapporto β ritorna normale; poichè la divergenza che a pressioni più basse si osserva, oltre che doversi attribuire al probabile assorbimento delle pareti, è quasi da comprendere entro i limiti degli errori che possono incorrere nelle misure di pressioni così basse.

Intanto, essendo questa pressione prossimamente $p + \alpha'$, ove $\alpha' = 0,07 \text{ mm.} = 92 \times 10^{-6} \text{ atm.}$, il Sutherland ritiene che l'anomalia cessi quando è $p = 2 \alpha'$. Per determinare adunque il valore di x pel quale la combinazione è completa, si ha la condizione $p = 2 \alpha'$, e quindi

$$(6) \quad \frac{N_2}{v} \frac{m w^2}{3} = 2 (x-1) \frac{N_2}{v} \frac{m w^2}{3},$$

la quale dà

$$x = \frac{3}{2}.$$

Così, un processo di associazione o di combinazione, pel quale le molecole di O_2 si trasformassero in molecole O_3 (cioè in ozono) spiegherebbe, secondo i calcoli del Sutherland, una delle equazioni del Bohr e la cessazione dell'anomalia nella forza deviatrice nei radiometri.

Questa supposta formazione di ozono però costituisce una spiegazione invero molto ingegnosa, ma anche molto artificiosa delle anomalie anzidette.

Infatti, prima di tutto non è *necessaria* la conseguenza espressa dalle (5), che il Sutherland trae dal confronto della (3) con la (4); ma concesso pure che le (5) si possano adoperare come condizioni *sufficienti*, la relazione finale (6) dalla quale si ottiene $x = \frac{3}{2}$ si deduce da un'equazione affatto arbitraria, qual'è la $p = 2\alpha'$.

Invero, ammettendo pure che nella regione dell'anomalia, la formula che vale per l'ossigeno sia

$$(p + 0,07) v = k,$$

e che le pressioni misurate dal Crookes sieno *affatto confrontabili* (ciò che è molto dubbio) con quelle misurate dal Bohr; è peraltro assai arbitrario porre $p = 2\alpha'$, perchè con la stessa ragione si potrebbe porre $p = 3\alpha'$, dal momento che $\alpha' = 92 \times 10^{-6}$ atm. e l'anomalia nelle esperienze del Crookes cessa per pressioni comprese fra 300 e 200×10^{-6} atm. Ora, se si ponesse $p = 3\alpha'$, la (6) darebbe $x = \frac{4}{3}$, ed altri valori, tutti diversi da quello $x = \frac{3}{2}$ indicato dal Sutherland, si avrebbero per altre relazioni fra p e α' .

Per es., poichè dalle mie esperienze si vede che la legge di Boyle ritorna valida per l'ossigeno quando $p = 0,5$ mm.

$= 650 \times 10^{-6}$ atm. circa, si potrebbe porre anche $p = 8 \alpha'$, e per questo valore la (6) darebbe

$$x = \frac{9}{8}.$$

Inoltre, lo stesso Sutherland osserva che una conseguenza della sua teoria è che debba esser lo stesso il valore di k in ambedue le equazioni che, secondo Bohr, rappresentano la relazione fra p e v per l'ossigeno al di sopra e al di sotto della pressione 0,7 mm. alla quale si presenta la discontinuità, mentre il Bohr trova $k' = 1,045 k$. Il Sutherland, esaminando i valori dati per p e per v dal Bohr, trova infatti che con la stessa approssimazione che si ha con le due equazioni del Bohr, si potrebbe porre:

per la serie I del Bohr:

$$(p + 0,11) v = k \quad \text{e} \quad (p + 0,043) v = k$$

e per la II serie

$$(p + 0,10) v = k \quad \text{e} \quad (p + 0,057) v = k.$$

Prendendo la media fra i valori 0,043 e 0,057 di α' in queste equazioni, cioè ponendo $\alpha' = 0,05$ mm. $= 65 \times 10^{-6}$ atm., con questo valore la pressione alla quale nelle esperienze del Crookes cessa l'anomalia (che è compresa fra 300 e 200 10^{-6} atm.) sarebbe

$$p > 3 \alpha',$$

e molto probabilmente $p = 4 \alpha'$.

Per cotali valori di p la (6) darebbe per x valori compresi fra $\frac{4}{3}$ e $\frac{5}{4}$. E osservando che la pressione p , alla quale, secondo le mie esperienze, ritorna vera la legge di Boyle, avrebbe con questo nuovo valore di α' la relazione

$$p = 10 \alpha',$$

risulterebbe per le mie esperienze

$$x = \frac{11}{10};$$

quindi non vi sarebbe ragione di ritenere che il nuovo aggruppamento molecolare conducesse alla formazione di ozono.

E che realmente non si forma ozono è stato dimostrato sperimentalmente da Threlfall ¹⁾. Questi, volendo rendersi ragione dell'annerimento che si produce ad alte rarefazioni nei tubi dove cade il mercurio nella pompa Sprengel, aveva pensato che a bassissime pressioni l'ossigeno acquistasse una maggiore energia di ossidazione, e mentre stava eseguendo ricerche in questo senso fu determinato dal Sutherland stesso a riscontrare se alla pressione di circa 0,25 mm. l'ossigeno si cambiasse spontaneamente in ozono, come risultava dalla teoria sopra esposta. Ma il Threlfall non poté constatare questa trasformazione, quantunque il reattivo da lui adoperato, che era una soluzione di ioduro potassico e colla d'amido nella glicerina, avesse potuto mostrargli una quantità estremamente piccola d'ozono. Cioè, mentre una sola bolla d'ossigeno che fosse passata attraverso un ozonatore colorava la soluzione, non si aveva colorazione sensibile da moltissime bolle di ossigeno rimasto per molte ore alla pressione di 0,25 mm., ch'era la pressione indicata dal Sutherland come la più adattata per la supposta trasformazione in ozono.

L'ipotesi esposta dunque della formazione di complessi molecolari, sebbene non sia in contraddizione coi concetti fondamentali della teoria cinetica, si presenta sempre come alquanto arbitraria, ed è difficile, per non dire impossibile, controllarne sperimentalmente la validità. Non è però da tacere che potrebbe trovare qualche appoggio nella grande mutevolezza dello spettro dell'ossigeno al variare della pressione e della temperatura, come non è da tacere che a basse pressioni una ragione simile potrebbe essere invocata anche per gli altri gas; poichè Ebert ²⁾ studiando come varia la lunghezza dello spazio oscuro

1) Journ. a. Proceed. of the Royal Society of New South Wales, Vol. 31, p. 79, 1897.

2) Werh. d. Deutsch. Phys. Gesell. 1900.

catodico nei diversi gas al variare della pressione, trovò che nella curva che rappresenta tale lunghezza in funzione della pressione si ha per tutti i gas da lui studiati una discontinuità.

È notevole che per l'ossigeno la discontinuità si presenta alla stessa pressione di 0,7 mm. alla quale si presenta l'anomalia per la legge di Boyle.

Per gli altri gas, le pressioni cui si presenta la discontinuità sono

H ₂	CO	N ₂	CO ₂	Aria
2,0	1,3	1,0	1,1	0,9 mm. di Hg,

ed è anche notevole che per l'aria tal pressione sia uguale a $\frac{1}{6}$ di quella dell'ossigeno più $\frac{1}{6}$ di quella per l'azoto; e che quella per la CO₂ sia $\frac{7}{11}$ di 1,3 + $\frac{1}{11}$ di 0,7, cioè uguale alla somma delle pressioni parziali dei gas in cui la CO₂ si scompone, che sono CO e O₂.

Si direbbe quindi che per ogni gas la lunghezza della traiettoria media molecolare, e quindi la coesione, vari bruscamente ad una data pressione, caratteristica per ciascun gas ¹⁾.

1) Però a mostrare l'incertezza dell'ipotesi che a pressioni inferiori a 0,1 mm. l'ossigeno formi degli aggruppamenti molecolari, sta peraltro quanto trova Ebert (Verh. d. Deutsch. Phys. Gesell. 1900), secondo il quale alle basse pressioni corrispondenti alla formazione dei raggi catodici, l'ossigeno si comporta come un gas biatomico.

4. ESPERIENZE SULL' IDROGENO.

Coi cilindri di ferro.

	p	v	$p v$	β	t
1 ^a	4,122	1301,865	5366,2874	0,9971	15°.12 C.
2 ^a	7,802	685,819	5350,7598		
1 ^a	3,210	1301,880	4189,0339	1,0016	15.12
2 ^a	6,103	685,866	4185,8400		
1 ^a	2,324	1301,855	3025,5114	1,0030	15.12
2 ^a	4,422	685,823	3032,7084		
1 ^a	1,015	1301,820	1321,3473	1,0001	15.12
2 ^a	1,927	685,776	1321,4920		
1 ^a	0,868	1301,840	1129,9964	1,0032	15.14
2 ^a	1,653	685,804	1133,6342		
1 ^a	0,714	1301,805	929,4890	0,9923	15.15
2 ^a	1,345	685,764	922,3524		
1 ^a	0,626	1301,810	814,9333	1,0039	15.15
2 ^a	1,193	685,776	818,1308		

Segue: Coi cilindri di ferro.

	p	v	$p v$	β	t
1 ^a	0,530	1301,780	680,9418	1,0056	15°.18 C.
2 ^a	1,012	685,739	693,8080		
1 ^a	0,412	1301,790	536,3374	1,0001	15.18
2 ^a	0,783	685,768	536,9562		
1 ^a	0,232	1301,745	302,0050	0,9990	15.18
2 ^a	0,440	685,713	301,7138		
1 ^a	0,156	1301,705	203,0660	0,9929	15.16
2 ^a	0,294	685,773	201,6172		
1 ^a	0,086	1301,690	111,9453	0,9922	15.16
2 ^a	0,162	685,649	111,0751		
1 ^a	0,061	1301,710	79,4043	1,0016	15.12
2 ^a	0,116	685,683	79,5392		
1 ^a	0,031	1301,720	40,3533	0,9856	15.00
2 ^a	0,058	685,705	39,7709		
1 ^a	0,021	1301,700	27,3357	1,0033	15.00
2 ^a	0,040	685,668	27,4267		

Coi cilindri di vetro.

	p	v	$p v$	β	t
1 ^a	2,982	1383,905	4126,8047	1,0008	15°.00 C.
2 ^a	5,421	761,887	4130,1895		
1 ^a	1,506	1383,840	2084,0477	1,0019	15.00
2 ^a	2,741	761,816	2088,1377		
1 ^a	1,002	1383,745	1386,5126	1,0108	15.01
2 ^a	1,840	761,683	1401,4968		
1 ^a	0,820	1383,710	1134,6420	1,0082	15.01
2 ^a	1,502	761,678	1144,0405		
1 ^a	0,504	1383,680	697,3746	1,0125	15.05
2 ^a	0,927	761,721	706,1153		
1 ^a	0,331	1383,860	458,0575	0,9996	15.05
2 ^a	0,601	761,825	457,8570		
1 ^a	0,110	1383,875	152,2263	1,0059	14,80
2 ^a	0,201	761,836	152,4254		
1 ^a	0,084	1383,720	116,2325	1,0030	14.80
2 ^a	0,153	761,687	116,5381		

Segue: Coi cilindri di vetro.

	p	v	$p v$	β	t
1 ^a	0,062	1383,645	85,8255	0,9939	14°.80 C.
2 ^a	0,112	761,609	85,3002		
1 ^a	0,045	1383,600	62,2620	0,9908	14.80
2 ^a	0,081	761,560	61,6863		
1 ^a	0,031	1383,520	42,8891	1,0120	14.82
2 ^a	0,057	761,499	43,4054		
1 ^a	0,019	1383,510	26,2867	0,9849	14.86
2 ^a	0,034	761,499	25,8905		

L' idrogeno, sia per le esperienze fatte con l' uno come con l' altro apparecchio, può ritenersi segua senza eccezione la legge di Boyle, fino a pressioni di circa $\frac{2}{100}$ di millim. I risultati ottenuti coi cilindri di vetro sono meno regolari di quelli spettanti ai cilindri di ferro; ma tuttavia, considerando l' esiguità delle pressioni a cui le irregolarità appaiono, queste possono comprendersi entro i limiti degli errori d' osservazione.

5. ESPERIENZE SULL'ANIDRIDE CARBONICA

Coi cilindri di ferro.

	p	v	$p v$	β	t
1 ^a	4,006	1302,020	5215,8923	0,9984	14°.62 C.
2 ^a	7,592	685,918	5207,4896		
1 ^a	3,214	1302,005	4184,6448	1,0022	14.80
2 ^a	6,115	685,862	4194,0468		
1 ^a	2,822	1302,890	3676,7550	1,0039	14.82
2 ^a	5,383	685,733	3691,3008		
1 ^a	2,005	1301,880	2610,2690	1,0025	14.90
2 ^a	3,817	685,570	2616,8212		
1 ^a	1,341	1301,610	1745,4584	0,9964	14.95
2 ^a	2,537	685,521	1739,1668		
1 ^a	0,864	1301,530	1124,5218	1,0040	14.96
2 ^a	1,647	685,515	1129,0460		
1 ^a	0,591	1301,620	769,2573	0,9927	15.00
2 ^a	1,114	685,502	763,6493		

Segue: Coi cilindri di ferro.

	p	v	pv	β	t
1 ^a	0,482	1301,640	627,3904	0,9845	15°.00 C.
2 ^a	0,901	685,510	617,6446		
1 ^a	0,316	1301,680	411,3307	0,9883	15.02
2 ^a	0,593	685,548	406,5298		
1 ^a	0,168	1301,635	218,6746	0,9844	12.83
2 ^a	0,314	685,532	215,2570		
1 ^a	0,096	1301,590	124,9526	0,9710	12.82
2 ^a	0,177	685,508	121,3348		
1 ^a	0,052	1301,565	67,6814	0,9723	12.80
2 ^a	0,096	685,502	65,8082		
1 ^a	0,033	1301,540	42,9508	0,9416	12.20
2 ^a	0,059	685,506	40,4448		
1 ^a	0,020	1301,560	26,0312	0,9480	12.22
2 ^a	0,036	685,521	24,6787		

Coi cilindri di vetro.

	p	v	$p v$	β	t
1 ^a	3,904	1383,740	5402,1212	1,0019	15°.12 C.
2 ^a	7,106	761,712	5412,7250		
1 ^a	2,820	1383,725	3902,1405	1,0039	15.15
2 ^a	5,143	761,704	3917,4445		
1 ^a	1,714	1383,680	2371,6270	0,9946	15.15
2 ^a	3,097	761,682	2358,9291		
1 ^a	0,906	1383,670	1253,6049	0,9897	15.18
2 ^a	1,629	761,661	1240,7456		
1 ^a	0,556	1383,615	769,2900	0,9851	15.18
2 ^a	0,995	761,629	757,8207		
1 ^a	0,301	1383,585	416,4591	0,9766	15.30
2 ^a	0,534	761,611	406,7003		
1 ^a	0,225	1383,575	311,3045	0,9786	15.35
2 ^a	0,400	761,602	304,6407		
1 ^a	0,140	1383,710	193,7193	0,9712	15.45
2 ^a	0,247	761,694	188,1384		

Segue: Coi cilindri di vetro.

	p	v	pv	β	t
1 ^a	0,082	1383,685	113,4621	0,9734	15°.60 C.
2 ^a	0,145	761,678	110,4433		
1 ^a	0,046	1383,680	63,6492	0,9603	15.65
2 ^a	0,081	761,654	61,6039		
1 ^a	0,038	1383,640	52,5783	0,9561	15.65
2 ^a	0,066	761,633	50,2677		
1 ^a	0,032	1383,615	44,2757	0,9633	15.75
2 ^a	0,056	761,615	42,6504		
1 ^a	0,028	1383,620	38,7413	0,9436	15.80
2 ^a	0,048	761,610	36,5573		
1 ^a	0,019	1383,580	26,2879	0,9271	15.82
2 ^a	0,032	761,602	24,3712		

L'anidride carbonica si allontana abbastanza sensibilmente dalla legge di Boyle, mostrando di comprimersi più di quel che la legge comporti; e ciò si palesa più fortemente nell'apparecchio di vetro. Il fenomeno però, come si vedrà fra poco, è da attribuirsi — almeno in parte — all'assorbimento delle pareti dei recipienti.

*Studio dell' assorbimento delle pareti.*

6. In generale le divergenze più o meno sensibili dalla legge di Boyle, che appaiono nell' aria atmosferica, nell' ossigeno e nell' anidride carbonica, potrebbero in parte dipendere, specialmente per quest' ultima, dall'assorbimento variabile delle pareti dei vasi per i gas in essi contenuti.

Già Van der Ven ¹⁾ si occupò di tale questione. Egli cercò di vedere se aumentando in modo notevole la superficie assorbente, la condensazione aumentava essa pure; a tale scopo egli mise nel recipiente di vetro in istudio molte palline pur esse di vetro, ma trovò che la condensazione, anzichè aumentare, restava la stessa o accennava ad esser minore.

Baly e Ramsay ²⁾, nel cercare se la provetta di Mac Leod si prestasse per un' esatta determinazione delle piccole pressioni, trovarono, come abbiamo visto, che soltanto coll' idrogeno si ottenevano indicazioni attendibili fino a pressioni molto basse, cioè soltanto l' idrogeno coll' aumentare della pressione non si condensava sulle pareti del vetro, mentre per gli altri gas le indicazioni erano affatto fallaci. Essi attribuirono le divergenze osservate alla condensazione dell' anidride carbonica sulle pareti dei recipienti.

Altre esperienze invece tendono a dimostrare che l' assorbimento dipende dalle condizioni delle pareti, e che quindi lo si deve ritenere di natura chimica. Così Warburg e Ihmori ³⁾ studiando gli strati di vapor d'acqua che si depositano sul vetro, mostrano come la formazione di questi strati dipenda dalla composizione del vetro e specialmente dalla quantità di alcali che esso contiene.

Così per altra parte il Krause ⁴⁾ studiando la condensazione dell' anidride carbonica alla superficie del vetro, trova che in assenza assoluta di uno strato di acqua l' anidride carbonica non si condensa, tanto nel caso che il vetro sia stato prima

1) Arch. du Musée de Teyler, sér. 2, vol. 3, pag. 349, 1890.

2) Phil. Mag., (5), 38, pag. 301, 1894.

3) Wied. Ann. 27, p. 481, 1886; e 31, p. 1006, 1887.

4) Wied. Ann. 36, p. 923, 1889.

trattato con acqua bollente per diminuire sulla superficie la proporzione di alcali, come quando non sia stato trattato; ma se si lascia deporre dell'acqua sul vetro, si produce subito una condensazione del gas, che è molto più forte quando il vetro contiene la quantità normale d'alcali, che quando se ne toglie una parte.

Il Sutherland ¹⁾ ha cercato di investigare teoricamente se possa aversi sulle pareti dei recipienti una condensazione apprezzabile dei gas contenuti. Il punto di partenza delle considerazioni teoriche del Sutherland è la formula

$$\log \frac{p}{p_s} = \frac{6 A \pi \rho_s}{v_1^2} \log \frac{z_s}{z},$$

che dà la pressione p in funzione della distanza z dalla parete di un recipiente, quando si conosca la pressione p_s ad una distanza qualunque finita z_s . In questa formula la A è la costante dell'espressione $\frac{3 A m_1 m_2}{r^3}$, che, secondo il Sutherland,

rappresenta l'attrazione che si esercita fra due molecole m_1, m_2 poste alla distanza r ; ρ_s è la densità del solido costituente le pareti, e v_1 la velocità molecolare del gas.

Questa formula fu dedotta dal Sutherland nei suoi studi sulla legge delle attrazioni molecolari ²⁾, e presuppone che le molecole si attirino in ragione inversa della quarta potenza della distanza.

Da tal formula egli ottiene, per la massa M di gas contenuta in un volume v , il valore

$$(1) \quad M = \rho v + M \frac{\beta}{k} - \frac{S z_s (\rho_s - \rho)}{2},$$

mentre se la densità fosse da per tutto uguale alla densità ρ che si ha a distanza assai grande dalla parete, sarebbe $M = \rho v$.

In questa equazione $k = m v^2$ è il doppio della forza viva media di una molecola gasosa, e $\beta = 6 A m_1 \pi \rho_s$ è la forza che un lungo cilindro di 1 cm² di base esercita su una molecola del

1) Phil. Mag., (5), 43, p. 11, 1897.

2) Phil. Mag., (5), 35, p. 211, 1898.

gas posta sull'asse ad 1 cm. di distanza dalla base, onde il termine $\frac{\beta}{h}$ è piccolissimo; e poichè M deve essere maggiore di ρv , si vede che la quantità di gas condensata sulla superficie S delle pareti, cioè $\frac{S z_s (\rho_s - \rho)}{2}$, deve esser sempre minore di $M \frac{\beta}{x}$, cioè deve sempre essere minore di una frazione piccolissima della massa totale M del gas. Il Sutherland conclude perciò che l'effetto della condensazione superficiale è affatto trascurabile e non può invocarsi per spiegare le anomalie che i gas presentano dalla legge di Boyle.

Ora bisogna osservare che questa conclusione del Sutherland è in contraddizione diretta con la credenza comune che l'effetto della condensazione superficiale debba crescere al crescere della rarefazione. Egli dice però che tale credenza è derivata dapprima dal fatto che si ammette teoricamente che la massa di un gas debba esser rappresentata da un'equazione della forma

$$(2) \quad M = \rho v + S (\rho_s - \rho),$$

nella quale, al contrario di quella ottenuta da lui, il termine superficiale ha un segno positivo, e poichè ρ_s diminuisce meno rapidamente di ρ , il valore di $S (\rho_s - \rho)$ cresce con la rarefazione; ed in secondo luogo dall'osservazione costante della grande difficoltà che s'incontra nel liberare i solidi dalla pellicola gassosa che ne riveste la superficie.

Poichè ritiene esatta la relazione (1) che egli ha trovato per M , il Sutherland non si ferma a discutere se la (2) sia o no attendibile; e ne tira direttamente la deduzione che non vi sia attrazione fisica fra gas e solido, tale da condensare sul solido una quantità apprezzabile del gas.

Ma se anche questa deduzione può essere accettata, non sembra tuttavia abbastanza giustificata la conclusione finale che il Sutherland formula nei termini seguenti:

« Se la legge dell'inversa della quarta potenza per l'azione molecolare è vera, la condensazione dei gas sulle superficie solide ordinarie a pressioni molto lontane da quella della li-

« quefazione non si effettua in quantità misurabili coi mezzi fin
 « qui conosciuti, e la deviazione apparente dalla legge di Boyle,
 « per il fatto della condensazione, è troppo piccola per essere
 « stata fin qui scoperta e non deve divenire relativamente mag-
 « giore nei gas rarefatti che in quelli più densi ».

Ora, è vero che le esperienze citate di Van der Ven sembrano convalidarla; ma d'altronde per l'anidride carbonica, ad es., le esperienze di Baly e Ramsay dimostrano che vi è certamente assorbimento di gas per parte del vetro, come tendono pure a dimostrarlo le esperienze di Warburg e Ihmori e di Krause. Quest'assorbimento sarà forse più di natura chimica che fisica; sarà una specie di *soluzione* del gas nel vetro — il che sarebbe in concordanza col fatto che, quando l'anidride carbonica ha raggiunto la pressione di circa $\frac{1}{10^6}$ di atmosfera, non è più possibile far diminuire tale pressione, che sarebbe quindi la pressione di dissociazione per la combinazione fra anidride carbonica e vetro —; ma sia di natura chimica o di natura fisica, l'assorbimento dell'anidride carbonica sarà sempre determinato da azioni molecolari, e può verificarsi in tali quantità da spiegare, almeno in parte, le divergenze dalla legge di Boyle.

In questa incertezza di idee e controversia di opinioni mi è parso che non fosse privo d'interesse di istituire alcune esperienze per cercare di decidere se esista o no assorbimento del gas da parte delle pareti del recipiente che lo contiene, e, qualora l'assorbimento esista, se cambi al cambiare della pressione del gas. Tali esperienze ho eseguite sia per recipienti di vetro che per recipienti di ferro.

L'apparecchio che ho dapprima adoperato si compone essenzialmente di un'ampolla di vetro, A, (fig. 1) in cui va introdotto il gas da studiare, e nella quale per offrire al gas una superficie assai grande sono poste molte bacchettine di vetro. Essa si prolunga al di sotto in un lungo e sottile tubo ad U, BC, che si collega, all'altro estremo D, con una pompa pneumatica a mercurio. Alla parte superiore l'ampolla A è congiunta invece ad un tubo piegato ad angolo che porta ad un rubinetto, N, a perfetta tenuta, chiuso per maggior precauzione al di sopra e

al di sotto con due scodellini pieni di mercurio. Al di là di questo rubinetto trovasi un palloncino, S, e poi un secondo ru-

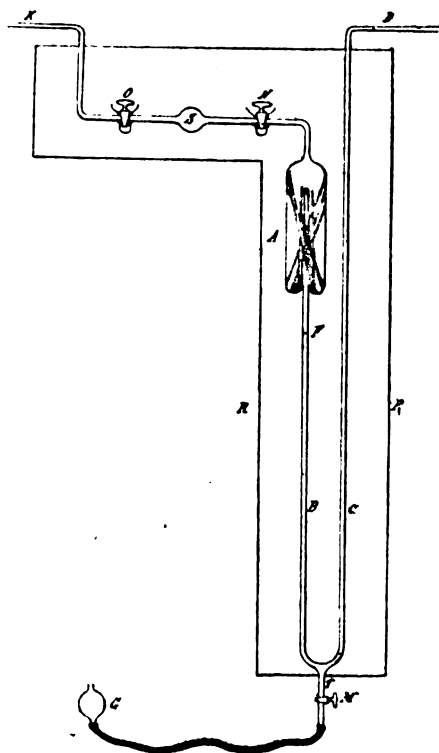


Fig. 1.

binetto, O, identico al primo; e al di là di questo, il tubo K comunica con una serie di essiccatori, attraverso i quali si può introdurre nell'apparecchio il gas da studiare già purificato.

Un manicotto R R pieno d'acqua serve a mantenere tutto l'apparecchio a una temperatura costante, che vien letta per mezzo di un termometro diviso in $\frac{1}{10}$ di grado.

L'apparecchio è stato prima ripetutamente lavato con acqua regia, acido nitrico, soluzione di idrato potassico, acqua distillata ed alcool assoluto e puro, e poi asciugato perfetta-

mente facendovi circolare per molti giorni aria ben asciutta e calda per eliminare ogni umidità sulle pareti.

Per fare le esperienze si procedeva nel modo seguente:

Avendo prima aperti i rubinetti O ed N, si faceva passare per molto tempo una corrente del gas secco in istudio da K a D; indi, chiuso O e manovrando la pompa pneumatica, si faceva nell'apparecchio rarefazione fino alla pressione da 10 a 15 mm. — pressione che si leggeva con esattezza sul manometro della pompa. A questo punto si chiudeva il rubinetto N e si continuava a rarefare in A fino ad una pressione piccolissima (varia da esperienza a esperienza), dopo di che, aprendo il rubinetto M e sollevando la sferetta G piena di mercurio, si faceva salire il mercurio stesso in parte nel tubo B C. Si lasciava allora che l'aria rientrasse nella pompa e sollevando o abbassando la sferetta G, si faceva arrivare il livello del mercurio nel ramo B al segno di riferimento F e si misurava col catetometro il dislivello nei due rami. Da questo dislivello e dalla pressione barometrica si calcolava la pressione del gas contenuto in A. Si apriva allora il rubinetto O: il gas contenuto in S si espandeva in A e il dislivello nel tubo ad U diminuiva; si riportava il mercurio al segno F e, misurando il dislivello stesso, si calcolava la nuova pressione del gas.

Si indichi con v il volume del palloncino S compreso fra i due rubinetti O ed N, e con V quello dell'ampolla A fra il rubinetto N e il segno F; questi volumi sono stati con esperienze preliminari determinati con esattezza.

Se non ci fosse stato assorbimento, indicando con p la pressione del gas contenuto dapprima in S, con P quella del gas contenuto in A, e con H quella finale, quando cioè il rubinetto N è aperto, si sarebbe dovuto avere, ammettendo la legge di Boyle,

$$H(v + V) = pv + PV.$$

Si guardava se questo valore di H combinava con quello dato dall'esperienza appena aperto il rubinetto N, ma intanto si continuava a seguire costantemente la posizione del menisco del mercurio nei rami del tubo ad U.

Nel caso in cui ci fosse stato assorbimento era difficile ammettere che il fenomeno avvenisse tutto nel primo istante, e quindi si doveva vedere un movimento susseguente nel menisco del mercurio.

Anzitutto la prima lettura — trattandosi di una pressione finale non estremamente bassa e quindi essendo, nell'intervallo, molto sensibilmente applicabile la legge di Boyle — doveva dare il primo indizio dell'assorbimento; ulteriore indizio si doveva avere dal movimento susseguente del menisco.

Per avere poi in queste misure una sensibilità molto maggiore mi sono servito addirittura dei due apparecchi adoperati per lo studio della legge di Boyle, ho cioè collegato a ciascun apparecchio un palloncino α (V. la figura della Tav. I nella Parte I) terminato da due rubinetti il primo dei quali lo congiunge alle altre parti dell'apparecchio stesso e il secondo al recipiente da cui viene il gas puro e asciutto.

Il modo di procedere è stato del tutto uguale a quello adoperato nella disposizione sopra descritta.

Sia col primo apparato come con questi ultimi due, ho fatto molte esperienze con idrogeno, aria, ossigeno e anidride carbonica. Queste esperienze, i cui risultati sarebbe troppo lungo e inutile il riportare partitamente, mostrano come nel caso dell'idrogeno non ci sia affatto assorbimento sia in recipienti di vetro che di ferro; per l'aria e l'ossigeno un leggiero assorbimento al di sotto di 1 mm. di pressione comincia ad osservarsi nei recipienti di vetro; per l'anidride carbonica tale assorbimento è indubitato, e pare che il suo valore rapporto alla massa del gas vada aumentando colla rarefazione.

Cotesta ricerca però, della quale ho dato ora una prima soluzione approssimata, intendo proseguire con metodi più perfetti.

Conclusioni generali.

7. Le presenti esperienze autorizzano a concludere :

1). Che l' idrogeno segue la legge di Boyle per pressioni inferiori ad una atmosfera fino a circa 0,02 di millimetro.

2). Che l' aria si allontana leggermente da detta legge fra i 2 e i 5 mm.

3). Che l' ossigeno subisce un salto nel suo andamento a circa 0,7 mm.

4). Che l' anidride carbonica a basse pressioni si comprime di più di quel che la legge di Boyle comporti, probabilmente in causa dell' assorbimento delle pareti dei recipienti.

8. Si può ritenere adunque che — fatta eccezione dell'ossigeno, e dell'aria in conseguenza — non si abbiano per i gas da me studiati anomalie che non si possano spiegare con le condizioni inevitabili delle esperienze.

Del resto l' osservazione del Sutherland che, se la legge $p v = \text{cost.}$ non valesse per basse pressioni, bisognerebbe supporre che la materia possedesse delle proprietà non considerate dalla teoria cinetica, non mi pare senz' altro accettabile.

Infatti, nella teoria cinetica la formula $p v = \text{cost.}$ si stabilisce trascurando la coesione e il volume molecolare; nelle formule di van der Waals e di Clausius, che sono del tipo

$$(p + a) (v - b) = \text{cost.},$$

si tien conto di quelle due quantità; mentre il Bohr, servendosi della forma

$$(p + a) v = k,$$

viene ad ammettere implicitamente che la sola coesione sia da tenere in conto. E poichè, se ad una data pressione si presenta una discontinuità subitanea, occorre servirsi di due valori diversi della costante a per rappresentare la legge della compressibilità al di sopra e al di sotto di quella pressione, si viene a supporre che la coesione del gas subisca un cambiamento brusco a quella medesima pressione. Si vede perciò che se questo

cambiamento della coesione è realmente istantaneo e abbastanza grande, il comportamento analogo a quello dell'ossigeno, non potrà esser rappresentato nè dalla formula

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = k$$

del van der Waals, nè da quella

$$\left(p + \frac{a}{T(v + \beta)^2}\right)(v - b) = k$$

del Clausius; perchè in ambedue l'effetto della coesione si rende sempre più piccolo, e varia con continuità, al crescere del volume.

Ma se tutti i gas, a pressioni determinate, presentassero lo stesso fenomeno dell'ossigeno, bisognerebbe concludere che l'equazione caratteristica dovrebbe avere la forma

$$[p + \phi(a, v, T)](v - b) = k,$$

nella quale la $\phi(a, v, T)$ dovrebbe essere una funzione, che fosse continua pei valori di v compresi entro dati limiti, ma presentasse una discontinuità per uno o più valori dati di v .

Poichè la teoria cinetica non esclude che per date frequenze degli urti scambievoli possano formarsi o distruggersi dei gruppi molecolari più o meno complessi, non vi è nulla che teoricamente si opponga a ritenere che la forza di coesione molecolare — che è quella da cui dipende la formazione di questi aggruppamenti — possa subire variazioni come quelle che si è detto dovrebbe presentare la $\phi(a, v, T)$ sopra accennata.

Ringrazio vivamente il Dott. Pandolfi e il Sig. Cassuto per l'opera intelligente e costante, che mi hanno prestato in gran parte di queste difficili ricerche.

Dall'Istituto Fisico della R. Università di Pisa
Li 1.º Febbraio 1901.

SUL COMPORTAMENTO DELL' ALLUMINIO COME ELETTRODO.

Nota del Prof. A. BARTORELLI ¹⁾.

Oggetto delle ricerche.

1. La proprietà che hanno i voltametri con un elettrodo di alluminio di lasciar passare una corrente molto più debole quando l'alluminio funziona da anodo che non quando funziona da catodo è nota già da molto tempo.

Essa, segnalata dapprima dal Buff ²⁾, fu molto più tardi enunciata ancora come nuova dal Ducretet ³⁾, che ne propose una applicazione alla telegrafia. Nelle loro ricerche sulla polarizzazione dell'alluminio ne fecero poi oggetto di studio il Beetz ⁴⁾ e lo Streintz ⁵⁾. Più tardi ancora l'Hutin e il Leblanc ⁶⁾, il Pollak ⁷⁾ e il Grätz ⁸⁾ si studiarono di applicarla industrialmente alla trasformazione di correnti alternate in correnti raddrizzate. Essi pertanto trovarono che quando la polarizzazione del voltmetro era prodotta con forze elettromotrici superiori ai 20. volta, all'incirca, la detta proprietà sembrava scomparire; solo il Pollak ⁹⁾ annunciò posteriormente di avere frenato la corrente con una differenza di potenziale di 120 volta ai morsetti del voltmetro.

Altri ancora ¹⁰⁾ studiarono questo comportamento speciale dei voltametri ad anodo di alluminio e i vari sperimentatori

1) Lavoro eseguito nell'Istituto fisico della R. Università di Parma, diretto dal Prof. P. Cardani, e comunicato nella riunione annuale della Società italiana di Fisica tenutasi a Pisa nel Settembre 1900.

2) Buff. Lieb. Ann., 102, 1857, p. 296.

3) Ducretet. Journ. de Phys., t. 4, 1875, p. 84.

4) Beetz. Wied. Ann., t. 2, 1877, p. 94.

5) Streintz. Wied. Ann., t. 32, 1877, p. 116 o t. 34, 1888, p. 751.

6) V. Eclairage électrique, t. 14, 1898, p. 293.

7) Pollak. Eclairage électrique, t. 12, 1897, p. 77 e 177; t. 13, 1897, p. 89; t. 14, 1898, p. 136.

8) Grätz. Wied. Ann., t. 62, 1897, p. 323.

9) L. c. t. 14, p. 136.

10) Dina. Rendic. del R. Istit. Lomb., serie 2, t. 31, p. 642. — Lecher. Sitzungsber. d. Wien. Akad., 107, 1898, p. 739.

lo hanno attribuito o allo strato che si forma sull' alluminio ¹⁾, il quale avrebbe una straordinaria resistenza, o ad una elevata polarizzazione ²⁾.

2. È fuori di dubbio, perchè confermata da tutti, la formazione di uno strato particolare sulla superficie dell' anodo di alluminio, soltanto è controversa la natura di esso; infatti il Buff lo riteneva costituito da silicio, la cui presenza sarebbe stata giustificata dalla non perfetta purezza dell' alluminio, mentre il Beetz concluse dovesse trattarsi di un ossido di alluminio; e per tale i più lo ritengono sebbene esso non sia stato isolato e raccolto in quantità tale da permettere di poterlo esaminare direttamente.

Non è altrettanto certo invece che esso presenti una resistenza straordinariamente grande.

In quanto alla polarizzazione lo Streintz fu il primo a mostrare che essa poteva salire a valori più elevati delle consuete f. e. m. di polarizzazione, arrivando ad ottenere il valore di circa 17 volta. Ciò non pertanto egli ammise ³⁾ che dovesse aver la sua parte nel fenomeno dell' indebolimento della corrente anche la resistenza dello strato sopra accennato, ed anzi posteriormente ⁴⁾ per spiegare una polarizzazione tanto elevata egli ammise che questo strato fosse così poco conduttore da poter paragonare l' elettrodo di alluminio ad una armatura di un condensatore, di cui l' altra armatura fosse il liquido conduttore e il dielettrico fosse lo straterello suddetto.

Questa ipotesi fu ripresa più tardi dal Dina ⁵⁾, che giunse alla conclusione potersi il voltmetro considerare come un vero e proprio condensatore fino ad un certo limite della differenza di potenziale oltre il quale il comportamento particolare del voltmetro bruscamente cessa, come se dunque bruscamente lo strato esistente sull' anodo di alluminio cessasse di presentare l' elevata resistenza di prima.

1) Buff, Ducretet, Beetz, Lecher, l. c.

2) Streintz, l. c.

3) Wied. Ann. t. 32, p. 120.

4) Wied. Ann., t. 34, p. 751.

5) L. c., p. 650.

Ora bisogna osservare che nessuna misura è stata fatta fin qui per rendersi conto del valore della resistenza offerta dal voltmetro, e che le misure della polarizzazione sono state eseguite quando già era cessato il passaggio della corrente polarizzante, mentre a confessione degli stessi sperimentatori essa decresce rapidissimamente appena è aperto il circuito.

Risulta pertanto evidente che ancora non è conosciuto con precisione l'andamento dei fenomeni in questi voltmetri, e che quindi prima di ogni altra cosa, e in particolare prima di poter discutere ipotesi relative al loro comportamento, è necessario *determinare con esattezza la polarizzazione e la resistenza interna del voltmetro in funzione della intensità di corrente che lo attraversa*, per potere stabilire in quale misura ciascuna di esse contribuisce a dare al voltmetro la proprietà prima accennata.

Questo problema mi sono appunto proposto di risolvere, limitando per ora lo studio al caso delle correnti continue.

Metodo.

3. Nessuno dei metodi fin qui usati, sia per queste speciali ricerche, sia in generale per gli studi sulla polarizzazione, poteva evidentemente servirmi per lo scopo anzidetto, perchè io volevo determinare contemporaneamente polarizzazione e resistenza interna quali esse veramente si presentano durante il passaggio della corrente. Occorreva dunque un metodo nuovo del quale le considerazioni seguenti spiegarono il principio.

Sia I l'intensità della corrente (fornita da una sorgente qualunque di corrente continua) che attraversa il voltmetro ed E la corrispondente differenza di potenziale ai morsetti del voltmetro stesso; sia ϵ la forza controelettromotrice e ρ la resistenza interna del voltmetro, dovrà essere

$$(1) \quad E = \epsilon + I \rho.$$

Quando I ed E sono costanti questa equazione nelle coordinate ϵ e ρ rappresenta una linea retta. Fisicamente ciò significa che tutte le coppie di valori (ϵ ρ) corrispondenti ai punti

di questa retta potrebbero essere scelte per rappresentare le condizioni del voltmetro.

Ora se noi facciamo variare gradualmente I , variando sia la f. e m. della sorgente adoperata sia la resistenza della parte di circuito esterna al voltmetro, varia di conseguenza anche E , ossia E è funzione di I . Indicheremo questa funzione col simbolo

$$(2) \quad E = E(I);$$

allora la equazione (1) può scriversi

$$(3) \quad E(I) = \epsilon + I\rho,$$

cioè essa contiene il solo parametro I , e perciò rappresenta una famiglia di rette, ognuna delle quali è individuata da un valore particolare di I .

La curva inviluppo di questa famiglia di rette corrisponderà ad una equazione nelle coordinate ϵ e ρ , la quale ci darà la legge della reciproca dipendenza di questi due elementi.

Quando sia conosciuta dunque la legge (2) basterà fra la (3) e la

$$\frac{dE(I)}{dI} = \rho$$

eliminare la I e si troverà un'equazione in ϵ e ρ che simbolicamente indicheremo con

$$(4) \quad f(\epsilon, \rho) = 0.$$

Ogni retta della famiglia (3) determina col suo contatto con la curva (4) un punto di questa, cioè la risoluzione del sistema di equazioni (3) e (4) rispetto ad ϵ e a ρ ci dà un sistema del tipo

$$(5) \quad \begin{cases} \epsilon = \epsilon(I) \\ \rho = \rho(I) \end{cases}$$

Il sistema (5) fornisce dunque per ogni valore della intensità di corrente che traversa il voltmetro i valori della polarizzazione e della resistenza interna,

È chiaro poi che si possono avere invece questi valori in funzione di quelli di E , ossia che si può avere anche un sistema del tipo

$$(6) \quad \left\{ \begin{array}{l} \epsilon = \epsilon(E) \\ \rho = \rho(E) \end{array} \right.$$

4. Da quanto ho detto precedentemente risulta che per applicare questo metodo bisogna innanzi tutto determinare con l'esperienza i valori corrispondenti di E e di I , e poi bisogna cercare di tradurre in linguaggio analitico questa corrispondenza per avere l'equazione (2); dopo di che il trovare l'equazione (4) e le (5) o le (6) non è più che una questione di calcolo.

5. Osserverò infine che il metodo ora descritto, sebbene ideato per queste ricerche, presenta un carattere di grande generalità.

Esso poi, usato per gli studi sulla polarizzazione, presenta il grande vantaggio di sopprimere le complicazioni sperimentali necessarie per ridurre minimo l'intervallo di tempo fra la cessazione della corrente polarizzante e la misura della polarizzazione, e di sopprimere altresì le cause d'errore che, nonostante queste complicazioni, sempre rimangono e che dipendono dal fatto di misurare un elemento variabilissimo quando il passaggio della corrente è già cessato.

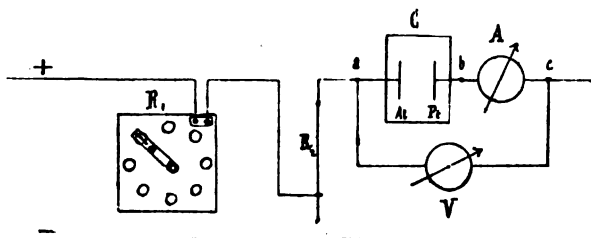
Disposizione sperimentale.

6. Per determinare i valori corrispondenti di E e di I disponevo gli apparecchi come è indicato schematicamente dalla figura qui unita.

La leggenda sottoposta allo schema stesso rende inutile ogni spiegazione.

Osserverò soltanto che A e V erano un amperometro e un voltmetro di Thomson costruiti dalla Casa Bréguet di Parigi, che il voltmetro C era ordinariamente una vaschetta di vetro, ed era invece un tubo pure di vetro per distanze molto grandi fra gli elettrodi.

Le indicazioni del voltmetro V venivano corrette della perdita di potenziale verificantesi fra i punti *b* e *c* per ottenere i valori delle differenze di potenziale *E* fra i punti *a* e *b*.



$C = \text{Voltmetro}$ $\left\{ \begin{array}{l} Al = \text{elettrodo di alluminio} \\ Pt = \text{ " di platino} \end{array} \right.$
 $A = \text{Amperometro}$
 $V = \text{Voltmetro}$
 $R_1, R_2 = \text{Reostati.}$

7. Nel modo precedentemente indicato esegui una serie di esperienze nella quale l' alluminio serviva da anodo e ne esegui un' altra serie nella quale l' alluminio funzionava da catodo, essendo l' altro elettrodo di platino. Usai sempre elettrodi costituiti da lastre rettangolari piane disposte parallelamente e ne variavi fra limiti molto estesi la sezione e la distanza; infatti usai come sezione immersa minima 25 cm² e come massima 245 cm², e feci variare la distanza da un minimo di 2 cm. a un massimo di 35 cm. ¹⁾. Per elettrolito adoperai in tutte le esperienze una soluzione di acido solforico nella proporzione del 5 % in volume.

1. Esperienze con l' alluminio funzionante da anodo.

Resultati.

8. Le esperienze fatte adoperando l' alluminio come anodo furono in gran numero; qui per brevità si riportano i risultati di due di esse, che sono trascritti nelle due prime colonne delle tabelle I e II.

1) Nel caso in cui la distanza era di 85 cm. le lastre erano piegate a cilindro e disposte coassialmente al tubo di vetro che serviva da voltmetro.

TAB. I.

Esperienza 2^a.

$s = \text{cm}^2 27; \quad d = \text{cm. } 7$		
I amp.	E volta	$\frac{E}{I}$ ohm
0,052	7,92	152
0,056	9,24	165
0,065	9,86	152
0,067	10,56	158
0,071	11,00	155
0,077	11,07	144
0,085	11,40	134
0,087	11,48	132
0,091	11,57	127
0,101	11,92	118

TAB. II.

Esperienza 27^a.

$s = \text{cm}^2 245$			$a = 0,0443$		
$d = \text{cm. } 10$			$b = 0,0358$		
I Amp.	E osservato Volta	E calcolato Volta	Differenza $E_o - E_c$	ε Volta	ρ Ohm
1,06	12,77	12,90	— 0,13	5,96	6,58
1,15	13,27	13,45	— 0,18	6,43	6,07
1,28	14,52	14,21	+ 0,31	7,22	5,47
1,44	15,27	15,02	+ 0,25	8,05	4,82
1,64	16,03	15,92	+ 0,11	9,05	4,18
1,96	17,28	17,12	+ 0,16	10,47	3,46
2,45	18,53	18,56	— 0,03	12,39	2,55
3,10	19,78	19,96	— 0,18	14,32	1,84
3,31	20,03	20,33	— 0,30	14,75	1,67
3,53	20,53	20,68	— 0,15	15,34	1,52
3,82	20,78	21,09	— 0,31	15,94	1,35
4,07	21,23	21,42	— 0,14	16,40	1,23
4,43	21,78	21,83	— 0,05	17,02	1,08
4,72	22,29	22,13	+ 0,16	17,49	0,98
5,17	22,54	22,54	0,00	18,13	0,84
5,85	23,04	23,06	— 0,02	19,10	0,69
6,52	23,29	23,48	— 0,19	19,77	0,57
7,09	23,79	23,78	+ 0,01	20,28	0,50
7,49	24,29	23,98	+ 0,31	20,62	0,45
8,10	24,54	24,23	+ 0,31	21,01	0,40

Nella esperienza 2^a (Tab. I) la densità di corrente sugli elettrodi ha variato fra 0,0019 e 0,0037 amp. per cm²; nella 27^a (Tab. II) ha variato invece fra 0,0043 e 0,0330 amp. per cm².

Anche le altre esperienze per densità di correnti inferiori o superiori a 0,0040 amp. per cm² all'incirca hanno rispettivamente l'andamento della 2^a o della 27^a sopra riportate; e precisamente per la prima categoria il valore $\frac{E}{I}$, come risulta dalla colonna terza della Tab. I, dapprima è oscillante e poi comincia a diminuire gradatamente e continuamente, mentre per la seconda categoria il valore di $\frac{E}{I}$ è sempre, fino da principio, decrescente.

Discussione dei risultati; loro rappresentazione algebrica.

9. Bisogna ora cercare una rappresentazione analitica dei risultati di queste esperienze; ma prima di ogni altra cosa osserverò che le rette rappresentate dalla equazione (1) del § 3 incontrano l'asse delle ϵ nel punto (0, E) e l'asse delle ρ nel punto $(\frac{E}{I}, 0)$ e che la tangente dell'angolo che esse formano con l'asse delle ρ è data da $-I$.

Questa considerazione permette di trarre alcune conseguenze importanti anche prima di avere stabilito una equazione del tipo $E = E(I)$. Infatti dall'esame dei valori di $\frac{E}{I}$ della Tab. I risulta che dapprincipio essi crescono al crescere di I e lo stesso accade per tutte le esperienze della stessa categoria; ciò prova che dapprincipio le rette (1) si incontrano al disotto dell'asse delle ρ , cioè che la ϵ ha valori negativi ¹⁾.

Poi i valori di $\frac{E}{I}$ decrescono oscillando intorno ad un valor medio, che nell'esperienza seconda è di 155 ohm, e finalmente prendono a decrescere in modo continuo; dunque la ϵ passa per il valore 0 e poi diviene positiva.

1) Si noti che la ϵ è positiva quando l'alluminio si comporta come polo positivo e negativa nel caso opposto.

Nell'esperienza 27^a invece e nelle altre analoghe ad essa, poichè i valori di $\frac{E}{I}$ sono sempre decrescenti, le rette (1) si incontrano al disopra dell'asse delle p , ossia la ϵ ha sempre valori positivi.

10. Per ben comprendere questo primo risultato, cioè per spiegarci come ci sia un periodo nel quale il voltmetro possiede una f. c. e. m. nulla, occorre osservare che la coppia platino-alluminio in soluzione di acido solforico ha una f. e. m. propria, come qualunque coppia idroelettrica, e che il platino funziona naturalmente da polo positivo. Questa f. e. m. quando l'alluminio è nuovo o pulito di fresco e quando la soluzione di acido solforico è fatta nella proporzione del 5 % in volume, mi è risultata sempre compresa fra 0,8 e 0,9 Volta, sia confrontandola con un campione Latimer-Clark all'elettrometro di Mascart, sia misurandola al voltmetro di Thomson ¹⁾.

Prima dunque che compaia nel voltmetro una polarizzazione positiva dovrà annullarsi questa f. e. m.; appunto come si è trovato con l'esperienza.

Il valore di $\frac{E}{I}$ quando $\epsilon = 0$ rappresenta la resistenza del voltmetro in quel momento, e nella esperienza 2^a esso risulta di 155 ohm.

In tutte le esperienze della prima categoria ho trovato che il passaggio di ϵ ai valori positivi è avvenuto sensibilmente per la stessa densità di corrente, e cioè per circa 0,0025 amp. per cm².

11. Aggiungerò che l'esistenza di questa f. e. m. aiuta a spiegare anche un fatto rilevato già da altri sperimentatori ²⁾, che cioè con una lamina di alluminio nuova nei primi istanti dopo la chiusura del circuito, anche operando a basse tensioni, si ha una corrente dapprima più intensa che rapidamente poi si indebolisce. Infatti in quei primi istanti le cose procedono come se alla sorgente elettrica che fornisce la corrente polarizzante si unisse in serie una pila; il passaggio

1) Il circuito di questo voltmetro ha una resistenza di 6560 ohm.

2) Dina, l. c., p. 652-653.

della corrente produce poi un cambiamento nelle condizioni del voltmetro per il quale la sua f. e. m. scompare e ne sorge una di senso contrario. Quindi, anche all' infuori di variazioni di resistenza al contatto fra alluminio e liquido, per il solo fatto di queste variazioni nella f. e. m. propria del voltmetro la corrente deve indebolirsi.

Le misure di detta f. e. m. fatte pochi secondi dopo l' apertura del circuito mi hanno sempre dimostrato che essa ritorna rapidissimamente del senso di prima, ma è di pochi centesimi di Volta, cresce lentamente e, lasciando a sè il voltmetro, soltanto dopo delle ore riprende il valore di 0,9 V. Questo fatto spiega perchè se si fanno colla stessa lastra successive esperienze a tensioni basse non si ha più, dopo la prima volta, la brusca deviazione iniziale dell' amperometro e la successiva rapida diminuzione. Infatti, purchè si facciano le successive esperienze a intervalli di tempo non troppo grandi dalla precedente apertura del circuito, si trova il voltmetro in condizioni diverse dalla prima volta, perchè la sua f. e. m. è già uguale a zero o quasi.

12. Ho già rilevato al § 9 che nelle esperienze della seconda categoria, cioè in quelle nelle quali la densità di corrente si è mantenuta superiore a 0,0040 A. per cm^2 , la ϵ deve avere sempre valori positivi.

Cercando allora per questa fase del fenomeno una rappresentazione analitica dei risultati delle esperienze ho trovato che in tutte le esperienze la equazione (2) del § 3 ha la forma

$$(2') \quad E = \frac{I}{a + b I}$$

con a e b costanti.

Nella terza colonna della Tab. II sono trascritti i valori della E calcolati con una formola del tipo (2') dove $a = 0,0443$ e $b = 0,0358$, e le differenze fra i valori osservati e i valori calcolati, scritte nella colonna quarta, mostrano l' accordo di questa legge coi dati dell' esperienza.

Le ricerche di cui dò conto in questa Nota sono state fatte giungendo fino ad una densità di 0,1000 A. per cm^2 e fino a questo limite ho trovata applicabile la formola (2').

TAB. III.

N. d'ordine della esperienza	Sez. degli elettrodi s (cm.)	Dist. degli elettrodi d (cm.)	a	b	$\frac{a}{s}$
19 ^a	25	35 ¹⁾	0,0045	0,0368	$18 \cdot 10^{-5}$
5 ^a	27	7	0,0055	0,0422	$20 \cdot 10^{-5}$
32 ^a	38,2	6	0,0061	0,0423	$18 \cdot 10^{-5}$
13 ^a	53	2	0,0099	0,0398	$19 \cdot 10^{-5}$
16 ^a	53	2	0,0071	0,0401	$13 \cdot 10^{-5}$
28 ^a	66,4	6	0,0173	0,0424	$26 \cdot 10^{-5}$
31 ^a	66,4	12	0,0218	0,0424	$33 \cdot 10^{-5}$
25 ^a	245	10	0,0439	0,0364	$18 \cdot 10^{-5}$
27 ^a	245	10	0,0448	0,0358	$18 \cdot 10^{-5}$

13. Nella Tab. III ho raccolto i dati di alcune di queste esperienze fatte in condizioni diverse di sezione e di distanza degli elettrodi. Dall'esame delle colonne quarta e quinta risulta che la costante b ha sensibilmente lo stesso valore in tutte le esperienze, mentre la costante a ha valori differenti da esperienza a esperienza; però la colonna sesta mostra che questa costante è strettamente legata colla sezione degli elettrodi, infatti i rapporti $\frac{a}{s}$ fra i valori di questa costante e quelli delle sezioni s degli elettrodi sono sensibilmente anch'essi costanti. Il valor medio di b è 0,04 e quello di $\frac{a}{s}$ è 0,0002.

Calcolo di ϵ e di ρ . Studio delle loro variazioni.

14. Stabilita la legge (2'), che rappresenta algebricamente l'andamento delle esperienze fra i limiti suindicati della densità di corrente, si può applicare il metodo di calcolo indicato al § 3 per trovare la equazione del tipo (4) la quale risulta

$$(4') \quad 4 a \rho = (1 + a \rho - b \epsilon)^2.$$

Essa rappresenta una parabola che incontra l'asse delle ρ nel punto $\left(\frac{1}{a}, 0\right)$ e l'asse delle ϵ nel punto $\left(0, \frac{1}{b}\right)$.

1) Nel caso della distanza di cm. 35 fu adoperato come voltmetro un tubo di vetro.

Si possono altresì formare le equazioni del tipo (5) che risultano

$$(5') \quad \left\{ \begin{array}{l} \epsilon = \frac{b I^2}{(a + b I)^2} \\ \rho = \frac{a}{(a + b I)^2} \end{array} \right.$$

oppure quelle del tipo (6) che risultano invece

$$(6') \quad \left\{ \begin{array}{l} \epsilon = b E^2 \\ \rho = \frac{(1 - b E)^2}{a} \end{array} \right.$$

Le formole (5') e le (6') risolvono la questione propostaci, nei limiti in cui esse valgono e che sopra ho indicati, ed è appunto col sussidio delle (5') che ho calcolato i valori di ϵ e di ρ scritti nelle colonne quinta e sesta della tabella II.

Possiamo pertanto concludere che per un voltmetro nel quale l'anodo sia di alluminio, il catodo di platino e l'elettrolito sia costituito da soluzione di acido solforico al 5 % in volume:

« *Fra le densità di corrente di A. 0,0040 e 0,1000 per cm² la polarizzazione e la resistenza interna sono rappresentate da formole del tipo:*

$$\epsilon = \frac{b I^2}{(a + b I)^2} \quad \rho = \frac{a}{(a + b I)^2}$$

dove a e b sono costanti ».

15. La discussione delle (5') o delle (6') serve a studiare le variazioni di ϵ e di ρ e quindi a rivelarci il comportamento del voltmetro quando esso è attraversato da correnti di intensità gradatamente crescente.

Infatti la seconda delle (5') mostra che ;

« *la resistenza ρ del voltmetro va sempre decrescendo al crescere della intensità di corrente* ».

Per la esperienza 27^a riportata nella tabella II essa era in principio di ohm 6,53 ed alla fine era ridotta ad ohm 0,40. Ma è evidente che questa diminuzione non può continuare indefinitamente e che il voltmetro dovrà presentare un mi-

nimo di resistenza almeno eguale alla resistenza del solo elettrolito; e nell'esperienza citata la più piccola resistenza calcolata di 0,40 è appunto molto vicina alla resistenza, calcolata coi dati ordinari, che il solo elettrolito avrebbe avuta nelle condizioni di questa esperienza, la quale risulterebbe di ohm 0,11.

Dalla prima delle (5'), essendo le costanti a e b positive, risulta che:

« la polarizzazione ϵ del voltmetro va sempre crescendo al crescere della intensità di corrente ».

Inoltre la derivata seconda della funzione $\epsilon(I)$, cioè la funzione

$$\frac{2ab(a-2bI)}{(a+bI)^3}$$

è sempre negativa; infatti se si introduce la densità δ di corrente in A. per cm^2 , essendo $I = \delta s$ si può scrivere

$$a - 2bI = a - 2b\delta s = s\left(\frac{a}{s} - 2b\delta\right),$$

e posto $\frac{a}{s} = 2 \cdot 10^{-3}$, $b = 4 \cdot 10^{-3}$ (v. il § 13) e $\delta = 0,0040$ (il valor minimo per il quale valgono queste formole) si trova

$$s\left(\frac{a}{s} - 2b\delta\right) = -12 \cdot 10^{-3} \cdot s < 0;$$

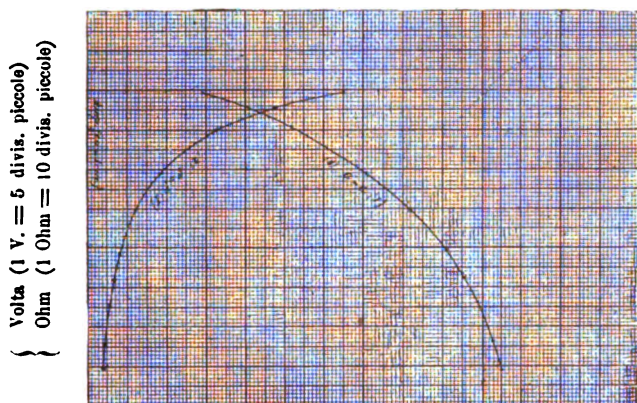
tutti gli altri valori della differenza $a - 2bI$, corrispondenti a valori più grandi della intensità e quindi della densità δ sono a maggior ragione negativi. Dunque la curva di equazione

$$\epsilon = \frac{bI^2}{(a+bI)^3}$$

volge la concavità all'asse delle I , e perciò:

« gli aumenti della polarizzazione ϵ , rapidi da principio, vanno gradatamente diminuendo per uguali aumenti della intensità ».

Le curve 1 e 2 corrispondono alle equazioni (5') per la esperienza riportata nella Tab. II (27^a) e rendono evidente l'andamento sopra descritto.



16. È utile anche fare il confronto della polarizzazione con la differenza di potenziale che sussiste ai morsetti del voltmetro. A questo scopo serve la prima delle equazioni (6') la quale ci permette di enunciare la proprietà che :

« la polarizzazione è proporzionale al quadrato della differenza di potenziale esistente ai morsetti del voltmetro ».

Lo Streintz aveva concluso che era sensibilmente proporzionale alla prima potenza ¹⁾, nè ciò deve recar meraviglia quando si pensi che egli misurava la polarizzazione, come di solito, quando il passaggio della corrente era cessato e adoperava per la inversione delle comunicazioni un *diapason* elettromagnetico di 64 vibrazioni.

1) L. c., p. 125. — N. B. Veramente lo Streintz trovò questa proporzionalità approssimata con la f. e. m. della pila polarizzante; ma bisogna osservare che le intensità di corrente con cui ebbe che fare furono sempre piccolissime (non superiori a 0,25 amp.) e che non incluse alcuna resistenza ausiliaria nel circuito, per cui le differenze fra la f. e. m. delle pile adoperato e la differenza di potenziale ai morsetti del voltmetro sono trascurabili, specialmente se si tien conto delle oscillazioni non lievi che egli trovò nel rapporto fra la polarizzazione e la f. e. m. delle pile adoperato al variare di quest'ultima.

La equazione suddetta può scriversi anche

$$\frac{\epsilon}{E} = b E$$

e sotto questa forma ci fa vedere che il rapporto $\frac{\epsilon}{E}$ va gradatamente crescendo al crescere di E e quindi di I , ossia che la ϵ va gradatamente avvicinandosi alla E ; ma evidentemente non può divenirgli eguale cioè questo rapporto deve rimanere inferiore all'unità; dunque si deve avere

$$b E < 1$$

ossia

$$E < \frac{1}{b}.$$

Ora dalla Tab. III risulta (v. § 13) che b ha sensibilmente lo stesso valore $4 \cdot 10^{-2}$ in tutte le esperienze, quindi deve essere

$$E < 25 \text{ V.}$$

Quando dunque la E si avvicina ai 25 V. la ϵ tende ad uguagliarla; se ne può trarre la conclusione che nei voltametri da me studiati:

« la polarizzazione tende verso un limite superiore il quale, a meno di variazioni brusche nel comportamento del voltmetro, non deve raggiungere i 25 Volta ».

Ulteriori esperienze, già intraprese, e fatte arrivando a densità di corrente superiore alla massima raggiunta di amp. 0,1000 per cm^2 , serviranno a stabilire come procedono le cose quando si sia raggiunto questo limite superiore della polarizzazione.

Intanto osserverò che le parabole di equazione (4') incontrano, come ho rilevato al § 14 l'asse delle ϵ nel punto $(0, \frac{1}{b})$; ma ho già notato che la resistenza ρ del voltmetro non può annullarsi, può se mai tendere ad un valore minimo, quindi le parabole suddette si arresterebbero al punto

corrispondente caso per caso a questo valore minimo, e l'ordinata relativa sarebbe il valor massimo della polarizzazione.

Per esempio per una sezione di cm^2 245, qual'è quella dell'esperienza 27^a Tab. II, posto $\rho = 0,11$ come valor minimo (v. § 15), si ottiene dall'equazione (4')

$$\epsilon = 21.48.$$

Confronto del comportamento di voltametri differenti ¹⁾.

17. Per paragonare fra di loro voltametri differenti a riguardo sia della polarizzazione che della resistenza interna servono bene le formole (5') opportunamente modificate introducendovi la densità δ della corrente.

Esse divengono allora

$$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon = \frac{b \delta^2 s^2}{(a + b \delta s)^2} \\ \rho = \frac{a}{(a + b \delta s)^2} \end{array} \right.$$

od anche

$$(7) \quad \left\{ \begin{array}{l} \epsilon = \frac{b \delta^2}{\left(\frac{a}{s} + b \delta\right)^2} \\ \rho = \frac{1}{s} \frac{\frac{a}{s}}{\left(\frac{a}{s} + b \delta\right)^2} \end{array} \right.$$

Ricordando che $\frac{a}{s}$ e b possono ritenersi costanti, dalla prima delle equazioni (7) si deduce, come era da attendersi, che:

« in voltametri nei quali sia differente la sezione o la distanza degli elettrodi la polarizzazione è la stessa quando è la stessa la densità di corrente ».

1) Chiamo per brevità voltametri differenti quelli nei quali sono differenti la sezione o la distanza degli elettrodi.

La seconda poi delle equazioni (7) mostra che nei limiti di queste esperienze :

« le resistenze di voltametri differenti sono indipendenti dalla distanza degli elettrodi e, a pari densità di corrente, sono inversamente proporzionali alla loro sezione ».

II. Esperienze con l' alluminio funzionante da catodo.

Resultati e loro rappresentazione algebrica.

18. Anche le esperienze fatte adoperando l' alluminio come catodo furono numerose.

TAB. IV.

Esperienza 32^a.

$a = 0,0816$		$b = 0,2366$	
I Amp.	E osservato Volta	E calcolato Volta	Differenze $E_o - F_o$
0,30	3,12	2,92	+ 0,20
0,42	3,24	3,21	+ 0,03
0,53	3,37	3,37	0,00
0,66	3,49	3,51	- 0,02
0,78	3,61	3,61	0,00
0,99	3,73	3,72	+ 0,01
1,87	3,96	3,95	+ 0,01
2,28	4,08	3,99	+ 0,09
3,36	4,18	4,06	+ 0,12
4,06	4,31	4,09	+ 0,22
4,55	4,41		
5,29	4,52		
5,76	4,63		
6,37	4,75		

La tabella IV contiene nella prima e seconda colonna i risultati di una di esse (esp. 32^a).

L' andamento delle altre, a parte i valori assoluti perchè anche qui furono variate fra limiti estesi le condizioni di esperienza, è analogo.

Cercando una rappresentazione algebrica ho trovato che per tutte le esperienze bisogna distinguere vari tratti; nell'ultimo la equazione $E = E(I)$ è quella di una linea retta

$$(8) \quad E = m + n I,$$

ed esso si raccorda per mezzo di un tratto intermedio con un altro nel quale la equazione $E = E(I)$ è ancora con buona approssimazione del tipo (2'), cioè

$$E = \frac{I}{a + b I},$$

almeno fino ad un valore assai basso della densità di corrente.

La terza colonna della tabella IV contiene i valori di E calcolati per la esp. 32^a con detta formola, quando si diano alle costanti i valori

$$a = 0,0816 \quad b = 0,2366;$$

e la quarta colonna le differenze fra i valori osservati e quelli calcolati; queste differenze mostrano che fra le intensità di A. 0,42 e 1,87 può ritenersi valida la (2'), mentre ciò non può più farsi al disotto e al disopra di queste intensità.

TAB. V.

Esperienza 32^a.

$m = 8,54$		$n = 0,19$	
I Amp.	E osservato Volta	E calcolato Volta	Differenze $E_o - E_c$
2,28	4,08	3,97	+ 0,11
3,86	4,18	4,18	0,00
4,06	4,31	4,81	0,00
4,55	4,41	4,40	+ 0,01
5,29	4,52	4,55	- 0,03
5,76	4,63	4,63	0,00
6,37	4,75	4,75	0,00

La tabella V contiene nella prima colonna i valori della intensità compresi fra 2,28 e 6,37 A., nella seconda i valori

corrispondenti di E osservati e nella terza quelli di E calcolati con la formola (8) nella quale si è fatto

$$m = 3,54 \quad n = 0,19;$$

le differenze contenute nella colonna quarta mostrano come la (8) sia applicabile fra le intensità di A. 3,36 e 6,37.

19. Nell'intervallo in cui vale la (8) la equazione (3) del § 3 diviene

$$m + n I = \epsilon + \rho I,$$

e questa dovendo sussistere per tutti i valori di I (compresi nei limiti della sua validità) ne segue che dovrà essere

$$\epsilon = m \quad \rho = n$$

ossia che la polarizzazione e la resistenza saranno costanti.

Nel caso della esp. 32^a risulta

$$\epsilon = 3,54 \quad \rho = 0,19.$$

Nell'intervallo invece in cui la legge $E = E(I)$ è del tipo (2') valgono le (5'); ossia la ϵ è crescente e la ρ decrescente.

Potremo pertanto concludere che nei voltametri nei quali l'anodo sia di platino, il catodo di alluminio e l'elettrolito sia una soluzione di acido solforico:

« la polarizzazione va gradatamente aumentando col crescere della densità di corrente fino a raggiungere un massimo, raggiunto il quale si mantiene costante ».

Se poi si considera che il valor limite della resistenza ρ tanto in questa esperienza che nelle altre analoghe è risultato prossimamente uguale alla resistenza del solo elettrolito, calcolata coi dati forniti dai manuali, si può concludere anche che:

« la resistenza va gradatamente diminuendo fino ad un limite inferiore sensibilmente uguale alla resistenza del solo elettrolito ».

*Confronto delle due serie di esperienze.**Conclusione.*

20. Paragonando le esperienze fatte coll' anodo di alluminio con quelle fatte col catodo di alluminio se ne deduce come probabile che anche nel primo caso quando la polarizzazione abbia raggiunto il suo massimo si conservi costante, (entro certi limiti della densità di corrente almeno) mantenendosi parimente costante la resistenza, per modo che la legge $E=E(I)$ sia quella di una linea retta.

Siccome poi le esperienze della seconda serie mi hanno dato valori massimi della polarizzazione compresi fra 2^v,87 e 3^v,54 così possiamo asserire che:

« la polarizzazione massima che il voltmetro acquista quando l' alluminio è catodo è notevolmente minore di quella che acquista quando l' alluminio è anodo ».

Ritenuto che il limite superiore della polarizzazione nel secondo caso non raggiunga i 25 V. (v. il § 16) il rapporto fra queste due f. c. e. m. massime risulta compreso fra 0,1 e 0,2.

Una conclusione non meno importante si può trarre per la resistenza; infatti basandoci sulle considerazioni seguenti potremo fare facilmente il confronto fra le resistenze offerte dal voltmetro nei due casi in cui l' alluminio è catodo o anodo.

Nel primo caso si è visto che si raggiunge la polarizzazione massima e insieme la resistenza minima quando la E ha un valore vicino ai 4 Volta, e allora questa resistenza minima è press' a poco eguale a quella del solo elettrolito. Per questo valore di E nel secondo caso siamo in quel periodo in cui la ϵ o è ancora negativa o di poco ha superato lo zero, per modo che la resistenza del voltmetro è elevatissima (v. il § 10).

Al crescere del valore di E mentre nel primo caso la ρ non decresce più nel secondo invece va, come sappiamo, continuamente decrescendo e tende ad eguagliare la resistenza del solo elettrolito.

Possiamo dunque asserire che:

« per uguali valori della differenza di potenziale E ai morsetti del voltmetro la sua resistenza quando l'alluminio è catodo è sempre minore di quella che presenta quando l'alluminio è anodo.

« Il rapporto della prima alla seconda, piccolissimo per i più piccoli valori di E, cresce con E e tende verso l'unità quando E si avvicina ai 25 Volta ».

21. Le proprietà precedentemente enunciate permettono di concludere che il comportamento particolare che presentano questi voltmetri quando l'alluminio funziona da anodo in confronto di quando funziona da catodo dipende, secondo le fasi del fenomeno, e da una forte resistenza e da una elevata polarizzazione.

Da principio, per i più bassi valori della differenza di potenziale E, il voltmetro presenta una resistenza elevatissima e una f. c. e. m. negativa o nulla. Questa forte resistenza è dovuta evidentemente alla trasformazione chimica, qualunque essa sia, che si compie alla superficie dell'alluminio, come lo prova il fatto di essere strettamente collegata coll'area degli elettrodi e indipendente dalla loro distanza.

Essa va gradatamente decrescendo all'aumentare di E e quindi della densità di corrente; ma intanto la polarizzazione, che ha assunto valori positivi, va gradatamente aumentando e compensa in certo qual modo la diminuzione della resistenza. Ma quando ϵ e ρ abbiano raggiunto i loro valori rispettivamente massimo e minimo allora la equazione

$$E = \epsilon + \rho I$$

con ϵ e ρ costanti rappresenta una linea retta nelle coordinate E ed I, la quale fa con l'asse delle I un angolo di tangente ρ ; e poichè questo valore di ρ è piccolissimo tale retta risulta poco inclinata rispetto all'asse delle I, ossia a grandi aumenti della I corrispondono aumenti insignificanti della E.

È ciò che ha fatto dire ¹⁾ che, a partire da un certo limite per E, la I subisce quasi improvvisamente un forte

1) Dina, l. c., p. 646.

aumento; ma, come si vede da quanto precede, questa non è che l'apparenza, perchè in realtà il cambiamento che avviene nelle condizioni del voltmetro è graduale.

Parma, Settembre 1900.

ESPERIENZE SUI PROGETTILI GAZOSI.

Studio di G. VICENTINI e G. PACHER ¹⁾

Col nome di proiettili gazzosi gli autori indicano i vortici circolari di aria, che si ottengono cogli spari dei cannoni grandinifughi dello Stiger o con apparecchi analoghi. Le esperienze descritte dagli autori sono adatte a scopo dimostrativo e servono a mettere in chiaro, in modo completo e meglio di quanto finora si fosse fatto, le proprietà dei vortici gazzosi.

Dopo avere spiegato il meccanismo della formazione dell'anello vorticoso lanciato dai cannoni grandinifughi, gli autori passano alla descrizione delle trombe impiegate a produrre gli anelli con una pistola ordinaria, caricata con 1, 2 o 3 grammi di polvere e mostrano la grande loro energia.

Allo scopo di studiare le proprietà dell'anello vorticoso, portano sul suo cammino dei bersagli formati con rete metallica coperta di acqua saponata; essi mostrano che in corrispondenza alla parte centrale dell'anello l'acqua saponata è strappata e portata nel senso del movimento progressivo del vortice, mentre la parte periferica viene lanciata all'indietro. Fra le due parti resta una corona circolare di gocce od uno strato più o meno irregolare di acqua saponata.

Anche coi vortici prodotti con una cassa del Tait sono eseguite delle esperienze graziose. Lanciando un vortice di piccola velocità contro una lamina di acqua saponata, tesa nell'interno di un anello di filo metallico, si può ottenere la deformazione di questa sino allo strappo, ma in modo da imprigionare il vortice in una parte della lamina ed avere così

¹⁾ Atti del R. Istituto Veneto di Scienza, Lettere ed Arti. Tomo 59. Parte II, p. 1007-1028. Seduta 22 aprile 1900.

una bolla di sapone. Questa talvolta si ha senza che la lamina, dalla quale si stacca, abbia a distruggersi. Qualche altra volta la bolla rimane aderente alla lamina sotto forma di corpo lenticolare. Avviene anche che la bolla, in seguito all'impulso che riceve dalla lamina deformata, che ritorna verso la sua forma di equilibrio, assume un movimento in senso opposto a quello del vortice imprigionato.

Le proprietà delle varie parti del corpo vorticoso sono studiate con pendolini leggeri o con fiamme a gas. Tre piccole fiamme, egualmente distanti fra loro, in modo che le estreme siano ad una distanza eguale o maggiore del diametro dell'anello vorticoso, mostrano che lo spostamento dell'aria attraversata dal vortice è quale la teoria fa prevedere. Le due fiamme estreme si contorcono a spirale; la fiamma di mezzo si spegne.

Allorquando un vortice incontra degli ostacoli si deforma ed immediatamente si decompone,

I fili posti sul cammino di un vortice non lo distruggono.

Se si tenta di infilare un vortice con un bastone anche sottile, si decompone.

I vortici passando in vicinanza di un ostacolo o di una parete deviano dal loro cammino, subendo una attrazione.

Un vortice che urta contro una superficie inclinata, si sfascia, producendo un soffio diretto nel piano di incidenza.

I vortici di grande velocità, urtando contro il bersaglio di acqua saponata, ne strappano sempre un cerchio di diametro molto più grande del proprio. Resta così messa in evidenza l'esistenza del corpo vorticoso.

Studiando l'azione elettrica degli anelli vorticosi, prodotti colla cassa del Tait o colla pistola, costituiti da semplice aria, da fumi di cloruro di ammonio oppure dai prodotti della combustione della polvere, gli autori non hanno trovato nessuna influenza sensibile sopra elettroscopi scarichi od elettrizzati.

In una delle Note che accompagnano il lavoro è descritto un apparecchio semplice e comodo, per la produzione dei fumi di cloruro di ammonio, atti a rendere visibili i vortici.

**A PROPOSITO DI UN RECLAMO DI PRIORITÀ DEL SIG. E. VILLARI,
di F. KURLBAUM.**

Nei *Rendiconti dell'Accad. di Napoli*, (3), vol. 6, p. 136, 1900, il Prof. Villari accenna ad una parte del mio lavoro sulla « Variazione dell' emissione e dell' assorbimento del nero di platino e del nero di fumo col crescere dello spessore » ¹⁾ e conclude dicendo: « Da quanto precede è manifesto, che i risultati qui sopra ricordati, e relativi ad una parte di un mio lavoro pubblicato nel 1878, sono affatto identici a quelli pubblicati dal Kurlbaum nel 1899 » ²⁾.

A questo proposito debbo far osservare:

1) che io ho misurato l' emissione del nero di platino e del nero fumo, mentre il Villari non ha misurato l' emissione del nero di platino;

2) che inoltre ho confrontato l' emissione delle due sostanze con quella del corpo nero di Kirchhoff, mentre il Villari ha confrontato l' emissione di strati di spessore diverso di nero fumo e di altri corpi con il massimo dell' emissione del nero fumo. Poichè la pila termoelettrica e il bolometro si rivestono di nero di platino o di nero fumo, si è in grado di fare la correzione per la misura dell' irraggiamento assoluto, talchè si ottiene lo stesso valore che si otterrebbe da un apparecchio di misura col nero assoluto. Tal correzione, che è lo scopo precipuo del mio lavoro, non si può dedurre dal lavoro del Villari;

3) finalmente ho misurato l' emissione di strati di nero di platino e di nero fumo di spessori così diversi ed esattamente determinati mediante il loro peso, che ho potuto indicare due rami di curve chiuse, che hanno andamento diverso e caratteristico.

Da tali curve ho dedotto (l. c., p. 854) delle conseguenze, che Villari non poteva dedurre. Dal materiale delle di lui ri-

1) Wied. Ann., 67, p. 846, 1899.

2) Atti Acc. Bologna, (8), 9, p. 145; N. Cim., (8), 4, p. 5. Sul potere emissivo e sulla diversa natura del calorico emesso da diverse sostanze riscaldate a 100 gradi.

cerche si può infatti determinare le altezze relative delle ordinate corrispondenti ad una parte della mia curva relativa al nero fumo; ma non si può dedurre il valore delle ascisse corrispondenti.

Posto ciò, non posso consentire col Villari che il miei risultati si trovassero di già nel di lui lavoro.

Per contro riconosco volentieri che il lavoro del Villari di fronte ai risultati d'indole più generale del Leslie, di Meloni, Knoblauch, ecc., rappresenta un grande progresso. E volentieri aggiungo che nel mio lavoro si presuppongono come generalmente note molte cose che sono state trovate da Villari e da altri; credo anzi di poter ascrivere a merito speciale del Villari, che i suoi concetti sulla dipendenza dell' emissione dallo spessore dello strato, nel corso di questi ultimi 20 anni son divenuti patrimonio comune di tutti i fisici, e che adesso ognuno ritiene come fatto notorio ciò che fu trovato dal Villari. Perciò non ho creduto necessario citare tutti i vecchi lavori, ed ho citato soltanto quelli del Crova e del Compan ¹⁾, che hanno usato lo stesso mio metodo, e quello di Knut Angström ²⁾, che adoperò un metodo del tutto diverso.

OSSERVAZIONE SULLA NOTA PRECEDENTE

del Prof. E. VILLARI.

Il Sig. Kurlbaum insomma viene in breve, alle seguenti conclusioni:

1° Che il suo lavoro contiene tre risultati o punti importanti (*wesentliche Punkte*) che non furono scoperti nè studiati da me;

2° Che il suo lavoro fu eseguito con metodo e scopo differente dal mio, onde non può ammettere il mio reclamo di priorità.

Aggiunge poscia, gentilmente, che il mio lavoro segna un grande progresso (*einen grossen Fortschritt*) riguardo ai la-

1) C. R., 126, p. 707, 1898.

2) Verh. d. Ak. d. Wiss., zu Stokolm., 5, p. 283, 1898.

vori precedenti, e che esso e le mie idee sulla relazione fra l'emissione del nero fumo e la grossezza dello strato sono ormai ben note e possono considerarsi come patrimonio comune di tutti i fisici, onde egli non ha creduto di nominarmi nel suo lavoro.

Per conto mio faccio osservare che è verissimo, ed io non l'ho contestato, che i nostri lavori furono eseguiti con metodi e scopi differenti, lo che è naturalissimo, essendo essi stati fatti a 22 anni circa di distanza: e come riconosco ben volentieri che i tre punti citati dal Sig. Kurlbaum sieno nuovi ed importanti, così aggiungo che anche dei fatti nuovi, e forse non privi d'interesse, trovansi studiati nel mio lavoro.

Riguardo a ciò che il Sig. Kurlbaum dice, che il mio lavoro e le idee relative al potere emissivo, sono così note da potersi considerare ormai come patrimonio comune di tutti i fisici, io temo che egli s'inganni, e credo invece che le mie ricerche e quelle di molti altri Italiani sieno pressochè ignorate fuori d'Italia.

Del resto qualunque sia il nostro avviso in proposito, parmi si possa affermare con piena verità, che i nostri lavori, sebbene differenti fra loro, pure concordano nella parte relativa all'emissione del nero di fumo, e nei limiti precisati nella mia Nota ¹⁾: perciò il mio richiamo di priorità, fatto nei limiti ricordati, non mi parve allora, nè mi sembra ora, ingiusto od inopportuno.

Ed ora ringraziando il Kurlbaum delle gentili espressioni usate a mio riguardo, spero che voglia chiamarsi contento di queste mie dichiarazioni.

1) Rend. d. Acc. d. Napoli, ser. 3., vol. 6, p. 136, 1900. — Nuovo Cimento, s. 4. vol. 11, p. 436.

LIBRI NUOVI

**RELAZIONI PRESENTATE AL CONGRESSO DI FISICA
RIUNITO A PARIGI NEL 1900**

sotto gli auspici della Società Francese di Fisica,
raccolte e pubblicate da

CH. ÉD. GUILLAUME e L. POINCARÉ.

(Editore Gauthier-Villars, Parigi. — Tre volumi che si vendono anche separatamente).

VOL. I. — Questioni generali. — Metrologia. — Fisica meccanica. — Fisica molecolare.

VOL. II. — Ottica. — Eletticità. — Magnetismo.

VOL. III. — Elettro-ottica e ionizzazione. — Applicazioni. — Fisica cosmica. — Fisica biologica.

Quando la Società Francese di Fisica ebbe stabilito di provocare la riunione d' un Congresso internazionale di Fisica, la Commissione di organizzazione pensò di approfittare di questa circostanza per formare un' opera che sopravvivesse al Congresso; e sembrò che si potesse in quest' occasione tentare di stabilire una specie di piano delle conoscenze definitivamente acquistate nel dominio coltivato dai fisici e che vi fosse un interesse maggiore nel tracciare a grandi tratti il quadro delle idee e delle ipotesi colle quali si cerca oggi di spiegare la costituzione della natura e delle leggi che la regolano.

Per far ciò, non bisognava indirizzarsi nè ad una persona sola, per quanto somma, nè ad un piccolo numero di fisici eruditi; si pregò perciò un gran numero di scienziati, scelti in tutti i paesi, e fra quelli che coltivano i vari domini scientifici in cui progrediscono le varietà della scienza, di parlare essi stessi di ciò che avevano fatto o di ciò che avevano visto fare presso di loro.

Sono tali rapporti che formano questi tre volumi.

Vol. I. — « Avvertenza » — « Relazioni fra la fisica sperimentale e la fisica matematica » di H. Poincaré — « Della

precisione nella determinazione delle lunghezze in metrologia » di J. René Benoit — « Le unità di misura » di Ch. Ed. Guillaume — « I laboratori nazionali fisico-tecnici » di H. Pellat — « Determinazioni metrologiche coi metodi interferenziali » di J. Macé de Lépinay — « La scala termometrica normale e le scale pratiche per la misura delle temperature » di P. Chappuis — « I progressi della pirometria » di C. Barus — « L'equivalente meccanico del calore » di J. S. Ames — « Il calore specifico dell'acqua » (*appendice*), di E. H. Griffiths — « Sulla velocità di propagazione del suono » di J. Violle — *Appendice*. « Propagazione in un grosso tubo » di Marcel Brillouin — « Le azioni idrodinamiche a distanza secondo la teoria di C. A. Bjerknes » di V. Bjerknes — « Lo stato attuale delle nostre cognizioni sull'elasticità dei cristalli » di W. Voigt — « La deformazione dei solidi » di A. Mesnager — « La costituzione delle leghe metalliche » di Sir W. Roberts-Austen e A. Stansfield — « Proprietà dei solidi sotto pressione; diffusione della materia solida; movimenti interni della materia solida » di W. Spring — « Le deformazioni passeggera dei solidi » di Ch. Ed. Guillaume — « La fusione e la cristallizzazione secondo le ricerche di G. Tammann » di B. Weinberg — « Cristallizzazione a temperatura costante » di J. H. Van 't Hoff — « La rigidità dei liquidi » di Th. Schwedoff — « Sui fenomeni capillari » di G. Van der Mensbrugghe — « La diffusione dei gas senza parete porosa dipende dalla concentrazione? » di Marcel Brillouin — « Osmosi. Pareti semipermeabili » di Jean Perrin — « La teoria cinetica dei gas e il principio di Carnot » di Gabriel Lippmann — « Statica sperimentale dei fluidi (fluidi non mescolati) » di E. H. Amagat — « Statica dei fluidi (miscugli) » di J. D. Van der Waals — « I metodi di determinazione delle costanti critiche, e i risultati che hanno fornito » di É. Mathias — « L'indice critico » del principe B. Galitzine e J. Willip — « Il calore specifico dei gas » di A. Battelli.

Vol. II. — « Sul movimento di un solido elastico attraversato da un corpo che agisce sul solido per attrazione o repulsione » di Lord Kelvin — « Aggiunta alla relazione precedente. — Le leggi teoriche dell'irraggiamento » di W. Wien — « L'irraggiamento dei corpi neri » di O. Lummer — « Sull'e-

missione dei gas » di E. Pringsheim — « Le forze di Maxwell-Bartoli dovute alla pressione della luce » di Pierre Lebedef — « Lo spettro infrarosso » di H. Rubens — « Le teorie e le formule di dispersione » di E. Carvallo — « La distribuzione delle righe spettrali » di J. R. Ridberg — « Sulla velocità della luce » di A. Cornu — « Le misure della velocità v » di H. Abraham — « Determinazione della velocità di propagazione delle ondulazioni elettromagnetiche » di R. Blondlot e C. Gutton — « Il modo di propagazione dell'energia e della tensione elettrica nel campo elettromagnetico » di J. H. Poynting — « Le onde hertziane » di Augusto Righi — « I radioconduttori » di Ed. Branly — « I gas considerati come dielettrici » di E. Bouty — « La dissociazione elettrolitica delle soluzioni » di Svante Arrhenius — « Sull'elettricità di contatto » di C. Christiansen — « Alcune osservazioni sulle teorie della pila voltaica » di Lucien Poincaré — « I campioni di forza elettromotrice » di G. Gouy — « L'equivalente elettrochimico dell'argento, del rame e dell'acqua » di A. Leduc — « Proprietà magnetiche della materia ponderabile » di H. Du Bois — « L'isteresi » di E. Warburg — *Appendice.* « Le trasformazioni del ferro carburato » di J. H. Van 't Hoff — « La magnetostirazione » di H. Nagaoka — « Le modificazioni fisiche dovute alla magnetizzazione » di R. Hurmuzescu.

Vol. III. « Teoria dei fenomeni magneto-ottici scoperti recentemente » di H. A. Lorentz — Teoria della dispersione nei metalli, fondata sulla considerazione degli elettroni, di P. Drude — « Sull'irraggiamento dell'uranio e su diverse proprietà fisiche dell'irraggiamento dei corpi radioattivi » di Henri Becquerel — « Le nuove sostanze radioattive e i raggi che esse emettono » di P. Curie e Signora Curie — « I raggi catodici » di P. Villard — « Indicazioni relative alla costituzione della materia fornite dalle recenti ricerche sul passaggio dell'elettricità attraverso i gas » di J. J. Thomson — « Le cariche elettriche e i gas ionizzati » di E. Villari — « Sui fenomeni attino-elettrici prodotti dai raggi violetti » di E. Bichat e R. Swyngedauw — « La forza controelettromotrice dell'arco elettrico » di V. von Lang — « Sulle correnti polifasi » di A. Potier — « Sull'iscrizione diretta di correnti variabili »

di André Blondel — « I progressi della teoria delle macchine termiche » di Aimé Witz — « La costante della gravitazione » di C. V. Boys — « Ripartizione della intensità della gravità alla superficie del globo » di R. Bourgeois — « Studio sopra le superficie di livello e la variazione della gravità e del campo magnetico » del barone R. Eötvös — « Le oscillazioni dei laghi » di F. A. Forel e Ed. Sarasin — « Il ghiaccio e i ghiacciai » di Ed. Hagenbach — « Sulle ricerche recenti relative all'elettricità atmosferica » di Franz Exner — « L'aurora polare secondo i lavori della Missione danese in Islanda » di Adam Paulsen — « La costante solare » di A. Crova — « Sulla costituzione fisica del sole » di Kr. Birkeland — « Confronto fra la luce del sole e quella di alcune stelle » di Ch. Dufour — « Le trasformazioni d'energia nell'organismo » di André Broca — « Sui fenomeni della retina » di Aug. Charpentier — « L'accomodamento » di M. Tscherning — « Della generalità dei fenomeni molecolari prodotti dall'elettricità sulla materia inorganica e sulla materia vivente » di Jacadischunder-Bose — « Applicazioni della spettroscopia alla biologia e in particolare della spettroscopia del sangue o ematospettroscopia » di A. Hénocque — Tavola generale.

M. PANDOLFI.

ANNUAIRE DU BUREAU DES LONGITUDES POUR 1901.

Editore Gauthier-Villars, Parigi.

(Un volume in-8° di circa 800 pag., con 3 carte magnetiche).

Come quelli degli anni precedenti, anche questo volume contiene moltissime notizie indispensabili sia all'ingegnere che allo scienziato. Fra le Note più importanti sono quella di A. Cornu *Sul trasporto elettrico della forza*, quella di Poincaré *Sul progetto di revisione dell'arco di meridiano di Quito* e infine quella storica di Bassot *Sulla formazione del sistema metrico*.

M. PANDOLFI.

RECUEIL DE DONNÉES NUMÉRIQUES
PUBLIÉ PAR LA SOCIÉTÉ FRANÇAISE DE PHYSIQUE,
par H. DUFET.

(Paris, Gauthier-Villars, 1900).

È uscito il terzo ed ultimo volume di questa importante raccolta di dati numerici relativi all'ottica.

Le prime due tavole di questo volume si riferiscono ai poteri rotatori dei corpi. La prima tratta dei corpi cristallizzati; la seconda, che è estesissima occupando più di due terzi del volume stesso, tratta invece dei corpi liquidi e disciolti.

Un'altra tavola è poi riservata pei colori d'interferenza.

Infine un supplemento completa le tavole già pubblicate e specialmente quelle riguardanti l'indice di rifrazione.

M. PANDOLFI.

ELEMENTI DI FISICA,
di FABIO INVREA.

(Volume primo — Meccanica e calore — Unione tipografico-editrice, Torino 1900).

Questo trattato si scosta un po' dal modo ordinario con cui generalmente son fatti tutti gli altri dello stesso genere, poichè l'A. ha voluto mettere d'accordo l'insegnamento elementare con quello superiore, e di più, per rispondere alle esigenze dell'insegnamento secondario, che richiede solo le cognizioni di ciò che è parte indispensabile alla cultura generale, si è diffuso nell'esposizione dei principii ed ha esposto solo quelle applicazioni che gli servivano bene a far meglio comprendere i principii sui quali sono fondate.

L'esposizione è sempre piana ed elementare; i calcoli e formule contenute nel testo richiedono appena quelle cognizioni matematiche che s'impartiscono nelle scuole secondarie, alle quali è solo necessario aggiungere il concetto di vettore e quelli di somma e differenza di vettori.

L'intera opera è divisa in quattro parti. Le prime due: la Meccanica (in cui è inclusa l'Acustica) ed il Calore formano il volume ora pubblicato; le altre due, ossia l'Ottica e l'Elet-

tricità e Magnetismo, usciranno fra non molto in un secondo volume.

L'A. non vi ha incluso la Cosmografia, perchè egli crede che essa non si possa ridurre a far parte di un trattato di Fisica, e che il suo posto sia nelle scienze naturali, accanto alla geografia fisica.

Il libro è stampato colla cura solita a riscontrarsi nelle edizioni dell'Unione tipografico-editrice torinese, e contiene numerose e nitide figure che illustrano chiaramente i ragionamenti e le descrizioni dei vari strumenti.

Oggi che i programmi governativi delle scuole secondarie danno una notevole facoltà di scelta dei punti da trattare, credo che questo libro sarà adottato da molti insegnanti.

P. G. MELANI.

**GALVANIZZAZIONE, PULITURA E VERNICIATURA DEI METALLI
E GALVANOPLASTICA IN GENERALE,
di FEDERICO WERTH.**

(Un volume di 800 pagine. Editore Hoepli, Milano 1900).

Questa nuova pubblicazione del solerte editore Hoepli, edita colla solita cura e ricca di chiarissime figure, è un manuale pratico di galvanizzazione nel quale tanto l'industriale che l'operaio, vi troveranno tutto ciò che si riferisce alla pratica della loro industria.

Quest'opera è la più recente e, senza dubbio la più completa e la più pratica del genere; ed è fatta con cura coscienziosa e con molta competenza in quanto che l'A. si è valso molto della sua pratica personale.

Dal fatto che questo manuale è scritto da chi conosce per pratica questa industria, ne viene di conseguenza che i metodi da seguire sono esposti minutamente e senza ambiguità, e per ogni caso è indicata con sicurezza la via da seguire.

In tal modo i processi descritti sono messi alla portata di tutti, ciò che costituisce il maggior pregio di un manuale pratico.

P. G. MELANI.

L'ILLUMINAZIONE ELETTRICA
del Dott. ALIPPI TITO.

(Editore R. Giusti, Livorno, 1900)

In questo manuale di circa 250 pagine, l'A. espone in modo assai facile e secondo le più moderne teorie, come si produce l'energia elettrica e come si utilizza per l'illuminazione.

Il richiamo alle leggi fisiche attinenti ai diversi argomenti, l'uso di formule semplici ed elementari, i molti esempi numerici, facilitano assai l'intelligenza del libro anche alle persone che hanno una cultura scientifica molto elementare.

È un manuale consigliabile agli operai elettricisti ed a coloro che desiderano farsi un'idea di ciò che sia l'illuminazione elettrica.

P. G. MELANI.

CONTI E CALCOLI FATTI
per l' Ing. ITALO GHERSI.

(Editore, Ulrico Hoepli, Milano).

La raccolta dei Manuali Hoepli si è arricchita di questo nuovo libro che è certo destinato a una grande diffusione per la sua praticità.

L'utilità del libro è palese dal solo titolo: esso contiene una quantità di tabelle che permettono di calcolare in pochi secondi le cose più variate colla sola fatica di consultazione. Misure, pesi, monete, botti, pressioni dei gas, areometri, miscele d'acqua ed alcool, soluzioni zuccherine, pesi specifici, cubatura di legnami, peso dei metalli, viti, divisione del tempo, interessi e annualità, umidità, radici quadrate e cubiche, ecco gli argomenti che formano il libro.

G. CARRO CAO.

RIVISTA

Comptes Rendus. T. CXXXI, Luglio 1900.

BOUSSINESQ J. *Riscaldamento permanente ma disuguale, per raggiamento, di un muro di spessore indefinito, ricondotto al caso di un riscaldamento analogo per contatto* (pp. 9-13). — L'A. tratta ancora il caso di un muro, di spessore e profondità indefinita, nell'ipotesi che la temperatura esterna sia variabilissima colle coordinate y, z parallele alla sua faccia, e che, per conseguenza, la temperatura interna dipenda da y, z e da x . È il caso in cui si volesse valutare, per es., le temperature parziali acquistate dalla crosta terrestre, sotto l'azione solare, considerata nella sua parte permanente, ammettendo che quest'azione sia modificata (come pare sia sovente) da diverse condizioni atmosferiche, al punto da presentare sensibili disuguaglianze locali.

FLOQUET G. *Sul movimento di un filo nello spazio* (pp. 27-30). — Continuando il suo studio analitico sul movimento di un filo nello spazio, l'A. ha trovato che, *se un filo si muove assumendo la forma di una curva piana e in guisa che le velocità dei suoi punti siano sempre normali al filo, se nessuna forza binormale agisce sull'elemento di filo, esso genera sempre una superficie di rivoluzione: le sue diverse posizioni coincidono coi meridiani, e i suoi punti descrivono i paralleli di un movimento uniforme.*

CHATELIER (LE) H. *Sulla propagazione delle onde condensate nei gas caldi* (pp. 80-83). — Vieille ha studiate completamente la propagazione delle onde condensate nei gas prossimi a temperatura ordinaria. L'A. ha studiato con un metodo fotografico diverse particolarità di queste onde nel caso di gas caldi, ottenuti per la combustione di miscugli esplosivi. Indicati dapprima i fenomeni per mezzo dei quali si manifesta la propagazione di queste onde, tratta della discontinuità di cui la teoria vuole sia sede ogni onda condensata. Tratta quindi della produzione delle onde condensate, della loro velocità, della loro intersecazione e finalmente dei movimenti ondulatori, dai quali resta animata la massa gassosa dopo il loro passaggio.

STEIMMANN E. *Sulla termo-elettricità di alcune leghe* (p. 34). — Esperienze eseguite dall'A. su una lega di acciaio a 28 per

Serie V. Vol. I.

10

100 di nichel, gli hanno dato come f. e. m. termo-elettrica, rapporto al piombo, da 385 a 386 microvolts tra $+ 20^{\circ}$ a $+ 260^{\circ}$.

La cifra di $- 2461$ microvolts fra 0° e 100° va riferita all'acciaio che, indicato falsamente nella percentuale del 28 per 100, ne contiene invece 36,1 per 100 di nickel.

L'A. fa rilevare come questa rettifica non modifica per nulla i risultati generali del suo studio, riferiti in una Nota precedente.

BOUSSINESQ J. *Problema del riscaldamento permanente di una sfera per raggiamento, ricondotto al problema più semplice del riscaldamento della stessa sfera per contatto* (pp. 81-86). — In questa Nota l'A. tratta delle temperature permanenti di una sfera omogenea, la cui superficie raggia verso degli spazi aventi la loro temperatura invariabile data per oiascun punto di questa superficie e, per conseguenza, funzione nota delle coordinate del punto stesso.

AMAGAT E. H. *Su due luoghi relativi alle densità del liquido e del vapore dell'acido carbonico a saturazione* (pp. 91-92). — In un lavoro relativo all'acido carbonico pubblicato nei C. R. del maggio e del giugno 1892, l'A. era giunto ai seguenti due risultati puramente sperimentali: che, il diametro della curva delle densità del liquido e del vapore a saturazione era una linea retta, come già avevano trovato Cailletet e Mathias, e che, inoltre, il luogo dei punti pei quali i volumi del liquido e del vapore sono uguali era pure una linea retta. Circa quest'ultimo luogo il Mathias in una Nota recente, ha creduto potere concludere trattarsi, anzichè di una retta, di una curva, che, nei limiti delle esperienze considerati, è estremamente prossima alla sua tangente al punto critico. L'A. fa osservare a questo proposito che, pur essendo le differenze fra una linea retta e la curva indicata dal Mathias, inferiori a quelle di cui si può rispondere in simili ricerche, il Mathias è arrivato alla conclusione detta supponendo il luogo diametro matematicamente rettilineo. Ora poichè ciò non è dimostrato, e tutt'al più potendosi dire che que' due luoghi non possono essere simultaneamente delle linee *matematicamente* rette, ne viene che se questa proprietà si attribuisce al secondo luogo, anzichè al diametro, diventa questo una linea approssimativamente retta. Osserva infine che le applicazioni fatte da Mathias nel caso di corpi aventi un diametro rettilineo sono legittime alla condizione di tenere conto, nella discussione dei risultati, del grado di esattezza possibile della legge enunciata da Cailletet e Mathias stesso, basata unicamente sui risultati di esperienze presentanti grandi difficoltà.

Rileva infine che queste osservazioni sono relative ai limiti di temperatura del suo lavoro, e non pregiudicano niente al di là.

FLOQUET G. *Sulle equazioni del movimento di un filo in coordinate qualunque* (pp. 97-100).

BERGET A. *Dimostrazione della rotazione della terra, per mezzo dell'esperienza di Foucault realizzata con un pendolo di 1^a* (pp. 106-107). — Aumentando la sensibilità e la precisione del metodo di Foucault, l'A. ne ha potuto realizzare l'esperienza con un pendolo lungo 1^m, ottenendo risultati assai soddisfacenti. Da una serie di misure quantitative l'A. ha dedotto, come durata necessaria a una deviazione angolare di 1°, il valore di sei minuti e cinque secondi, il che dà, per una circonferenza, trentasei ore e ventiquattro minuti.

CAUBET F. *Sulla liquefazione dei miscugli gassosi — Cloruro di metile e anidride solforosa* (pp. 108-109). — In due precedenti Note l'A. ha determinato le curve di tensione del vapore saturo di due fluidi costituenti uno stesso gruppo. In questa l'A. riferisce i risultati del suo studio su un terzo gruppo, cloruro di metile e gas solforoso, per il quale, al contrario di quanto ha riscontrato per gli altri due gruppi, le curve di tensione del vapore saturo sono vicinissime.

BERLEMONT e JOUARD. *Su un nuovo tipo di pompa a mercurio permettente di ottenere rapidamente il vuoto massimo* (pp. 110-111). — La pompa a mercurio ideata e costruita dagli A., e che è riprodotta in figura, presenta sulle pompe a mercurio fin qui note, i vantaggi notevoli di non avere nè rubinetti, nè curve, nè caoutchouc nel percorso del mercurio e del vuoto. Essa inoltre è rapidamente smontabile, di un funzionamento automatico, interamente protetta e di una semplicità che permette una grande economia.

BECQUEREL H. *Sul raggiamento dell'uranio* (pp. 137-138). — L'A. cita i risultati di una serie di esperienze da lui eseguite sui prodotti ottenuti eseguendo un numero assai grande di volte l'operazione indicata da Debierne, consistente nel mescolare al cloruro uranico del cloruro di bario e nel precipitare il bario allo stato di solfato. Ha studiato l'attività di questi prodotti, l'assorbimento di essi attraverso lamine di vetro di 0^{mm},1 di spessore, attraverso la carta nera e lamine di alluminio, e infine la conducibilità comunicata all'aria per il loro raggiamento attraverso la carta.

MAREY. *Dei movimenti dell'aria allorchè incontra delle superfici di forme diverse* (pp. 160-163). — Lo scopo delle ricerche dell'A. era quello di conoscere l'azione dell'ala dell'uccello sul-

l'aria. Per questo ha cercato di vedere la direzione che prendono i filetti di aria allorchè incontrano la superficie di un'ala più o meno inclinata, presentante una curvatura variabile. A tale scopo si è proposto di produrre in uno spazio chiuso a pareti trasparenti una corrente d'aria regolare; di fare arrivare in questa corrente dei filetti di fumo paralleli ed equidistanti: di piazzare di fronte a questi filetti superfici di forme diverse, sulle quali si riflettono diversamente, e finalmente, di rischiarare vivamente questi getti di fumo e fotografarne istantaneamente le apparenze. Descrive la disposizione impiegata per ottenere ciò, e si rivolge ai cultori della meccanica perchè vogliano fornirgli l'interpretazione delle figure ottenute, e che non rappresentano che i dati cinematici del problema. L'A. spera infine di ottenere indicazioni ancora più perfette, perfezionando e trasformando gli apparecchi adoperati.

BERTHELOT D. *Sulla legge degli stati corrispondenti* (pp. 175-178). — Riguardo a questa legge, che le verificazioni sperimentali hanno mostrato semplicemente approssimata, quando si adottò per variabili ridotte il rapporto di p, v, T ai loro valori critici p_c, v_c, T_c , l'A. conclude che non bastano le tre costanti p_c, v_c, T_c per definire rigorosamente la funzione $f(p, v, T)$ relativa a un corpo. Occorre aggiungerci due nuove costanti T_m e v_m , corrispondenti agli spostamenti degli zeri del volume e della temperatura: queste si possono calcolare se si conosce la costante a del diametro rettilineo del Mathias e il peso molecolare del corpo.

COPPET (DE) L. C. *Sulla temperatura del massimo di densità delle soluzioni acquose del cloruro di ammonio e del bromuro e dell'ioduro di litio* (p. 178). — In una tabella sono riferiti i risultati conseguiti dall'A., adoperando cloruro di ammonio e bromuro di litio chimicamente puro, e ioduro di litio leggermente colorato. Le temperature erano date dal termometro a idrogeno.

BALACHOWSKY D. *Sul dosaggio elettrolitico del bismuto* (pp. 179-182). — L'A. è riuscito a ottenere un deposito di bismuto metallico, aderente al catodo e suscettibile di lavaggi e di determinazioni quantitative, per mezzo dell'elettrolisi di sali di bismuto, cosa che invano si era tentata fin qui. L'A. descrive le esperienze e indica i risultati ottenuti, facendo fin da principio rilevare che le condizioni da soddisfare per giungere a un buon risultato sono:

- 1° Debole acidità della soluzione;
- 2° Assenza di grandi quantità di Cl, Br, J;
- 3° Debole intensità di corrente;
- 4° Elettrodi puliti.

L'A. infine osserva che mentre la formula di Faraday darebbe come tempo teorico per la precipitazione di $0^{\text{r}},1$ di bismuto metallico $0^{\text{h}},96$, questa cifra non si verifica che al principio, quando la soluzione è concentrata. Verso la fine dell'operazione, essa può salire fino a $1^{\text{h}},5$ o $1^{\text{h}},8$. La media, nelle condizioni indicate dall'A., è stata di $1^{\text{h}},6$.

GOUY. *Sulle funzioni elettrocapillari delle soluzioni acquose* (pp. 255-258).

DEMARÇAY E. *Sullo spettro del radio* (pp. 258-259). — L'A. osservando lo spettro di una soluzione cloridrica diluita del radio, ha riscontrato le righe già enumerate in una sua Nota precedente ¹⁾. Di quelle dubita solo che la riga debolissima 4364,2 debba attribuirsi al platino, anzichè al radio, e non è ben certo se sia dovuta al radio la riga 4600,3, pur non sapendo a quale altro corpo possa attribuirsi.

Fa rilevare infine come i caratteri spettrali del radio lo riavvicinano, al pari delle proprietà chimiche, ai metalli alcalino-terrosi

DEBIERNE A. *Su del bario radioattivo artificiale* (pp. 333-335). — L'A. ha ottenuto un bario radioattivo che, pur avendo alcune proprietà comuni col bario radifero estratto dalla *pechblenda*, si distingue nettamente da esso e dal radio, presentandosi come un termine intermedio tra quei due elementi. Il processo tenuto dall'A. consiste nel fare soggiornare un cloruro di bario attivo in soluzione con un sale attivissimo di attinio.

Risultati ancora migliori l'A. ha ottenuti, precipitando il solfato di barite in una soluzione contenente l'attinio, e riconducendo allo stato di cloruri i prodotti ottenuti e separando l'attinio precipitandolo per mezzo dell'ammoniaca allo stato di idrato.

MOREAUX T. *Su un modo di attenuare l'influenza delle correnti industriali sul campo terrestre, negli osservatori magnetici* (pp. 337-340). — Avendo notato che le alterazioni prodotte dalle correnti derivate, dette *vagabonde*, sulle curve delle variazioni magnetiche erano dovute non a veri spostamenti dell'asse magnetico delle calamite, ma a serie di vibrazioni simmetriche da una parte e dall'altra dell'asse delle curve stesse, l'A. ha ricercato se era possibile, se non sopprimerle del tutto, attenuarle almeno fino a renderle trascurabili nella pratica. Ha trovato che per questo bastava realizzare le tre condizioni seguenti:

1° impiego di sbarre a sezione quadrata o rettangolare, fortemente calamitate;

1) C. R., t. 129, p. 716.

2° aumento, per l'aggiunta di un pezzo di rame, del momento di inerzia del sistema oscillante;

3° uso di uno smorzatore.

Tenendo conto di queste regole ha modificato un declinometro e un bifilare, e tre serie di osservazioni, eseguite in tre luoghi diversi, hanno mostrato che il metodo di correzione riduceva, nella proporzione da 10 a 1 circa, l'influenza della corrente industriale sull'apparecchio delle variazioni della componente orizzontale. L'A. crede possibilissimo migliorare i risultati, aumentando ancora il momento d'inerzia e facendo uso di sbarre piatte, di forma analoga a quella degli aghi d'inclinazione.

L'A. ha ricercato ancora se le variazioni naturali del campo terrestre subissero l'influenza del modo di correzione adottato. A questo riguardo nulla ha potuto concludere categoricamente a causa di un lungo periodo di calma magnetica. Tuttavia alcune osservazioni, eseguite durante una sola agitazione magnetica verificatasi in tre giorni del luglio, gli fanno sperare che le modificazioni proposte non alterino i fenomeni naturali.

BROCHT A. *Sull'elettrolisi delle soluzioni concentrate di ipocloriti* (pp. 340-343). — Da uno studio accurato sull'elettrolisi delle soluzioni concentrate di ipocloriti, l'A. è tratto a concludere che l'elettrolisi di un ipoclorito si comporta come quella di un cloruro e tende verso gli stessi limiti. Ciò induce l'A. a credere poco possibile di fare per elettrolisi diretta soluzioni concentrate di ipoclorito, anche per l'aggiunta di cromato, ciò che d'altra parte, toglierebbe ogni applicazione alle soluzioni così ottenute.

P. BACCIEL.

Journal de Physique.

T. IX, Maggio, Giugno e Luglio 1900.

CORNU A. *Sulla legge di rotazione diurna del campo ottico fornito dal siderostato e dall'eliostato* (pp. 249-262) ¹⁾.

ABRAHAM H. e LEMOINE J. *Nuovo metodo di misura delle durate infinitesime. — Applicazione alla sparizione della birifrangenza elettro-ottica e della polarizzazione magnetica* (pp. 262-269). — Il metodo esposto dagli A. in questa Nota per la misura di durate infinitesime riposa sul principio, completamente diverso da quelli su cui sono fondati gli apparecchi destinati fin qui a questo scopo, che :

1) C. R. t. 130, p. 537, 1900. — N. C. ser. 4., t. 12, Agosto 1900.

Una durata infinitesima può essere determinata dallo spazio percorso dalla luce durante questa durata stessa.

Gli A. osservano che se si vuole misurare il $\frac{1}{10,000}$ di $\mu\delta$, rappresentando col simbolo $\mu\delta$ il milionesimo di secondo, lo spazio percorso dalla luce dovrà essere di 30 cm., ed esso potrà determinarsi con una estrema precisione.

Per precisare la messa in opera del metodo, gli A. lo applicano nello studio del fenomeno di Kerr e della polarizzazione rotatoria magnetica. Dei risultati a cui gli A. sono pervenuti ci siamo già occupati altra volta ¹⁾.

Gli A. infine rilevano come questo metodo possa applicarsi a tutti i fenomeni di corta durata, che possono collegarsi alla produzione di una scintilla elettrica.

COUETTE. *Sulla teoria osmotica delle pile* (pp. 269-279). — In questa seconda Nota, dopo avere esposto la teoria di Nernst, rilevando, nei diversi casi considerati, fin dove i risultati concordino e dove differiscano coi risultati dei lavori francesi, l'A. conclude che la teoria di Nernst conduce a risultati conformi a quelli dell'esperienza solo nel caso in cui le sue conclusioni si confondono con quelle della teoria termodinamica, tenendo conto, all'occorrenza, della legge sperimentale del Pellat che: *La differenza di potenziale al contatto di un metallo e di una soluzione di uno dei suoi sali è nulla.*

MESLIN G. *Su un metodo per la messa a punto di un obiettivo fotografico* (pp. 280-281) ²⁾.

PELLAT H. *Dei dielettrici e della loro polarizzazione reale* (pp. 313-325). — Detto dapprima che cosa intenda per *polarizzazione*, per *direzione* e *intensità di polarizzazione*, l'A. rileva che quando si crea un campo elettrico dove si trova un dielettrico, si producono tre ordini di fenomeni ben distinti e che sono:

1° Una modificazione del dielettrico in un tempo inapprezzabile dopo la creazione del campo, messa in evidenza, in particolare, dal fenomeno di Kerr, alla quale si dà il nome di *polarizzazione fittizia*.

2° Lo sviluppo, in un tempo apprezzabile dopo la creazione del campo, di una *polarizzazione reale* del dielettrico, la quale spiega i fenomeni residui dei condensatori, la sedicente penetrazione delle cariche nel dielettrico, o loro conducibilità apparente, la variazione del potere induttore specifico col tempo durante il quale il dielettrico è sottoposto al campo. Lo studio

1) C. R. t. 130, pp. 245-499, 1900.

2) C. R. t. 130, p. 495, 1900. — N. C., ser. 4., t. 12, p. 116, Agosto 1900.

di questa polarizzazione forma l'oggetto principale di questa Nota.

8° Nessun dielettrico infine sembra totalmente privo di qualche conduttibilità reale, sia attraverso alla sua massa, sia almeno per parte della sua superficie, a causa delle impurità che lo ricoprono.

L'A. osserva a proposito di questi tre ordini di fenomeni che mentre essi sono ben distinti per alcuni dielettrici, come l'ebanite, non lo sono per altri, sovrapponendosi gli uni agli altri.

Riferita quindi l'ipotesi del Bouty per la propagazione, dal punto di vista qualitativo, della corrente di carica di un condensatore e dei fenomeni residui, l'A. rileva che è facile sbarazzare quell'ipotesi dall'idea della polarizzazione fittizia, cui è collegata dicendo semplicemente che:

Un dielettrico piazzato bruscamente in un campo elettrico costante, assume una polarizzazione che non è istantanea, ma che cresce col tempo e raggiunge asintoticamente un massimo. Se il campo viene a cessare, la polarizzazione decresce e ritorna nulla alla fine di un tempo teoricamente infinito.

In questo lavoro l'A. intende mostrare che questa non è una ipotesi, ma una legge stabilita direttamente dalla esperienza. Comincia perciò dal mostrare l'esistenza di una polarizzazione dei dielettrici sottoposti all'azione di un campo elettrico. Prima quindi di esporre le conseguenze della polarizzazione reale l'A. definisce il *potere induttore specifico vero* (K) come limite dei numeri decrescenti ottenuti misurando il potere induttore specifico, quando si impiegano campi alternativi con alternanze perfettamente simmetriche. Chiama invece *potere induttore specifico apparente* il numero che si ottiene quando il limite non è raggiunto. L'A. osserva inoltre che la frequenza del campo alternativo, a partire dalla quale il potere induttore specifico raggiunge il suo limite, è variabilissima secondo le sostanze.

L'A. si limita quindi a indicare le conseguenze più importanti della polarizzazione reale dei dielettrici, rinviando per la loro dimostrazione alla Memoria relativa pubblicata negli *Ann. de Chim. et de Phys.*, 7. serie, t. 18. p. 150 e pag. 571.

Introducendo nello studio sui dielettrici, oltre il potere conduttore specifico vero K , una nuova costante b , che caratterizza la velocità colla quale la polarizzazione si approssima al suo limite, e una funzione del campo h , che caratterizza la grandezza della polarizzazione limite in un dato campo, l'A. stabilisce una serie di relazioni, le quali oltre a fornire le leggi già trovate dal Curie, spiegano in modo assai semplice i fenomeni residui

dei condensatori. Indica infine il modo di determinare k , h e b , note le quali si possono verificare tutte le altre relazioni e provare così l'esattezza della teoria, interamente basata sulla esperienza, senz'altra ipotesi all'infuori di quella che considera la velocità di polarizzazione a un dato momento in un campo costante, come funzione unicamente della differenza tra la polarizzazione finale e la polarizzazione attuale.

MARCHIS L. *Sui falsi equilibri chimici* (pp. 326-339). — In questa Nota l'A. espone in modo elementare la teoria detta dei falsi equilibri chimici, esposta dal Duhem nel suo trattato di « *Mécanique chimique fondée sur la thermodynamique* », e che permette di classificare i numerosi fatti ai quali conduce lo studio della formazione e decomposizione dei composti chimici sotto l'azione del calore.

MESLIN G. *Su una macchina a risolvere le equazioni* (pp. 339-343). — L'apparecchio ideato dall'A. per risolvere le equazioni numeriche della forma:

$$p x^n + p' x^{n'} + p'' x^{n''} + \dots = A$$

è costituito semplicemente da un giogo di bilancia, sotto il quale sono fissati, con aste rigide, solidi di rivoluzione, cogli assi verticali e di forma speciale, che l'A. descrive, a distanze rispettivamente proporzionali a p , p' , $p'' \dots$, a dritta o a sinistra a seconda del segno dei coefficienti corrispondenti. I vertici di questi solidi inoltre devono giacere in uno stesso piano orizzontale, quando il giogo pure è orizzontale. Si equilibra la bilancia, quindi si aggiunge a uno dei bracci, alla distanza presa per unità, un peso uguale ad A , a destra o a sinistra a seconda del segno. Si ristabilisce allora l'equilibrio, così rotto, disponendo al disotto del giogo uno o più vasi comunicanti, contenenti acqua il cui livello possa elevarsi.

Designando allora con x l'altezza immersa, se le forze esercitate dai corpi sono rappresentate da x^n , $x^{n'}$, $x^{n''} \dots$ agenti a distanze p , p' , $p'' \dots$; scrivendo che la somma dei momenti delle forze è nulla, si ha che la x soddisfa all'equazione:

$$p x^n + p' x^{n'} + p'' x^{n''} + \dots = A.$$

Se i coefficienti fossero troppo grandi, basterebbe impiegare il mercurio in luogo dell'acqua, e piazzare le provette che lo contengono su una tavola mobile o far discendere il giogo come nella bilancia idrostatica.

Trovata una soluzione, si trovano le successive, elevando il livello del liquido fino a che l'equilibrio, dapprima disturbato,

non si stabilisca di nuovo. A ogni radice semplice corrisponde uno spostamento del giego in sensi opposti, per due valori fra i quali essa è compresa: a ogni radice doppia corrisponde invece uno spostamento nello stesso senso. Si può anche ristabilire l'equilibrio ad ogni istante e studiare sperimentalmente le variazioni della funzione.

L'A. indica infine il modo di evitare gli errori che potrebbero essere prodotti da fenomeni di capillarità e conclude che, costruendo con cura i solidi impiegati, si può trovare per un'equazione della forma considerata le radici comprese fra 0 e 10, coll'approssimazione di un centesimo.

RIBAN J. *Sui nuovi gazometri a pressioni costanti e variabili a volontà* (pp. 343-347). — Il gazometro descritto in questa Nota soddisfa a importanti condizioni, alle quali non soddisfa nessuno dei gazometri costruiti fin qui, e che secondo l'A., sono:

1° Grande costanza di efflusso, grazie a una pressione idrostatica rigorosamente costante.

2° Facoltà di variare questa pressione, secondo la necessità, e di misurarla.

3° Possibilità di purgare il gazometro da ogni traccia d'aria o di gas residuo.

4° Facoltà di evitare le perdite di gas o ritorno di aria per variazione della temperatura esterna.

JOB. *Apparecchio gazometrico* (pp. 347-349). — Il principio dell'apparecchio descritto in questa Nota è il seguente. All'interno di un recipiente chiuso, di cui si nota la temperatura, si fa colare un liquido, senza cambiare la massa gassosa racchiusa nel recipiente. Se questo liquido provoca, al contatto di un altro corpo contenuto nell'apparecchio, uno sviluppo o un assorbimento di gas, basta ricondurre il tutto alla temperatura iniziale e misurare la variazione di pressione, per conoscere il volume del gas sviluppato o assorbito.

Descritto l'apparecchio l'A. fa rilevare che, oltre per alcuni dosaggi rapidi, esso può servire ai fisici tutte le volte che si vorranno studiare fenomeni di equilibrio tra una fase liquida qualunque e una fase gassosa pure qualunque (solubilità dei gas, vaporizzazioni, ecc.).

FABRY C. e PEROT A. *Sulle sorgenti di luce monocromatica* (pp. 369-382). — I processi impiegati fin qui per ottenere un fascio di luce monocromatica si riducono a due:

1° Semplificazione di un fascio di luce bianca;

2° Impiego della luce emessa da un gas.

In questa Nota gli A. fanno un interessante studio sui vari metodi tenuti per raggiungere l'intento, specialmente nel 2° caso, rilevando le qualità e i difetti che ciascuno di essi presenta. Mostrano quindi la possibilità di migliorare ancora il funzionamento dei tubi di Michelson, di impiegare come sorgente monocromatica intensa l'arco a mercurio di Arons, modificato dagli A. stessi, e di utilizzare le righe di un certo numero di metalli, per le interferenze a grandi differenze di cammino, nell'arco nel vuoto, e, misurando le lunghezze di onda, di creare nuovi punti di riferimento nello spettro. Riportano infine in una tabella le lunghezze d'onda di una serie di metalli da essi determinate, indicando anche la sorgente colla quale la misura è stata fatta, ciò che è interessante data l'importanza, rilevata dagli A., che la sorgente impiegata ha per le righe a componenti.

COTTON A. *Apparecchio per la misura dell'intensità dei campi magnetici* (pp. 383-390). — Gli apparecchi impiegati per la misura diretta, in valore assoluto, dei campi magnetici, si riferiscono a due metodi distinti. Col primo si utilizza un fenomeno d'induzione prodotto dallo spostamento nel campo di un conduttore mobile. Col secondo metodo si misura l'azione meccanica esercitata dal campo su un circuito mobile percorso da una corrente nota.

L'apparecchio ideato dall'A. e descritto in questa Nota si riporta a questo secondo metodo, e si approssima a quello descritto da E. Gerard sotto il nome di *misuratore dei campi magnetici*.

Il principio su cui è fondato è il seguente:

Se si suppone un campo magnetico uniforme, d'intensità magnetica H (C. G. S.) e un elemento di corrente lungo l centimetri, d'intensità i amp., diretto perpendicolarmente alle linee di forza del campo, su questo elemento si esercita una forza il cui valore sarà:

$$\frac{H l i}{10} \text{ dinq}$$

o

$$f = \frac{H l i}{10,981} \text{ grammi}$$

Tutto avviene dunque come se il peso dell'elemento di corrente fosse aumentato (o diminuito) di f gramm. Così se il campo è di 10,000 (C. G. S.), la lunghezza l è 1 cm., la corrente di 1 amp., la forza f sorpassa 1 gr. Si può dunque misurarla direttamente e con precisione con una bilancia.

Se il campo è più debole, la misura si potrà fare ancora con precisione, anche senza impiegare una bilancia sensibilissima, *se si può aumentare il valore della lunghezza l o l'intensità della corrente i*. L'A. ha cercato di realizzare ciò, e vi è riuscito, impiegando, invece di un elemento di corrente mobile, una specie di bobina piatta, formata di più spire e disposte in modo che intervenga soltanto nella misura l'azione esercitata dal campo su uno dei suoi lati.

MOULIN H. *Verificazione di due formule che danno i volumi del vapore saturo e le tensioni massime in funzione della temperatura* (pp. 390-394). — Nella equazione caratteristica, dalla quale l'A. è partito,

$$p \omega_1 = \frac{RT}{v} - \frac{b_1 \omega}{v^{\frac{1}{3}}} + \frac{R' T}{\omega^{\frac{2}{3}}}$$

p, v, R, T hanno il loro significato abituale, b_1 è un numero, R' è un multiplo di R ; ω^3 è il rapporto del covolume al volume e ω_1 si riferisce al rapporto della pressione p_1 sulla superficie del covolume, alla pressione p . Queste due ultime funzioni sono espresse da:

$$\frac{\omega_c}{\omega} = 1 + \gamma \left(1 - \frac{T}{T_c}\right); \quad \frac{\omega_1}{\omega_{1c}} = 1 + \gamma' \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)$$

γ e γ' rappresentando valori particolari per ogni sostanza, ma determinati invariabilmente quando variano p, v , e T .

Indicando con v il volume specifico del vapore saturo, p la tensione massima alla temperatura assoluta T , l'A. ha trovato le relazioni:

$$\frac{T_c}{T_H} = \left(\frac{T_c}{T}\right)_H \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^3; \quad \frac{v}{v_c} = \left(\frac{v}{v_c}\right)_H \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^3; \quad \frac{p_c}{p} = \left(\frac{p_c}{p}\right)_H \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^5 \cdot \frac{\omega_1}{\omega_{1c}}$$

l'indice H rappresentando la sostanza teorica per la quale ω è costante. L'A. riferisce in questa Nota le verificazioni eseguite di queste formule, e riporta infine i valori trovati per:

$$\log \left(\frac{v}{v_c}\right)_H, \quad \log \left(\frac{p_c}{p}\right)_H, \quad \log \left(\frac{T_c}{T}\right)_H.$$

BAKKER G. *Teoria della capillarità* (pp. 394-404). — Si può studiare la capillarità sia concependo un liquido come un sistema di molecole, sia immaginando un agente omogeneo che produca gli stessi effetti esterni del liquido. L'A. segue questo secondo me-

todo. Comincia col studiare la funzione di forza, che definisce come la funzione la cui derivata rapporto alla distanza r , cambiata di segno, dà la forza che agisce sull'unità di massa. Trova quindi che il potenziale ψ , in un punto interno, deve soddisfare all'equazione differenziale:

$$\Delta^2 \psi = q^2 \psi + 4 \pi f \rho$$

ρ indicando la densità, e q^2 e f essendo costanti.

Dimostra quindi il teorema:

« In un punto x, y, z di una massa omogenea che riempie in modo continuo più parti dello spazio e che obbedisce alla funzione di forza :

$$\Phi(r) = \frac{A e^{-qr}}{r} + B e^{qr},$$

il potenziale ψ soddisfa all'equazione differenziale :

$$\Delta^2 \psi = q^2 \psi - 4 \pi (A + B) \rho,$$

e trova che se si esprime che la funzione di forza è una funzione decrescente della distanza, si ha:

$$\Phi(r) = -f \frac{e^{-qr}}{r}.$$

Reciprocamente conclude che: se ψ e ρ sono funzioni di x, y, z tali che: 1° ψ e le sue derivate prime rapporto a x, y e z siano sempre continue; 2° ψ soddisfi all'equazione differenziale $\Delta^2 \psi = q^2 \psi + 4 \pi f \rho$; 3° I prodotti $x \psi, y \psi, z \psi, x^2 \frac{\partial \psi}{\partial x}, y^2 \frac{\partial \psi}{\partial y}, z^2 \frac{\partial \psi}{\partial z}$ siano sempre finiti; la ψ è il potenziale di una massa omogenea di densità ρ , e la funzione di forza è:

$$\Phi(r) = -f \frac{e^{-qr}}{r}.$$

L'A. rileva che l'espressione della funzione di forza capillare così trovata non è altro che quella cui arriva Van der Waals nella sua *Teoria termodinamica della capillarità nell'ipotesi di una variazione continua di densità*, e conduce alla continuità fra lo stato liquido e lo stato gassoso qualunque sia la temperatura.

Per l'energia potenziale per unità di volume l'A. trova, ponendo $q = \frac{1}{\lambda}$ essendo λ una lunghezza, l'espressione:

$$\frac{-1}{8\pi f} \left(R^2 + \frac{\psi^2}{\lambda^2} \right)$$

che cambiata di segno esprime il lavoro che bisogna spendere per portare le particelle dell'unità di volume a una distanza infinita fra loro, o, ciò che è lo stesso, fuori della loro sfera di attività sensibile.

Passando quindi alle tensioni nel mezzo esterno, l'A. indicando con S_1 la *tensione nella direzione delle linee di forza* e con S_2 la *tensione nella direzione perpendicolare*, trova:

$$S_1 = -\frac{1}{8\pi f} \left(R^2 - \frac{\psi^2}{\lambda^2} \right); \quad S_2 = \frac{1}{8\pi f} \left(R^2 + \frac{\psi^2}{\lambda^2} \right).$$

Ne conclude che: *il valore assoluto dell'energia potenziale per unità di volume è uguale alla tensione per unità di superficie perpendicolare alle linee di forza.*

Per la *pressione molecolare* trova l'espressione:

$$K = 2\pi f \lambda^2 (\rho_1^2 - \rho_2^2)$$

ρ_1 e ρ_2 , indicando rispettivamente le densità del liquido e del vapore.

Circa la *tensione superficiale* infine l'A. rileva che essa può considerarsi come la forza, riferita all'unità di lunghezza, che si esercita normalmente a una linea tracciata sulla superficie del liquido, e che è data dal coefficiente H del termine $\frac{2H}{R}$, che esprime la pressione molecolare di una massa sferica liquida circondata dal suo vapore e supposta non pesante. Chiamando quindi R il raggio della massa liquida, limitata dallo strato capillare, e per tutti i punti di questo strato ponendo $r = R + h$, con h che può variare da zero fino allo spessore di questo strato: l'A. trova:

$$H = \frac{1}{4\pi f} \int_0^r \left(\frac{\partial \psi}{\partial h} \right) dh.$$

Supponendo finalmente che la superficie libera del liquido sia una vera membrana elastica, di cui la tensione sia la tensione superficiale, l'A., indicando con S_1 la coesione nella direzione

delle linee di forza e con S_1 quella perpendicolare alle linee stesse, trova per H l'espressione

$$H = \int_1^r (S_2 - S_1) dh$$

indipendente dalla funzione di forza adottata, se la *pressione termica è una quantità scalare*, come l'A. stesso ha dimostrato nei *Zeit. für phys. chemie*, t. 28, p. 713.

P. BACCET.

Zeitschrift für Physikalische Chemie.

Vol. XXXIV, Fasc. 3.

WORINGER B. *Tensione di vapore di una serie di composti benzolici* (pp. 257-289). — L'A. si propone di studiare le regolarità fra la costituzione dei corpi e il loro punto di ebollizione, qualora esso si faccia spostare variando la pressione. Sceglie composti della serie del benzolo. Descrive l'apparecchio e il metodo seguito e arriva alle seguenti conclusioni: 1° Le differenze nel punto di ebollizione dei composti omologhi aumentano coll' aumentare della pressione. 2° Le curve della tensione di vapore per due sostanze omologhe vanno nel senso che le differenze fra i punti di ebollizione per eguali aumenti di pressione formano una iperbole equilatera. 3° Col crescere della pressione i composti omologhi si avvicinano sempre più alla legge di Dalton, e tanto meglio quanto più si sale nella serie. 4° A pressione costante, le differenze nel punto di ebollizione per ogni coppia di composti omologhi che differiscono di un CH_2 costituiscono una serie aritmetica, che aumenta o diminuisce con la pressione. 5° L'aumento nel punto di ebollizione per l'introduzione di un CH_2 è tanto più piccolo quanto più si sale nella serie omologa, o per l'allungamento, o diramazione delle catene laterali. 6° Gli aumenti nel punto di ebollizione, per gli omologhi derivati dall'introduzione di radicali eguali nel gruppo benzolico sono eguali per pressioni eguali diminuiscono colla pressione. 7° Nel caso di isomeria di posizione nei composti benzolici la forma simmetrica ha il punto di ebollizione più basso le altre più elevato. 8° Lo stesso si verifica a pressioni ridotte. 9° Qualunque sia la pressione a parità di atomi di carbonio i composti della serie aromatica sono meno volatili che quelli della serie del metano, e fra questi i composti saturi; fra quelli, i composti con catene laterali.

WEGSHNEIDER R. *Intorno alla inversione della cinconina* (pp. 290-311). — Le due reazioni che intervengono per l'azione dell'acido cloridrico sulla cinconina sono reazioni secondarie alle quali le stesse sostanze prendono parte nello stesso rapporto molecolare; e si può supporre che venga addizionato dell'acido cloridrico non dissociato che accelera cataliticamente la inversione.

Fra le due reazioni si può supporre una relazione cinetico-atomica. L'azione catalitica si può spiegare col supporre che in ogni reazione chimica avvengano continuamente degli stati intermedi e che il catalizzatore varia in modo, queste condizioni intermedie da rendere possibile la reazione o in ogni modo da accelerarla.

DUHM P. *Le trasformazioni continue e la termodinamica*. III. *La tempera, la ricottura, la fucinatura dei metalli* (pp. 312-377). — Il primo capitolo riguarda le trasformazioni secolari ed è diviso in diversi paragrafi nei quali tratta specialmente alcune trasformazioni chimiche come quella del fosforo rosso, del grado di tempera dei metalli e il limite di trasformazione secolare della tempera. Nel secondo capitolo sono trattate le proprietà delle leghe del ferro e del nichel. Il terzo capitolo è dedicato al soprariscaldamento (combustione) e spontanea accensione dei metalli. Nell'ultima parte è trattata la fucinatura dei metalli.

STÖCKL K. e VANINO L. *Per lo studio delle soluzioni colloidali*. — *Risposta alle osservazioni di Zsigmondys* (pp. 378-379). — La polemica è determinata dal diverso modo di considerare le soluzioni colloidali. Mentre gli A. dicono doverli considerare come « sospensione di particelle solide in seno al liquido », lo Zsigmondys sostiene che sono vere e proprie soluzioni. Gli A. sostengono essere infondate le osservazioni dello Zsigmondys.

Dott. R. SALVADORI.

SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA

Hanno fatto adesione alla Società di Fisica :

Boccara Prof. Vittorio, del	R. Ist. tecnico di Reggio Calabria.
Bosi Prof. Italo,	R. Istituto tecnico di Modica.
Jacoviello Dott. Felice,	Anzano degli Irpini.
Leone Dott. Leonardo,	R. Università, Bologna.
Ziino Prof. Giuseppe,	Messina.

Continuazione della Nota pubblicata a pag. XCIX.

Hanno pagato la quota pel 1900 i Soci .

Bartorelli Antonio	Meda Giovanni
Berti Giuseppe	Monselles Giovacchino
Blaserna Pietro	Murani Oreste
Bombicci Luigi	Nasini Raffaello
Brucchiotti Giuseppe	Pagliani Stefano
Canestrelli Ignazio	Pandolfi Mario
Cardani Pietro	Panichi Ugo
Castelli Enrico	Picciati Giuseppe
Cerruti Valentino	Pieriboni Francesco
Cinelli Modesto	Pierpaoli Nazareno
Cresci Giovanni	Pinto Luigi
Donati Luigi	Piola Francesco
Eccher Dall' Eco Alberto	Pochettino Alfredo
Fantappiè Liberto	Preside Istit. tecnico Piacenza
Gandolfi Emilio	Puccianti Luigi
Gatti Enrico	Pugliese Alberto
Grimaldi Giov. Pietro	Righi Augusto
Lori Ferdinando	Rizzi Giovanni
Magri Luigi	Sala Mario
Maiorana Quirino	Sandrucci Alessandro
Mauri Aurelio	Santarelli Giorgio

Sella Alfonso
Sforzini Oreste
Tedone Orazio

Vanni Giuseppe
Zublena Pietro

Hanno pagato la quota pel 1901 i Soci:

Alessandri Guido	Gucci Pietro
Amerio Alessandro	Leone Leonardo
Banfi Enrico	Levi-Civita Tullio
Battelli Angelo	Maffi Pietro
Blaserna Pietro	Marangoni Carlo
Boccara Vittorio	Marcucci Salvino
Bombicci Luigi	Mauri Aurelio
Bosi Italo	Meda Giovanni
Casali Osvaldo	Montù Carlo
Cirri Oreste	Pagliani Stefano
Contino Attilio	Pochettino Alfredo
Del Torre Giacomo	Ròiti Antonio
Eccher Dall' Eco Alberto	Rossi Andrea
Ercolini Guido	Rovelli Costantino
Ferrini Rinaldo	Sella Alfonso
Gerosa Giuseppe	Stefanini Annibale

Si rammenta ai Signori Soci che tutta la quota annua di L. 18 dev' essere pagata direttamente al Cassiere della Società, Prof. Annibale Stefanini in Lucca.

Quei Soci poi, i quali, avendo fatto cessione a qualche Istituto della copia del *Nuovo Cimento* che loro spetta, non vogliano anticipare le L. 15, prezzo di tale cessione, dovranno disporre che l'Istituto medesimo ne eseguisca il pagamento, senza nessun'altra deduzione, pure al Prof. Annibale Stefanini, il quale si è assunto di rilasciare le quietanze prescritte.

SULL'EQUILIBRIO DELLE MEMBRANE ELASTICHE PIANE.

Nota II del Dott. TOMMASO BOGGIO.

In una Nota precedente ¹⁾ ho esposto un metodo per determinare la deformazione di una membrana piana, elastica, isotropa, sollecitata al contorno da forze agenti nel piano della membrana, supponendo di conoscere, per ogni punto del contorno, le componenti dello spostamento e supponendo ancora che l'area considerata sia conformemente rappresentabile su un cerchio mediante polinomi.

La soluzione ivi ottenuta è composta di soli *integrali definiti*; e precisamente ho mostrato che il problema proposto si riduce a determinare:

- 1.° *quattro funzioni armoniche nell'area data, di cui si conoscono i valori al contorno;*
- 2.° *un numero finito di costanti.*

In questa Nota riprendo lo stesso problema, relativo però ad una classe di membrane assai più vasta di quella considerata dianzi, e precisamente considero un'area piana semplicemente connessa e mostro come la questione proposta possa in ogni caso essere ricondotta:

- 1.° *alla rappresentazione conforme dell'area data sopra un cerchio;*
- 2.° *alla risoluzione di un certo sistema (Ω) di infinite equazioni lineari con infinite incognite.*

Questo sistema (Ω) si può risolvere mediante approssimazioni successive; però con questo metodo si è costretti a fare delle restrizioni sulla natura del contorno; restrizioni che sono identiche a quelle poste dal Prof. Levi-Civita per integrare

¹⁾ Boggio. *Sull'equilibrio delle membrane elastiche piane.* (Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, vol. 35, a. 1900 e Nuovo Cimento, ser. 4^a, t. 12, p. 170).

nella medesima classe di aree l'equazione $\Delta^2 \Delta^2 u = 0$ per dati valori al contorno di u e della sua derivata rispetto alla normale interna ¹⁾; problema che, come si vedrà in seguito, è un caso particolare di quello che tratto in questa Nota.

1. Sia data nel piano $x' y'$ un'area piana semplicemente connessa σ' , indichiamo con s' il suo contorno e con n' la normale diretta verso l'interno; si tratta di determinare la deformazione della membrana elastica isotropa σ' .

Chiamiamo perciò ξ', η' le componenti dello spostamento di un punto qualsiasi dell'area σ' ; si devono determinare queste componenti conoscendo i valori che esse assumono nei punti di s' e sapendo che in ogni punto di σ' soddisfano alle equazioni:

$$(1) \quad \begin{cases} \Delta^2 \xi' = k \frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{\partial \xi'}{\partial x'} + \frac{\partial \eta'}{\partial y'} \right) & \left(\Delta^2 = \frac{\partial^2}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2}{\partial y'^2} \right) \\ \Delta^2 \eta' = k \frac{\partial}{\partial y'} \left(\frac{\partial \xi'}{\partial x'} + \frac{\partial \eta'}{\partial y'} \right) & \left(k = \frac{-1}{1-2m} \right) \end{cases}$$

(m = coefficiente di contrazione = costante).

Indichiamo perciò con p', q' due funzioni regolari in σ' , avremo, mediante integrazione per parti:

$$\begin{aligned} \int_{\sigma'} \left\{ p' \left(\frac{\partial \xi'}{\partial x'} + \frac{\partial \eta'}{\partial y'} \right) + q' \left(\frac{\partial \xi'}{\partial y'} - \frac{\partial \eta'}{\partial x'} \right) \right\} d\sigma' = \\ - \int_{s'} (p' \xi' \cos n' x' + p' \eta' \cos n' y' + q' \xi' \cos n' y' - q' \eta' \cos n' x') ds' - \\ - \int_{\sigma'} \left\{ \xi' \left(\frac{\partial p'}{\partial x'} + \frac{\partial q'}{\partial y'} \right) + \eta' \left(\frac{\partial p'}{\partial y'} - \frac{\partial q'}{\partial x'} \right) \right\} d\sigma'; \end{aligned}$$

¹⁾ Levi-Civita. *Sull'integrazione dell'equazione $\Delta, \Delta, u = 0$* . (Id. vol. 33, a. 1898).

Dovendo citare altre volte, in seguito, queste due Note, le indicherò rispettivamente con (B) e con (L-C).

se p' , q' sono funzioni armoniche coniugate, e precisamente se:

$$p' = \frac{\partial u'}{\partial x'}, \quad q' = \frac{\partial u'}{\partial y'}$$

ove u' è una funzione armonica in σ' , l'ultimo integrale sparisce e si può scrivere:

$$\begin{aligned} & \int_{\sigma'} \left\{ \frac{\partial u'}{\partial x'} \left(\frac{\partial \xi'}{\partial x'} + \frac{\partial \eta'}{\partial y'} \right) + \frac{\partial u'}{\partial y'} \left(\frac{\partial \xi'}{\partial y'} - \frac{\partial \eta'}{\partial x'} \right) \right\} d\sigma' = \\ & - \int_{s'} \left\{ \xi' \left(\frac{\partial u'}{\partial x'} \cos n'x' + \frac{\partial u'}{\partial y'} \cos n'y' \right) + \eta' \left(\frac{\partial u'}{\partial x'} \cos n'y' - \frac{\partial u'}{\partial y'} \cos n'x' \right) \right\} ds' \end{aligned}$$

od ancora:

$$\begin{aligned} (2) \quad & \int_{\sigma'} \left\{ \frac{\partial u'}{\partial x'} \left(\frac{\partial \xi'}{\partial x'} + \frac{\partial \eta'}{\partial y'} \right) + \frac{\partial u'}{\partial y'} \left(\frac{\partial \xi'}{\partial y'} - \frac{\partial \eta'}{\partial x'} \right) \right\} d\sigma' = \\ & - \int_{s'} \left(\xi' \frac{\partial u'}{\partial n'} + \eta' \frac{\partial u'}{\partial s'} \right) ds'. \end{aligned}$$

Poniamo ora:

$$\frac{\partial \xi'}{\partial x'} + \frac{\partial \eta'}{\partial y'} = \theta', \quad \frac{\partial \xi'}{\partial y'} - \frac{\partial \eta'}{\partial x'} = \tau',$$

si otterrà facilmente dalle (1):

$$\begin{cases} (1 - \kappa) \frac{\partial \theta'}{\partial x'} + \frac{\partial \tau'}{\partial y'} = 0 \\ (1 - \kappa) \frac{\partial \theta'}{\partial y'} - \frac{\partial \tau'}{\partial x'} = 0, \end{cases}$$

onde si può porre:

$$\theta' = \frac{\partial \phi'}{\partial x'}, \quad \tau' = c \frac{\partial \phi'}{\partial y'}, \quad (c = 1 - \kappa)$$

ove ϕ' è una funzione armonica; l'equazione (2) diventa allora :

$$(3) \quad \int_{\sigma'} \left(\frac{\partial u'}{\partial x'} \frac{\partial \phi'}{\partial x'} + c \frac{\partial u'}{\partial y'} \frac{\partial \phi'}{\partial y'} \right) d\sigma' = - \int_{s'} \left(\xi' \frac{\partial u'}{\partial n'} + \eta' \frac{\partial u'}{\partial s'} \right) ds'.$$

La funzione armonica u' è arbitraria, quindi il 2.º membro è completamente noto; la funzione armonica ϕ' deve dunque soddisfare alle infinite equazioni funzionali che si ottengono dalla precedente al mutare di u' .

Osserviamo che essendo la costante m compresa tra 0 ed $\frac{1}{2}$ ne segue che la costante k è compresa tra -1 e $-\infty$, onde la costante c risulta maggiore di 2, quindi è positiva. Si vedrà in appresso l'utilità di questa circostanza.

2. Consideriamo in un secondo piano xy (che può anche coincidere col piano $x'y'$) il cerchio σ di raggio 1, di contorno s , col centro nell'origine delle coordinate; poniamo poi :

$$z = x + iy, \quad z' = x' + iy', \quad z' = f(z),$$

intendendo che f stabilisca la rappresentazione conforme del cerchio σ sopra l'area σ' . Se si immagina di sostituire alle variabili x', y' le nuove variabili x, y mediante la trasformazione $z' = f(z)$, risulterà :

$$ds'^2 = H^2 ds^2, \quad d\sigma' = H^2 d\sigma,$$

ove $H(x, y) = |f'(z)|$; quindi $dn' = H dn$ (essendo dn' e dn elementi lineari normali rispettivamente ad s' e ad s).

Inoltre :

$$\begin{cases} \frac{\partial u'}{\partial n'} = \frac{\partial u'}{\partial x'} \frac{1}{H} \frac{\partial x'}{\partial n} + \frac{\partial u'}{\partial y'} \frac{1}{H} \frac{\partial y'}{\partial n} \\ \frac{\partial u'}{\partial s'} = \frac{\partial u'}{\partial x'} \frac{1}{H} \frac{\partial x'}{\partial s} + \frac{\partial u'}{\partial y'} \frac{1}{H} \frac{\partial y'}{\partial s}; \end{cases}$$

ricordando poi che le derivate parziali rispetto ad x', y' di una funzione armonica si possono considerare dopo la trasforma-

zione $z' = f(z)$, come derivate parziali rispetto ad x, y di un'altra funzione pure armonica ¹⁾, si può porre:

$$(4) \quad \frac{\partial u'}{\partial x'} = \frac{\partial U}{\partial x}, \quad \frac{\partial u'}{\partial y'} = \frac{\partial U}{\partial y}; \quad \frac{\partial \phi'}{\partial x'} = \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \quad \frac{\partial \phi'}{\partial y'} = \frac{\partial \Phi}{\partial y},$$

essendo U, Φ due funzioni armoniche nelle variabili x, y , perciò:

$$\begin{cases} \frac{\partial u'}{\partial n'} = \left(\frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial x'}{\partial n} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial y'}{\partial n} \right) \frac{1}{H} \\ \frac{\partial u'}{\partial s'} = \left(\frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial x'}{\partial s} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial y'}{\partial s} \right) \frac{1}{H} \end{cases}$$

L'equazione (3) diventerà:

$$\int_{\sigma} \left(\frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial \Phi}{\partial x} + c \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) H^2 d\sigma = - \int_{\sigma} \left\{ \xi \left(\frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial x'}{\partial n} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial y'}{\partial n} \right) + \right. \\ \left. + \eta \left(\frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial x'}{\partial s} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial y'}{\partial s} \right) \right\} ds.$$

La funzione armonica U è arbitraria, perciò possiamo porre:

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \rho^n \cos n\theta, \quad \frac{\partial U}{\partial y} = -\rho^n \sin n\theta,$$

¹⁾ Questa proprietà che già mi fu assai utile nella Nota (B), § 6, può anche dimostrarsi nel modo seguente: Se $v'(x', y')$ è una funzione armonica si può porre evidentemente:

$$\frac{\partial v'}{\partial x'} - i \frac{\partial v'}{\partial y'} = F(z')$$

ove F è una funzione analitica di z' ; facendo la trasformazione $z' = f(z)$ si può scrivere:

$$F(z') = F[f(z)] = G(z) = \frac{\partial V}{\partial x} - i \frac{\partial V}{\partial y}$$

ove $V(x, y)$ è una funzione armonica; ne viene senz'altro:

$$\frac{\partial v'}{\partial x'} = \frac{\partial V}{\partial x}, \quad \frac{\partial v'}{\partial y'} = \frac{\partial V}{\partial y}.$$

ed anche :

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \rho^n \operatorname{sen} n \theta, \quad \frac{\partial U}{\partial y} = \rho^n \cos n \theta,$$

$$(n = 0, 1, 2, \dots); \quad (\rho = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \theta = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{y}{x}),$$

quindi dall' equazione precedente si deducono le seguenti :

$$(5) \quad \left\{ \begin{aligned} & \int_{\sigma} \left(\rho^n \cos n \theta \frac{\partial \Phi}{\partial x} - c \rho^n \operatorname{sen} n \theta \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) H^2 d\sigma = \\ & \quad - \int_s \left\{ \cos n \theta \left(\xi' \frac{\partial x'}{\partial n} + \eta' \frac{\partial x'}{\partial s} \right) - \operatorname{sen} n \theta \left(\xi' \frac{\partial y'}{\partial n} + \eta' \frac{\partial y'}{\partial s} \right) \right\} ds \\ & \int_{\sigma} \left(\rho^n \operatorname{sen} n \theta \frac{\partial \Phi}{\partial x} + c \rho^n \cos n \theta \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) H^2 d\sigma = \\ & \quad - \int_s \left\{ \operatorname{sen} n \theta \left(\xi' \frac{\partial x'}{\partial n} + \eta' \frac{\partial x'}{\partial s} \right) + \cos n \theta \left(\xi' \frac{\partial y'}{\partial n} + \eta' \frac{\partial y'}{\partial s} \right) \right\} ds \end{aligned} \right.$$

$$(n = 0, 1, 2, \dots)$$

Per semplicità supponiamo che il contorno s' dell' area σ' abbia in ogni punto un raggio di curvatura finito e quindi che le funzioni $\frac{\partial x'}{\partial x}, \frac{\partial x'}{\partial y}$ si conservino finite e derivabili (le derivate soddisfacendo alle condizioni di Dirichlet) anche nei punti della circonferenza s ; supponiamo di più che le funzioni ξ', η' date nei punti di s' abbiano almeno derivate prime, soddisfacenti esse pure alle condizioni di Dirichlet lungo s' .

Risulta da ciò, che si può porre, nei punti di s ,

$$(6) \quad \left\{ \begin{aligned} \xi' \frac{\partial x'}{\partial n} + \eta' \frac{\partial x'}{\partial s} &= -\frac{1}{2} p_0 + \sum_n (p'_n \cos n \theta + q'_n \operatorname{sen} n \theta) \\ \xi' \frac{\partial y'}{\partial n} + \eta' \frac{\partial y'}{\partial s} &= -\frac{1}{2} q_0 + \sum_n (p''_n \cos n \theta + q''_n \operatorname{sen} n \theta) \end{aligned} \right.$$

in cui i coefficienti p'_n, q'_n, p''_n, q''_n riescono in valor assoluto minori di $\frac{M}{n^2}$ ($n = 1, 2, \dots$), M designando una opportuna costante.

Se ne trae facilmente :

$$\left\{ \begin{aligned} - \int_0^1 \left\{ \cos n \theta \left(\xi \frac{\partial x'}{\partial n} + \eta \frac{\partial x'}{\partial s} \right) - \sin n \theta \left(\xi \frac{\partial y'}{\partial n} + \eta \frac{\partial y'}{\partial s} \right) \right\} ds &= \pi p_n \\ - \int_0^1 \left\{ \sin n \theta \left(\xi \frac{\partial x'}{\partial n} + \eta \frac{\partial x'}{\partial s} \right) + \cos n \theta \left(\xi \frac{\partial y'}{\partial n} + \eta \frac{\partial y'}{\partial s} \right) \right\} ds &= \pi q_n \end{aligned} \right.$$

$$(n = 0, 1, 2, \dots)$$

ove si è posto, per brevità :

$$(7) \quad \left\{ \begin{aligned} - p'_n + q'_n &= p_n \\ - q'_n - p'_n &= q_n \end{aligned} \right. \quad (n = 1, 2, \dots).$$

Le equazioni (5) si possono allora porre sotto la forma :

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{1}{\pi} \int_0^1 \rho^{n+1} d\rho \int_0^{2\pi} H^2 \frac{\partial \Phi}{\partial x} \cos n \theta d\theta - c \frac{1}{\pi} \int_0^1 \rho^{n+1} d\rho \int_0^{2\pi} H^2 \frac{\partial \Phi}{\partial y} \sin n \theta d\theta &= p_n \\ \frac{1}{\pi} \int_0^1 \rho^{n+1} d\rho \int_0^{2\pi} H^2 \frac{\partial \Phi}{\partial x} \sin n \theta d\theta + c \frac{1}{\pi} \int_0^1 \rho^{n+1} d\rho \int_0^{2\pi} H^2 \frac{\partial \Phi}{\partial y} \cos n \theta d\theta &= q_n \end{aligned} \right. \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

Le funzioni $\frac{\partial \Phi}{\partial x}$, $\frac{\partial \Phi}{\partial y}$ essendo armoniche nel cerchio σ , possiamo assumerle sotto la forma :

$$(8) \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial x} &= \alpha_0 + \sum_m \rho^m (\alpha_m \cos m \theta + \beta_m \sin m \theta) \\ \frac{\partial \Phi}{\partial y} &= \sum_m \rho^m (\beta_m \cos m \theta - \alpha_m \sin m \theta), \end{aligned} \right.$$

le α e le β essendo costanti a determinarsi.

¹⁾ Se, in particolare, $c = 0$ queste equazioni coincidono nella forma colle equazioni (8) della Nota (L-C), e in questo caso è assai facile vedere che il nostro problema si riduce appunto a quello trattato dal Prof. Levi-Civita.

Sostituendo nelle equazioni precedenti è facile dedurre :

$$\begin{aligned}
 \alpha_0 \frac{1}{\pi} \int_0^1 \rho^{n+1} d\rho \int_0^{2\pi} H^2 \cos n\theta d\theta + \sum_m \left\{ \alpha_m \left(\frac{1}{\pi} \int_0^1 \rho^{n+m+1} d\rho \int_0^{2\pi} H^2 \cos n\theta \cos m\theta d\theta + \right. \right. \\
 \left. \left. + c \frac{1}{\pi} \int_0^1 \rho^{n+m+1} d\rho \int_0^{2\pi} H^2 \sin n\theta \cos m\theta d\theta \right) + \right. \\
 \left. + \beta_m \left(\frac{1}{\pi} \int_0^1 \rho^{n+m+1} d\rho \int_0^{2\pi} H^2 \cos n\theta \sin m\theta d\theta - \right. \right. \\
 \left. \left. - c \frac{1}{\pi} \int_0^1 \rho^{n+m+1} d\rho \int_0^{2\pi} H^2 \sin n\theta \cos m\theta d\theta \right) \right\} = p_n \\
 \alpha_0 \frac{1}{\pi} \int_0^1 \rho^{n+1} d\rho \int_0^{2\pi} H^2 \sin n\theta d\theta + \sum_m \left\{ \alpha_m \left(\frac{1}{\pi} \int_0^1 \rho^{n+m+1} d\rho \int_0^{2\pi} H^2 \sin n\theta \cos m\theta d\theta - \right. \right. \\
 \left. \left. - c \frac{1}{\pi} \int_0^1 \rho^{n+m+1} d\rho \int_0^{2\pi} H^2 \cos n\theta \sin m\theta d\theta \right) + \right. \\
 \left. + \beta_m \left(\frac{1}{\pi} \int_0^1 \rho^{n+m+1} d\rho \int_0^{2\pi} H^2 \sin n\theta \sin m\theta d\theta + \right. \right. \\
 \left. \left. + c \frac{1}{\pi} \int_0^1 \rho^{n+m+1} d\rho \int_0^{2\pi} H^2 \cos n\theta \cos m\theta d\theta \right) \right\} = q_n ;
 \end{aligned}$$

ponendo, per abbreviare,

$$\begin{aligned}
 (9) \quad & \frac{\int_0^1 \rho^{n+m+1} d\rho \int_0^{2\pi} H^2 (\cos n\theta \cos m\theta + c \sin n\theta \cos m\theta) d\theta}{\int_0^1 \rho^{2n+1} d\rho \int_0^{2\pi} H^2 (\cos^2 n\theta + c \sin^2 n\theta) d\theta} = a_{2n, 2m}, \\
 & (n, m = 0, 1, 2, \dots); \\
 & \frac{\int_0^1 \rho^{n+m+1} d\rho \int_0^{2\pi} H^2 (\cos n\theta \sin m\theta - c \sin n\theta \cos m\theta) d\theta}{\int_0^1 \rho^{2n+1} d\rho \int_0^{2\pi} H^2 (\cos^2 n\theta + c \sin^2 n\theta) d\theta} = a_{2n, 2m-1}, \\
 & (n = 0, 1, 2, \dots; m = 1, 2, \dots); \\
 & \frac{\int_0^1 \rho^{n+m+1} d\rho \int_0^{2\pi} H^2 (\sin n\theta \cos m\theta - c \cos n\theta \sin m\theta) d\theta}{\int_0^1 \rho^{2n+1} d\rho \int_0^{2\pi} H^2 (\sin^2 n\theta + c \cos^2 n\theta) d\theta} = a_{2n-1, 2m}, \\
 & (n = 1, 2, \dots; m = 0, 1, 2, \dots); \\
 & \frac{\int_0^1 \rho^{n+m+1} d\rho \int_0^{2\pi} H^2 (\sin n\theta \sin m\theta + c \cos n\theta \cos m\theta) d\theta}{\int_0^1 \rho^{2n+1} d\rho \int_0^{2\pi} H^2 (\sin^2 n\theta + c \cos^2 n\theta) d\theta} = a_{2n-1, 2m-1}, \\
 & (n, m = 1, 2, \dots);
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (10) \quad & \frac{p_n}{\frac{1}{\pi} \int_0^1 \rho^{2n+1} d\rho \int_0^{2\pi} H^2 (\cos^2 n\theta + c \sin^2 n\theta) d\theta} = v_{2n}, \quad (n=0, 1, 2, \dots), \\
 & \frac{q_n}{\frac{1}{\pi} \int_0^1 \rho^{2n+1} d\rho \int_0^{2\pi} H^2 (\sin^2 n\theta + c \cos^2 n\theta) d\theta} = v_{2n-1}, \quad (n=1, 2, \dots);
 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \alpha_m = x_{2m}, & (m = 0, 1, 2, \dots), \\ \beta_m = x_{2m-1}, & (m = 1, 2, \dots); \end{cases}$$

si possono scrivere le equazioni precedenti più concisamente:

$$(11) \quad \sum_0^\infty a_{i,j} x_j = v_i, \quad (i=0, 1, 2, \dots).$$

Le a e le v come risulta dalle (6), (7), (9), (10) sono costanti conosciute (e finite, perchè i divisori che intervengono nelle (9), (10) sono essenzialmente diversi da zero, essendo, come si osservò, $c > 0$).

Il sistema precedente, osservando che $a_{i,i}=1$, può anche essere scritto :

$$(\Omega) \quad x_i = v_i - \sum_0^{i-1} a_{i,j} x_j - \sum_{i+1}^{\infty} a_{i,j} x_j, \quad (i=0, 1, 2, \dots).$$

3. Questo sistema è identico, nella forma, al sistema (Ω) della Nota (L-C), perciò per risolverlo possiamo applicare il metodo seguito dal Prof. Levi-Civita nella sua Nota.

« Definiamo perciò delle approssimazioni successive delle incognite x_i , prendendo :

$$x_i^{(0)} = v_i, \quad (i=0, 1, 2, \dots)$$

$$x_i^{(1)} = v_i - \sum_0^{i-1} a_{i,j} x_j^{(1)} - \sum_{i+1}^{\infty} a_{i,j} x_j^{(0)}, \quad (i=0, 1, 2, \dots),$$

e in generale :

$$(12) \quad x_i^{(n)} = v_i - \sum_0^{i-1} a_{i,j} x_j^{(n)} - \sum_{i+1}^{\infty} a_{i,j} x_j^{(n-1)}, \quad (i=0, 1, 2, \dots; n=1, 2, \dots),$$

con che, ammessa la convergenza delle serie dei secondi membri, riescono individuate le approssimazioni di dato ordine $x_i^{(n)}$ per mezzo di quelle d'ordine anteriore, purchè si abbia cura di fare *successivamente* $i=0, 1, 2, \dots$.

Se le $x_i^{(n)}$ tendono per $n=\infty$ a limiti finiti e determinati x_i , atti a rendere convergenti le serie $\sum_{i+1}^{\infty} a_{i,j} x_j$, le (12) mostrano senz'altro che detti limiti sono le soluzioni del sistema proposto.

Un caso, notevole per l'applicazione che abbiamo in vista, è quello in cui le a e le v soddisfano a disuguaglianze del tipo :

$$(13) \quad |a_{ij}| < A \lambda^{|i-j|}, \quad (i, j = 0, 1, 2, \dots; i \geq j),$$

$$(14) \quad |v_i| < \frac{B}{(i+g)^s}, \quad (i = 0, 1, 2, \dots),$$

$$(15) \quad 2A \frac{\lambda}{1-\lambda} < 1,$$

con A, B, g, s numeri positivi finiti e $\lambda < 1$.

In questo caso il metodo delle approssimazioni successive riesce completamente; e si deducono poi per le incognite x_i delle disuguaglianze analoghe alle (14) ».

Per la dimostrazione di queste proprietà si veda il § 2 della Nota (L-C).

4. Caratterizziamo ora una classe di aree σ' per cui si trovano soddisfatte le condizioni (13) e (15).

« Suppongasì in primo luogo che il contorno s' sia costituito da una sola linea analitica. Per un teorema di Schwarz ¹⁾ la funzione $z' = f(z)$, (di cui è parola al § 1), è allora prolungabile analiticamente al di là di ogni punto della circonferenza di raggio 1; esistono quindi circonferenze di raggio $\frac{1}{\lambda^3} > 1$, entro e sopra le quali la funzione si mantiene regolare ».

Poniamo :

$$(16) \quad f'(z) = \sum_0^{\infty} c_n z^n,$$

ed osserviamo che se si indica con L il massimo dei valori assoluti assunti da $f'(z)$ sopra la circonferenza di raggio $\frac{1}{\lambda^3}$, sarà, come è ben noto :

$$(17) \quad |c_n| \leq L \lambda^{3n}.$$

Ciò posto, cerchiamo dei limiti superiori per le a date dalle (9).

¹⁾ Picard. *Traité d'Analyse*, t. 2, chap. 10.

Sia l_1 il limite inferiore dei valori assoluti assunti da $f'(z)$ entro il cerchio di raggio 1 (limite inferiore, che è, per la univocità della corrispondenza fra z' e z , essenzialmente diverso da zero). Si avrà:

$$H^2(\rho, \theta) \geq l_1^2,$$

onde, ricordando che la costante c è positiva:

$$\begin{aligned} (18) \quad & \int_0^1 \rho^{2n+1} d\rho \int_0^{2\pi} H^2(\cos^2 n\theta + c \sin^2 n\theta) d\theta \geq \\ & \geq l_1^2 \int_0^1 \rho^{2n+1} d\rho \int_0^{2\pi} (\cos^2 n\theta + c \sin^2 n\theta) d\theta = \frac{\pi(1+c)}{2n+2} l_1^2; \end{aligned}$$

sostituendo poi nella 1.^a delle (9) il valore di H^2 ricavato dalla (16), e tenendo presente la (17) si deduce (per $n \geq m$):

$$\begin{aligned} & \left| \int_0^1 \rho^{n+m+1} d\rho \int_0^{2\pi} H^2(\cos n\theta \cos m\theta + c \sin n\theta \cos m\theta) d\theta \right| < \\ & < \left| \int_0^1 \rho^{n+m+1} d\rho \int_0^{2\pi} H^2 \cos n\theta \cos m\theta d\theta \right| + c \left| \int_0^1 \rho^{n+m+1} d\rho \int_0^{2\pi} H^2 \sin n\theta \cos m\theta d\theta \right| < \\ & < \frac{\pi(1+c)}{2n+2} \frac{2L^2}{1-\lambda^6} \lambda^{|3n-3m|}, \end{aligned}$$

onde:

$$|a_{2n, 2m}| < \frac{2L^2}{l_1^2(1-\lambda^6)} \lambda^{|3n-3m|}, \quad (n \geq m);$$

espressione identica alla (24) della Nota (L-C).

Espressioni analoghe si trovano per

$$|a_{2n, 2m-1}|, \quad |a_{2n-1, 2m}|, \quad |a_{2n-1, 2m-1}|,$$

perciò si conclude:

$$|a_{i,j}| < \frac{2L^2}{l_1^2(1-\lambda^6)} \lambda^{|i-j|}, \quad (i, j = 0, 1, 2, \dots; i \geq j).$$

« Questa disuguaglianza corrisponde alla (13) del caso generale; per stabilirla ci è stata sufficiente l'ipotesi che il contorno dell'area σ' consti di una sola curva analitica. Altra cosa è per la (15), che assume ora l'aspetto:

$$(19) \quad 4 \frac{L^2}{l_1^2} \frac{\lambda}{(1-\lambda^6)(1-\lambda)} < 1$$

e dà luogo, come ben si vede, ad una condizione parecchio restrittiva circa la forma del contorno ». È infatti facile dedurre dalla disuguaglianza precedente quest'altra: $\frac{1}{\lambda^3} > 27$, la quale mostra che *la funzione $f(z)$ deve mantenersi regolare fin oltre la circonferenza di raggio 27*.

« Una disuguaglianza un po' meno restrittiva si ha quando l'area data possiede un asse di simmetria. In questo caso è sempre possibile ¹⁾ stabilire la rappresentazione conforme in modo che l'asse di simmetria della figura corrisponda all'asse delle x , o, se si vuole, in modo che la funzione $f(z)$ abbia i suoi coefficienti reali ²⁾ ».

Questa circostanza porta alla disuguaglianza seguente: $\frac{1}{\lambda^3} > 3$, (anzichè all'altra: $\frac{1}{\lambda^3} > 27$, trovata nel caso precedente), la quale esprime che *la funzione $f(z)$ deve mantenersi regolare fin oltre la circonferenza di raggio 3*.

5. In questo § si considereranno esclusivamente aree σ' per cui sia possibile, prendendo λ in modo opportuno, soddisfare alla disuguaglianza (19).

¹⁾ Schwarz. *Ueber einige Abbildungsaufgaben*. (Crelle's Journal, Bd. 70, a. 1869).

²⁾ Cfr. il § 3 della Nota (L-C).

Si tratta di fissare in modo definitivo, per codeste aree, la validità del nostro procedimento di integrazione.

In virtù delle ipotesi fatte sulle funzioni ξ, η , date al contorno, si ha come abbiamo visto:

$$\left. \begin{array}{l} |p'_n| \\ |q'_n| \\ |p''_n| \\ |q''_n| \end{array} \right\} < \frac{M}{n^2}, \quad (n=1, 2, \dots)$$

quindi, dalle (7):

$$\left. \begin{array}{l} |p_n| \\ |q_n| \end{array} \right\} < \frac{2M}{n^2}, \quad (n=1, 2, \dots);$$

se si indica con g una costante positiva arbitraria, è chiaro che basta prendere M' maggiore di $p_0^2(g+2)^2$ e di $2M(g+4)^2$, per poter scrivere:

$$|p_n| < \frac{M'}{(2n+2+g)^2}, \quad (n=0, 1, 2, \dots)$$

$$|q_n| < \frac{M'}{(2n+2+g)^2}, \quad (n=1, 2, \dots).$$

Ciò posto, dalle (10), (18) si ha, per i secondi membri v_i , del sistema (Ω):

$$|v_{2n}| < \frac{|p_n|(2n+2)}{(1+c)l_1^2} < \frac{M'}{(1+c)l_1^2} \frac{2n+2}{(2n+2+g)^2}, \quad (n=0, 1, 2, \dots)$$

$$|v_{2n-1}| < \frac{|q_n|(2n+2)}{(1+c)l_1^2} < \frac{M'}{(1+c)l_1^2} \frac{2n+2}{(2n+2+g)^2}, \quad (n=1, 2, \dots),$$

se ne trae, prendendo $B = \frac{M'}{(1+c)l_1^2}$:

$$|v_{2n}| < \frac{B}{2n+g}, \quad (n=0, 1, 2, \dots),$$

$$|v_{2n-1}| < \frac{B}{2n-1+g}, \quad (n=1, 2, \dots),$$

le quali fanno riscontro alle (14) del caso generale, dove si sia posto $s = 1$. Possiamo quindi asserire (cfr. quanto è detto alla fine del § 3) che le incognite del sistema lineare, cioè i coefficienti α e β delle funzioni $\frac{\partial \Phi}{\partial x}$, $\frac{\partial \Phi}{\partial y}$ soddisfano a disuguaglianze dello stesso tipo. Le assumeremo addirittura sotto la forma:

$$|\alpha_m| < \frac{N}{m}, \quad |\beta_m| < \frac{N}{m}, \quad (m = 1, 2, \dots),$$

con N numero fisso positivo.

Di qui è facile dedurre:

$$\left. \begin{aligned} \lim_{\rho=1} \left| \frac{\frac{\partial \Phi}{\partial x}}{\log(1-\rho)} \right| \\ \lim_{\rho=1} \left| \frac{\frac{\partial \Phi}{\partial y}}{\log(1-\rho)} \right| \end{aligned} \right\} \leq 2N$$

le quali ci assicurano che $\frac{\partial \Phi}{\partial x}$, $\frac{\partial \Phi}{\partial y}$ sono integrabili entro e sopra la circonferenza s di raggio 1.

Osserviamo ora che le funzioni ξ , η che soddisfano alle (I) possono rappresentarsi, in tutta l'area σ , mediante le formule ¹⁾:

$$\left\{ \begin{aligned} \xi &= x' \frac{k}{2} \frac{\partial \Phi'}{\partial x'} + \lambda', \\ \eta &= x' \frac{k}{2} \frac{\partial \Phi'}{\partial y'} + \mu', \end{aligned} \right.$$

ove λ' , μ' sono funzioni armoniche legate alla Φ' dalle equazioni:

$$\left\{ \begin{aligned} c' \frac{\partial \Phi'}{\partial x'} &= \frac{\partial \lambda'}{\partial x'} + \frac{\partial \mu'}{\partial y'} \\ c' \frac{\partial \Phi'}{\partial y'} &= \frac{\partial \lambda'}{\partial y'} - \frac{\partial \mu'}{\partial x'} \end{aligned} \right. \quad \left(c' = \frac{2-k}{2} \right).$$

¹⁾ Cfr. la mia Nota (B), § 5.

Passiamo dall'area σ al cerchio σ , chiamiamo ξ, η, λ, μ le funzioni $\xi', \eta', \lambda', \mu'$ espresse mediante le variabili x, y , e ricordiamo le (4), avremo:

$$(20) \quad \begin{cases} \xi = x' \frac{k}{2} \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \lambda \\ \eta = x' \frac{k}{2} \frac{\partial \Phi}{\partial y} + \mu, \end{cases}$$

e le funzioni λ, μ saranno ancora armoniche: Se ne trae:

$$(21) \quad \begin{cases} \lambda = \xi - \frac{k}{2} x' \frac{\partial \Phi}{\partial x} \\ \mu = \eta - \frac{k}{2} x' \frac{\partial \Phi}{\partial y}, \end{cases}$$

e poichè i secondi membri sono noti ed integrabili (per quanto si vide or ora) sulla circonferenza s , queste equazioni permettono di determinare in ogni punto di σ i valori delle funzioni armoniche λ, μ ; dopo ciò le (20) forniranno, in ogni punto di σ , il valore di ξ e di η .

Per mostrare che le funzioni ξ, η assumono, al contorno, effettivamente i valori voluti, riprendiamo le (6), che scriveremo brevemente sotto la forma:

$$\begin{cases} \xi \frac{\partial x'}{\partial n} + \eta \frac{\partial x'}{\partial s} = P(\theta) \\ \xi \frac{\partial y'}{\partial n} + \eta \frac{\partial y'}{\partial s} = Q(\theta), \end{cases}$$

se ne trae facilmente:

$$\begin{cases} \xi \left\{ \left(\frac{\partial x'}{\partial n} \right)^2 + \left(\frac{\partial y'}{\partial n} \right)^2 \right\} = P(\theta) \frac{\partial x'}{\partial n} + Q(\theta) \frac{\partial y'}{\partial n} \\ \eta \left\{ \left(\frac{\partial x'}{\partial s} \right)^2 + \left(\frac{\partial y'}{\partial s} \right)^2 \right\} = P(\theta) \frac{\partial x'}{\partial s} + Q(\theta) \frac{\partial y'}{\partial s}, \end{cases}$$

onde:

$$\begin{cases} \xi = \frac{1}{H^2} \left\{ P(\theta) \frac{\partial x'}{\partial n} + Q(\theta) \frac{\partial y'}{\partial n} \right\} \\ \eta = \frac{1}{H^2} \left\{ P(\theta) \frac{\partial x'}{\partial s} + Q(\theta) \frac{\partial y'}{\partial s} \right\}, \end{cases}$$

possiamo ancora porre queste equazioni sotto la forma:

$$(22) \quad \begin{cases} \xi = a_0 + \sum_1^{\infty} (a_n \cos n\theta + a'_n \sin n\theta) \\ \eta = b_0 + \sum_1^{\infty} (b_n \cos n\theta + b'_n \sin n\theta). \end{cases}$$

Poniamo inoltre, ciò che è lecito:

$$\begin{cases} \frac{k}{2} \left(x' \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)_s = h_0 + \sum_1^{\infty} (h_n \cos n\theta + h'_n \sin n\theta) \\ \frac{k}{2} \left(x' \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)_s = k_0 + \sum_1^{\infty} (k_n \cos n\theta + k'_n \sin n\theta), \end{cases}$$

allora si ha dalle (21), nei punti di s :

$$\begin{cases} \lambda = a_0 + \sum_1^{\infty} (a_n \cos n\theta + a'_n \sin n\theta) - h_0 - \sum_1^{\infty} (h_n \cos n\theta + h'_n \sin n\theta) \\ \mu = b_0 + \sum_1^{\infty} (b_n \cos n\theta + b'_n \sin n\theta) - k_0 - \sum_1^{\infty} (k_n \cos n\theta + k'_n \sin n\theta) \end{cases}$$

onde si ha, in ogni punto del cerchio σ :

$$\begin{cases} \lambda = a_0 + \sum_1^{\infty} \rho^n (a_n \cos n\theta + a'_n \sin n\theta) - h_0 - \sum_1^{\infty} \rho^n (h_n \cos n\theta + h'_n \sin n\theta) \\ \mu = b_0 + \sum_1^{\infty} \rho^n (b_n \cos n\theta + b'_n \sin n\theta) - k_0 - \sum_1^{\infty} \rho^n (k_n \cos n\theta + k'_n \sin n\theta); \end{cases}$$

sostituendo nelle (20) si ha, per ogni punto di σ , il valore di ξ e di η , ed è chiaro che queste funzioni assumono, nei punti di s , precisamente i valori dati dalle (22).

Passando poi dal cerchio σ all'area σ' si hanno le funzioni ξ' , η' che risolvono il problema proposto.

Un esempio di contorni per cui la condizione (19) trovasi effettivamente soddisfatta si ha, come mostrò il Prof. Levi-Civita, ponendo $f'(z) = e^{F(z)}$ con $F(z)$ trascendente intera d'ordine apparente minore di $\frac{1}{6}$.

SULLE GENERATRICI ASINCRONE.

Nota del Dott. O. M. CORBINO.

L'espressione generale della coppia sviluppata in un motore asincrono a campo girante è data da

$$C = \frac{m \Phi_0^2 R (\omega - \omega')}{2 [R^2 + L_1^2 (\omega - \omega')^2]}$$

ove m indica il numero di spire dell'indotto, R la sua resistenza, L_1 l'autoinduzione, Φ_0 il flusso girante induttore e ω, ω' le velocità angolari rispettive del campo induttore girante e dell'indotto.

Questa formola vale finchè si suppone che il motore lavori a intensità costante nell'induttore, e che siano trascurabili le fughe magnetiche nell'interferro. — Se invece il motore lavora, come di ordinario, a tensione costante e si vuol tener conto, in regime lontano dal sincronismo, delle fughe, bisogna ricorrere alle teorie più complete di Potier e di Blondel.

Da quella formola si prendon le mosse ordinariamente per giustificare il principio così fecondo su cui il Leblanc fondò le generatrici asincrone. — Si suol dire cioè: Siccome per $\omega' > \omega$ la coppia e quindi la potenza diventano negative, il motore diverrà generatore, restituendo energia alla rete sotto forma di correnti polifasiche, con perfetto sincronismo di periodo e di fase qualunque sia ω' .

Questo ragionamento troppo superficiale è del tutto difettoso, o per lo meno incompleto.

Se infatti esso fosse esauriente, spingendo le sue conseguenze fino al caso in cui sia $\omega = 0$, si dovrebbe avere restituzione di energia all'avvolgimento induttore anche girando

un indotto chiuso in un campo costante, poichè anche in questo caso la coppia è resistente.

Invece in tali condizioni si trasformerà il lavoro meccanico impiegato in riscaldamento dell' indotto.

Si suole, in verità, aggiungere nella teoria dei motori che il rapporto del calore Q sviluppato nell' indotto alla potenza meccanica ottenuta dipende dal *glissement*:

$$\frac{Q}{P} = \frac{\omega - \omega'}{\omega'}$$

da cui, estendendo la formola al caso di $\omega' > \omega$, si potrebbe venire alla conclusione che Q è minore della potenza spesa P , la quale quindi non potrà che comunicarsi al circuito induttore; ma questa osservazione, che pure non si suol fare, lascia lo spirito incerto sul meccanismo fisico col quale la potenza spesa dalla rete nell' induttore diventa da positiva negativa quando diviene $\omega' > \omega$.

È appunto scopo di questa Nota eliminare tale incertezza.

2. Poichè l' indotto gira con velocità poco superiore al sincronismo, potremo trascurare le fughe magnetiche nell'interferro; supporremo inoltre, come avviene d' ordinario, che il motore o la generatrice lavori a potenziale costante, e quindi seguiremo l' ordine di idee del Prof. Potier. — Prendiamo il caso di un motore bipolare difasico; sia

$$X = \Phi_0 \text{ sen } \omega t$$

la componente orizzontale del flusso girante Φ_0 , dovuta a due bobine opposte percorse dalla corrente I ; sarà

$$I = K \Phi_0 \text{ sen } \omega t$$

ove K è una costante dipendente dalla riluttanza del circuito magnetico in cui si produce il flusso Φ_0 e dal numero di spire delle bobine.

Se ne deduce che l' intensità nelle bobine considerate è in concordanza di fase con X , o col flusso da essa prodotto.

Se chiamiamo invece Φ_1 il flusso risultante dalla composizione di Φ_0 col flusso proprio dell' indotto, Φ_1 sarà un flusso girante con velocità ω , ma in ritardo di un angolo θ sul flusso Φ_0 , con

$$(1) \quad \text{tang } \theta = \frac{L_1 (\omega - \omega')}{R}$$

Sia X_1 la componente orizzontale del flusso Φ_1 , ed e_1 la differenza di potenziale ai poli delle bobine dianzi considerate; avremo, trascurando in prima approssimazione le cadute di potenziale ohmiche di fronte alle forze elettromotrici di auto-induzione :

$$e_1 = K' \frac{dX_1}{dt}$$

ma è

$$X_1 = \Phi_1 \text{ sen } (\omega t - \theta)$$

quindi sarà

$$\begin{aligned} e_1 &= K' \omega \Phi_1 \cos (\omega t - \theta) \\ &= -K' \omega \Phi_1 \text{ sen } \left[\omega t - \left(\frac{\pi}{2} + \theta \right) \right] \\ &= K' \omega \Phi_1 \text{ sen } \left[\omega t - \left(\frac{3\pi}{2} + \theta \right) \right] \end{aligned}$$

ma è

$$\Phi_1 = \Phi_0 \cos \theta$$

quindi

$$(2) \quad e_1 = K' \omega \Phi_0 \cos \theta \text{ sen } \left[\omega t - \left(\frac{3\pi}{2} + \theta \right) \right]$$

cioè e_1 è in ritardo rispetto ad I dell' angolo $\frac{3\pi}{2} + \theta$.

Ora indicando con ϕ questo ritardo la potenza elettrica spesa dalla rete nelle bobine è data da

$$P = I_{\text{eff}} (e_1)_{\text{eff}} \cos \phi$$

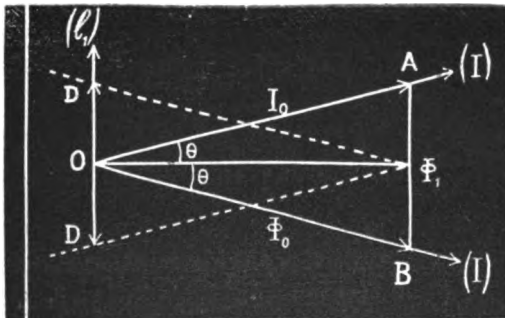
quindi

$$P = \frac{K K' \Phi_0^2 \omega \cos \theta}{2} \cos \left(\frac{3\pi}{2} + \theta \right).$$

Risulta intanto dalla (1) che quando al crescere di ω' diviene $\omega' > \omega$, $\tan \theta$ e quindi θ cambia di segno; cosicchè finchè θ è positivo, cioè $\omega' < \omega$, sarà $\cos \left(\frac{3\pi}{2} + \theta \right)$ positivo e quindi P positivo; invece quando è $\omega' > \omega$, θ diventa negativo e così pure $\cos \left(\frac{3\pi}{2} + \theta \right)$; quindi il coseno della differenza di fase tra e_1 e I cambiando di segno, diventa negativa anche la potenza elettrica spesa nelle bobine, cioè il motore diventa generatore.

Un diagramma permette di arrivare più facilmente alle stesse conclusioni.

Sia Φ_1 il flusso risultante che ruoti nel senso della freccia. È Φ_1 che resta costante in grandezza e in fase se il motore lavora a potenziale costante. Esso inoltre risulta dalla combinazione del flusso induttore anticipato OA (per θ positivo) col flusso proprio dell'indotto OD ; o del flusso induttore ritardato OB (per θ negativo, cioè $\omega' > \omega$) col flusso dell'indotto OE .



Il vettore rappresentante I deve essere parallelo a Φ_0 ¹⁾, poichè sono in fase I e X_0 , proiezione orizzontale di Φ_0 ; in-

1) Secondo i casi OA o OB .

vece e_1 è per la (3) in anticipo di $\frac{\pi}{2}$ su X_1 , cioè il vettore che lo rappresenta è sempre diretto secondo OE.

Or l'angolo EOA, ovvero EOB, il cui coseno è il fattore di potenza, è acuto per θ positivo, ottuso nel caso contrario. Si intende così come dall'uno all'altro caso il motore diventi generatore.

**RAPPRESENTAZIONE STEREOMETRICA DEI POTENZIALI NEI CIRCUITI
PERCORSI DA CORRENTI TRIFASICHE.**

Nota del Dott. O. M. CORBINO.

Siano

$$\begin{aligned} V_1 - V_2 &= \sqrt{3} E \sin \omega t \\ (1) \quad V_2 - V_3 &= \sqrt{3} E \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \\ V_3 - V_1 &= \sqrt{3} E \sin \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right) \end{aligned}$$

le differenze di potenziale trifasate esistenti tra i vertici di un ricevitore montato a triangolo.

I potenziali V_1 , V_2 , V_3 saranno determinati, com'è facile vedere, dalle relazioni

$$\begin{aligned} V_3 &= E \cos \omega t \\ (2) \quad V_1 &= E \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \\ V_2 &= E \cos \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right) \end{aligned}$$

Le (1) e le (2) si prestano a una rappresentazione geometrica semplicissima, essendo le (1) rappresentate dalle proiezioni dei lati di un triangolo equilatero ABC rotante con velocità angolare ω , mentre i valori V_1 , V_2 e V_3 sono dati dalle proiezioni dei segmenti OA, OB e OC.

Supponiamo i tre conduttori formanti il ricevitore a triangolo perfettamente indipendenti da muta induzione, e di tal

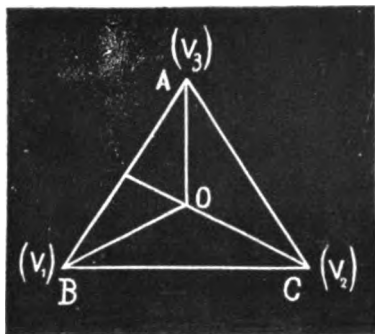


Fig. 1.

natura che a ogni istante si abbia una caduta costante di potenziale per lunghezze eguali del conduttore, come avverrebbe se questo fosse privo di induttanza e di sezione uniforme, ovvero formasse un avvolgimento completo intorno a un anello di ferro. Chiamiamo l la lunghezza totale del conduttore interposto tra A e B, e v_x il valore istantaneo del potenziale in un punto alla distanza x da A sul conduttore stesso; avremo, per l'ipotesi fatta,

$$\begin{aligned} v_3 &= v_x = (V_3 - V_1) \frac{x}{l} \\ v_x &= v_3 - (V_3 - V_1) \frac{x}{l} = V_3 \left(1 - \frac{x}{l}\right) + V_1 \frac{x}{l} \\ &= \left(1 - \frac{x}{l}\right) E \cos \omega t + \frac{x}{l} E \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \\ &= E \left[\left(1 - \frac{3x}{2l}\right) \cos \omega t + \frac{1}{2} \sqrt{3} \frac{x}{l} \sin \omega t \right]. \end{aligned}$$

Si avrà quindi che $[v_x]$ sarà una funzione sinusoidale della forma

$$[v_x] = V_x \cos (\omega t - \alpha).$$

Sviluppando con la regola di Fresnel si ha

$$V_x \sin \alpha = \frac{1}{2} \sqrt{3} E \frac{x}{l}$$

da cui

$$V_x \cos \alpha = \left(1 - \frac{3x}{2l}\right) E$$

e

$$V_x^2 = \frac{E^2}{l^2} (3x^2 - 3lx + l^2)$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{3} x}{2l - 3x}$$

Si riconosce facilmente che V_x è rappresentato in funzione di x da una iperbole. -- Il valore minimo di V_x si ottiene per differenziazione:

$$V_{x \text{ min}} = \frac{E}{2}$$

cioè è rappresentato da OD ed esso si ha nel punto medio del conduttore posto tra A e B.

Adunque nei diversi punti del conduttore AB il potenziale varia sinusoidalmente in modo che i valori massimi sono rappresentati dalle ordinate di un' iperbole, varianti da E (agli estremi) a $\frac{1}{2} E$ (nel punto medio).

Nei diversi punti però le fasi sono diverse, come risulta dal valore $\operatorname{tg} \alpha$, cosicchè si raggiungono i valori massimi del potenziale in tempi diversi, come se si propagassero onde progressive speciali di potenziale.

2. Le proprietà precedenti si possono dedurre immediatamente con una semplice rappresentazione stereometrica.

Rettifichiamo il conduttore interposto tra A e B in LM. Se si conducono dei segmenti normali nei vari punti di LM, di lunghezza proporzionale ai valori massimi corrispondenti del potenziale, e formanti col primo LP angoli eguali ai va-

lori corrispondenti di α , la curva ottenuta riunendo gli estremi di questi segmenti è tale che la sua proiezione su un piano

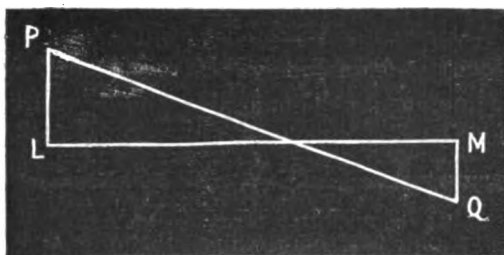


Fig. 2.

parallelo a LM, mentre lo stereogramma gira intorno a LM con velocità angolare ω , rappresenterà i potenziali istantanei nei vari punti di AB.

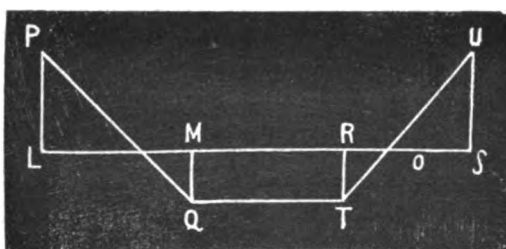


Fig. 3.

Or noi sappiamo che i segmenti estremi (in L ed M) fanno un angolo di 120° ; sappiamo inoltre che la proiezione della linea summenzionata è sempre una retta, perchè a ogni istante la caduta di potenziale è uniforme lungo il conduttore LM.

Quindi la linea stessa sarà nello spazio una retta che si appoggia sugli estremi dei segmenti LP, MQ, formanti un angolo di 120° . — Nella rotazione intorno a LM la retta PQ descrive un iperboloide di rivoluzione, la cui sezione con un piano passante per LM darà i valori massimi del potenziale nei diversi punti. — Si ritrova così l'iperbole cui si era pervenuti per via analitica.

Disponendo poi di seguito a L.M, rettificandoli, gli altri due conduttori BC, CA, si potrà avere uno stereogramma formato di

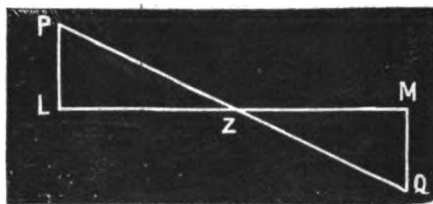


Fig. 4.

un asse e di tre rette sghembe che si appoggiano sugli estremi di quattro segmenti uguali, spostati progressivamente di 120° . Una proiezione PQTU su un piano parallelo al piano PLM è data dalla figura 3. Essa dà i valori del potenziale all'istante in cui questo è massimo in L. Si rileva che mentre è nulla in quell'istante la differenza di potenziale tra M e R, il potenziale vi è però in tutti i punti diverso da zero.

Da quanto si è detto risulta una differenza fondamentale tra uno dei tre circuiti trifasici e un circuito percorso da corrente alternata monofase.

Ed infatti se la stessa rappresentazione stereometrica si facesse per un circuito percorso da una corrente alternata monofase (fig. 3), i segmenti estremi, normali a LM, sarebbero opposti, ma nello stesso piano con LM, e la retta PQ sarebbe pure in un piano con LM. Conseguentemente la fase nei diversi punti di LM sarebbe la stessa per tutti quelli situati dalla stessa banda di Z, e in Z il potenziale sarebbe sempre nullo. Avremmo, per dir così, un'onda stazionaria di potenziale, avente in L ed M due ventri e in Z un nodo.

Invece per gli effetti dell'intensità, cioè per gli effetti termici o magnetici, niente permette di distinguere un lato di un triangolo in una distribuzione trifasica da un circuito percorso da corrente alternata monofase.

Adunque mentre in quest'ultimo si hanno onde stazionarie di potenziale, nel primo si hanno *spectali* onde progressive di fase.

UNA NUOVA POMPA A MERCURIO.

Nota del Dott. R. FEDERICO.

Il Prof. Guglielmo in una Nota ¹⁾ ha descritto una sua pompa a vuoto barometrico, la quale permette di arrivare a grandi rarefazioni difficilmente raggiunte dalle migliori pompe a caduta. Il principio su cui si fonda l'apparecchio, è quello di scacciare l'aria aspirata dal pallone in cui si fa il vuoto barometrico, non direttamente nell'aria atmosferica, — come avviene nelle altre pompe a vuoto barometrico — ma in un ambiente ove la pressione è già inferiore al millimetro. Ma tale pompa pel suo funzionamento richiede la manovra di due rubinetti, i quali — come è noto — portano seco non lievi inconvenienti.

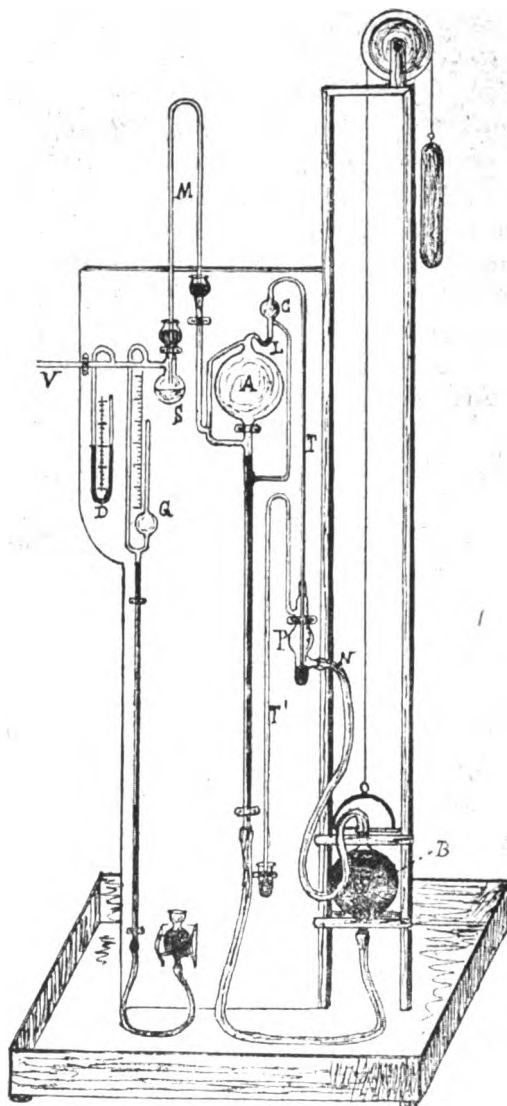
Lo scopo che mi sono proposto è stato appunto quello di costruire una pompa, che fondandosi sul principio di quella Guglielmo, fosse senza rubinetti. La soluzione del problema era delle più semplici, e l'ispezione della figura annessa basta a far comprendere come funzioni l'apparecchio.

Il pallone A in cui si fa il vuoto barometrico, è unito ad un palloncino C per mezzo di un tubicino L del diametro di circa $\frac{1}{4}$ mm. piegato ad S. B è il pallone mobile, il quale non è aperto superiormente come nelle altre pompe, ma comunica con l'ampolla P mediante un tubo di gomma. T e T' sono tubi di 1 mm. di diametro, lunghi 80 cm., le cui estremità pescano nel mercurio. Se B s'innalza sino a riempire A, l'aria qui contenuta viene scacciata in C dove era già il vuoto fin dalla manovra precedente, e poi da C in P dove c'è una discreta rarefazione, perchè B contemporaneamente si vuota di mercurio.

Se invece B occupa la posizione della figura, in A^e e in C si produce il vuoto barometrico, mentre una goccia di mer-

1) N. Cim., serie 4, t. 10, pag. 189, 1899.

curio si trattiene in L e forma una chiusura fra A e C; dell'aria viene aspirata in A dal recipiente da vuotare — il



quale si attacca in V — mentre col riempirsi di B, l'aria quivi raccolta precedentemente è scacciata per T' all'esterno,

D è un manometro, e G la provetta di Mac-Leod; in S si pone l'acido solforico, e per fare ciò appunto è movibile il tubo ricurvo M che unisce A con il recipiente, da vuotare. Noto che, a differenza delle altre pompe senza rubinetti, tale tubo è lungo solo una ventina di centimetri, poichè quando il mercurio arriva in C l'aria qui contenuta si riduce solo a qualche millimetro di pressione, ed è quindi solo di qualche centimetro il dislivello del mercurio in C e nel tubo M. Finalmente, mai del mercurio può uscire all'esterno, poichè in T' di esso non ne arriva mai, mentre quello che scende da T ritorna nel pallone B per via del tubo laterale N.

La pompa funziona egregiamente; si arriva a pressioni inferiori a $\frac{1}{1000}$ di millimetro, e — come nella pompa Guglielmo — si può ottonere senza fatica una rarefazione tale che la scarica preferisce passare all'esterno in un tubo ad elettrodi.

Gabinetto di Fisica del R. Istituto Tecnico
Trapani, Febbraio 1901.

SULLE CORRENTI FOTOELETTRICHE,

di M. ALLEGRETTI ¹⁾.

(Sunto di una Memoria pubblicata negli Atti R. Istituto Veneto, S. 8, T. 3.).

Se si immergono due lamine metalliche in un elettrolito e sopra una di esse si fa cadere la luce mantenendo l'altra nell'oscurità, si manifesta tra le due lamine una differenza di potenziale. Tale effetto fu posto in rilievo la prima volta da Becquerel ²⁾ il quale lo attribuì o ad una ossidazione dei corpuscoli di materie organiche rimasti aderenti alle lamine, o all'azione della luce sopra ossidi metallici formatisi sulle lamine stesse.

Le esperienze posteriori si possono dividere in esperienze eseguite con attinometri propriamente detti ed esperienze eseguite con vere e proprie pile.

1) Lavoro eseguito nell'Istituto di Fisica della R. Università di Pisa, diretto dal Prof. A. Battelli.

2) *La Lumière*, Vol. II, p. 121, 1868.

Tra le prime sono quelle del Pacinotti ¹⁾, di Hankel ²⁾, di Gouy e Rigollot ³⁾, di Mercadier e Chaperon ⁴⁾, di Rigollot ⁵⁾, e di Schmidt ⁶⁾.

Le esperienze dei primi due furono fatte con lamine metalliche semplici, le altre invece con lamine ricoperte di un sale del metallo della lamina stessa.

Delle esperienze eseguite su vere e proprie pile si possono citare quelle di Hankel ⁷⁾, di Pellat ⁸⁾ e di Laur ⁹⁾.

Le ricerche fatte hanno condotto semplicemente a constatare l'esistenza di una f. e. m. causata dalla luce; ma, sebbene si conoscano le azioni qualitative della luce bianca su diversi attinometri, anzi per taluni di essi si conosca perfino l'azione dei vari colori dello spettro, tuttavia non si è trovata alcuna legge, neppure approssimata, che regoli il fenomeno.

Io mi proposi di studiare come vari l'azione della luce col variare la intensità della radiazione.

Il metodo da me seguito consisteva nel far cadere sopra una delle lastroline preparate la luce da una sorgente determinata e scorrevole lungo un regolo ad una estremità del quale era posto l'attinometro.

Esso veniva costruito nel modo seguente:

Dal metallo da studiarsi erano tagliate due striscioline il più possibile uguali, portanti saldati ad una delle estremità due fili grossi e ben ricoperti: queste lamine, fissate con glu marino sulle due facce opposte di una targhetta di ebanite, venivano immerse nella vaschetta elettrolitica (fig. 1).

L'attinometro poi veniva rinchiuso in una scatola nera tanto all'interno quanto all'esterno, e munita nella sua faccia anteriore di una finestra chiusa da una cateratta che si poteva manovrare mediante un lungo filo.

1) N. Cim., T. 18, p. 373, 1863.

2) Wied. Ann., T. 1, p. 402, 1877.

3) Comp. Rend., T. 106, p. 1470, 1888.

4) Comp. Rend., T. 106, p. 1595, 1888.

5) Recher. exper. sur quelques actin. Electrochimiques, Paris, 1897.

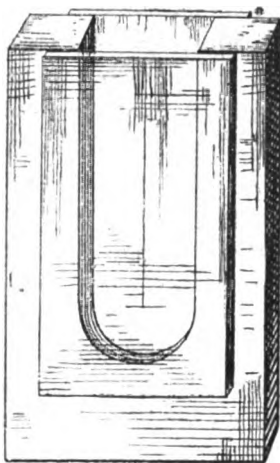
6) Wied. Ann., Vol. 67, p. 563, 1899.

7) L. c.

8) Comp. Rend., T. 89, p. 227, 1879.

9) Comp. Rend., T. 93, p. 851, 1881.

I metalli con cui costruì gli attinometri studiati furono rame e argento, il liquido conduttore fu una soluzione al 5% di ioduro sodico. Come sorgenti luminose adoperai delle lampade elettriche alimentate da una corrente mantenuta costante.



Per fare l'esperienze portavo la sorgente luminosa alla minor distanza possibile dall'attinometro, e, osservando un galvanometro Du Boys-Rubens su cui esso era chiuso, alzavo la cateratta della custodia: fatta la lettura abbassavo la cateratta, portavo la lampada a distanza maggiore e operavo nuovamente nel modo suddetto.

Per costruire le curve degli attinometri presi come ordinate le intensità delle correnti sviluppate della luce, come ascisse le intensità luminose.

Ora dirò separatamente per ciascuno dei metalli i risultati ottenuti.

Rame solfurato.

Le lamine di rame fissate all'ebanite venivano rese di superficie uniforme quanto più fosse possibile, quindi dopo averle lavate abbondantemente a più riprese venivano immerse in una soluzione di solfuro potassico di media concentrazione.

L'immersione di un minuto bastava a ricoprirle di uno strato uniforme di solfuro di aspetto nero opaco e sensibile alla luce.

Le lastre venivano di nuovo lavate e fatte asciugare: di poi si stendeva sopra l'ebanite e il glu marino un leggero strato di paraffina per mantenere assolutamente inalterato l'elettrolito.

La sensibilità di questo tipo di attinometro per una data intensità luminosa non è sempre la stessa; ma varia col tempo: dapprima va lentamente aumentando fino a raggiungere un valore massimo: si mantiene per alcun tempo costante in questo valore, quindi diminuisce fino ad annullarsi. Delle numerose curve ottenute ne riporto una sola (fig. 1 sup. della Tav. II); benchè diverse nei valori assoluti e nella loro rispettiva inclinazione sull'asse delle intensità luminose esse hanno tutte la medesima forma. Dalla curva si vede come la f. e. m. sviluppata dalla luce sia presso a poco inversamente proporzionale al quadrato della distanza della sorgente luminosa dall'attinometro. La lamina rischiarata è negativa rapporto all'altra.

Le lamine solfurate bene asciutte, dopo essere state lavate con acqua distillata, possono esser conservate lungamente all'aria senza alcuna precauzione.

Rame iodurato.

Per iodurare le lamine di rame mediante l'immersione in una soluzione alcoolica d'iodio e per evitare l'inconveniente che il glu marino fosse sciolto dall'alcool, ricorsi alla costruzione di apposite targhette di caoutchouc vulcanizzato nelle quali rimanevano incastrate le lamine.

Esse dopo l'immersione presentavano una superficie cristallina bianco giallastra, che esposta alla luce anche diffusa anneriva con una certa rapidità. Anche con questi attinometri la f. e. m. dovuta all'azione della luce varia col tempo: dapprima cresce, in seguito rimane costante per poi annullarsi.

Delle molte curve ne riporto una sola essendo tutte della medesima forma (fig. 2 sup. della Tavola). Da essa si vede come la f. e. m. destata dalla luce sia quasi inversamente

proporzionale al quadrato della distanza della sorgente luminosa dall'attinometro.

Passato qualche tempo durante il quale le lastre sieno state lasciate immerse nell'elettrolito, la legge di proporzionalità viene seguita con minore approssimazione, come si vede dalla fig. 3 sup. della Tavola; allora la f. e. m., per intensità luminose abbastanza grandi, cresce più rapidamente di quello che comporti tale legge.

La lamina rischiarata è positiva rapporto all'altra.

Argento solfurato.

Dalla lastra di argento dello spessore di $\frac{1}{10}$ di millimetro ritagliavo due striscioline uguali, che, fissate col solito mezzo del glu marino all'ebanite, ricoprivo di solfuro esponendole all'idrogeno solforato gassoso. Le lastre così preparate presentavano un colore nero bluastrò e si conservavano lungamente inalterate.

Anche per questo attinometro la f. e. m. sviluppata cambia col tempo: quindi le curve ottenute differiscono fra loro solo per i valori assoluti delle ordinate rimanendo simili per la loro forma.

Dalla curva riportata (fig. 1 inf. della Tavola) si vede come l'attinometro d'argento solfurato si comporti assai diversamente dagli altri col variare dell'intensità luminosa. Infatti per intensità luminose assai piccole si può dire che la f. e. m. sviluppata sia inversamente proporzionale al quadrato della distanza della sorgente luminosa; per intensità luminose grandi essa cresce molto meno rapidamente dell'intensità luminosa.

La curva ottenuta somiglia a un ramo di parabola. La lamina rischiarata è negativa rapporto all'altra.

Argento iodurato.

Per iodurare le lastre di argento non potei servirmi del metodo usato per quelle di rame perchè l'argento veniva attaccato dallo zolfo contenuto nel caoutchouc.

Quindi le esposi direttamente, (dopo averle ben deterse) ai vapori d'iodio.

Le lastre così preparate presentano il solito aspetto giallastro e diventano impressionabilissime alla luce, sotto l'azione della quale vengono rapidamente annerite.

Anche di questi attinometri ottenni un gran numero di curve tutte simili alla fig. 2 inf. della Tavola. La f. e. m. sviluppata, è, salvo lievi differenze, inversamente proporzionale al quadrato della distanza della sorgente luminosa dall'attinometro.

Per la coppia argento iodurato - argento iodurato costruii anche alcune curve in tempi diversi mantenendo fissa la distanza della sorgente luminosa e variando l'intensità della sorgente medesima.

Le diverse intensità successive venivano volta per volta misurate col fotometro Weber. Secondo il solito sull'asse delle ascisse sono riportate le intensità luminose, sull'asse delle ordinate l'intensità della corrente prodotta dalla luce.

Le curve ottenute poco tempo dopo la preparazione dell'attinometro si avvicinano alla linea retta (fig. 3 inf. della Tavola) e per la forma sono paragonabili tra loro; mentre non lo sono più nè si avvicinano alla linea retta passato qualche tempo durante il quale le lastre sieno rimaste immerse nell'elettrolito. La f. e. m. sviluppata è quindi dapprima sensibilmente proporzionale all'intensità luminosa; dipoi varia molto irregolarmente non seguendo più tale legge.

La lamina rischiarata è sempre positiva rapporto all'altra.

Alcuni apparecchi attinometrici furono da me costruiti anche semplicemente con metalli puri; su di essi la luce non esercita alcuna azione.

Da quanto è stato esposto mi sembra di poter trarre le conclusioni seguenti:

1° La f. e. m. dovuta all'azione della luce su superficie metalliche chimicamente alterate e immerse in un elettrolito si mantiene, per una data intensità luminosa dapprima assai costante però per un tempo di cui non si può precisare la durata perchè variabile da attinometro ad attinometro. Diviene poscia variabile e si estingue finalmente del tutto. Due attinometri che sieno costruiti con gl'identici elementi e ap-

parentemente nelle identiche condizioni, non presentano la medesima sensibilità.

2° Nel primo periodo in cui la sensibilità dell'apparecchio si mantiene costante, la f. e. m. dovuta all'azione della luce su lastre di rame solforato e iodurato e di argento iodurato è inversamente proporzionale al quadrato della distanza della sorgente luminosa dall'attinometro. Passato qualche tempo questa legge di proporzionalità non viene più seguita esattamente.

3° Le lamine di argento solforato si discostano assai pel loro comportamento dalla legge suddetta. Per esse la f. e. m. in funzione dell'intensità luminosa si può rappresentare con un ramo di parabola.

4° Sotto l'azione della luce non varia (o varia in grado insensibile) il potere elettromotore delle superficie metalliche pure.

RICERCHE STRUMENTALI IN SISMOMETRIA CON APPARATI NON PENDOLARI,

del Dott. EMILIO ODDONE ¹⁾.

Chi negli ultimi anni ha seguito i metodi di registrazione dei fenomeni sismici avrà riconosciuto un grande progresso, ma se ha guardato più rigorosamente ai moderni diagrammi, avrà dovuto constatare che la parte di essi più estetica, più regolare, più appariscente è spesse volte ancora costituita da curve, che solo ben indirettamente hanno a vedere col moto del suolo.

E poichè notoriamente il torto viene dall'apparato pendolare, verticale od orizzontale che sia, è naturale di chiederci se non sarà possibile veder liberati i sismogrammi da ogni fronda inutile ed una buona volta sperare da essi niente più dei movimenti fedeli, che un dato tratto di suolo presenta all'ora del fenomeno sismico.

1) *Largo suntuo dell'A.* — Dal Boll. della Soc. Sism. Ital., Vol. 6, 1901.

L'A. ha voluto tentare un passo verso la soppressione in sismometria di quanti sistemi pendolari in genere possono alterare coll'oscillazione propria la registrazione genuina dei fenomeni sismici, ed all'uopo presenta due apparecchi non pendolari, inteso l'uno allo studio del *moto relativo*, l'altro a quello del *moto assoluto*.

L'apparato di ingrandimento, che è comune ai due, costituisce una novità in sismologia e ne daremo subito il principio e la descrizione:

Nei terremoti la natura spiega forze così rilevanti, che appariva invero strana la delicatezza che si soleva dare a certi sismografi quasi fossero apparecchi misuratori della forza di qualche dina. Secondo l'A. le leve a cui finora si ricorreva, non sono le più atte alla necessaria amplificazione dei moti sismici. L'apparato che meglio si presta alla trasformazione che si compie di una frazione del lavoro sismico, dato in natura dal prodotto di una forza rilevante per un piccolo spazio, in un lavoro eguale, reso dal prodotto di una piccola forza lungo un grande cammino è il torchio idraulico e l'apparato di ingrandimento dei due nuovi strumenti non è che un torchio idraulico modificato. Trattasi di una cassetta in ghisa, poco profonda, più lunga e larga possibile, costituita da cinque pareti estremamente robuste e la sesta dessa pure assai rigida, collegata alle altre mediante una sottile lista di acciaio stretta alla ghisa da un'intelaiatura di ferro ed uno spessore di cuoio (fig. 1). Questa parete, sotto una spinta laterale, può così subire dei leggieri spostamenti verso l'interno della cassa o verso il di fuori che si voglia; in breve può fare essa stessa da stantuffo rispetto la scatola, pur mantenendo la necessaria tenuta. Un liquido, acqua, acqua e sale, acqua e glicerina, riempie la cassetta e sporge in un tubetto aperto che esce verticale dalla cassetta. Spostando la parete mobile, il menisco vivacemente muove nel tubetto e lo spostamento suo, dà lo spostamento della parete mobile ingrandito in ragione del rapporto tra la superficie della parete mobile e la sezione del tubetto. Le escursioni del menisco si registrano mediante un embolo scorrevole a dolce sfregamento

nel tubetto, oppure un galleggiante, oppure un manometro Bourdon od uno Richard pieni del liquido stesso.

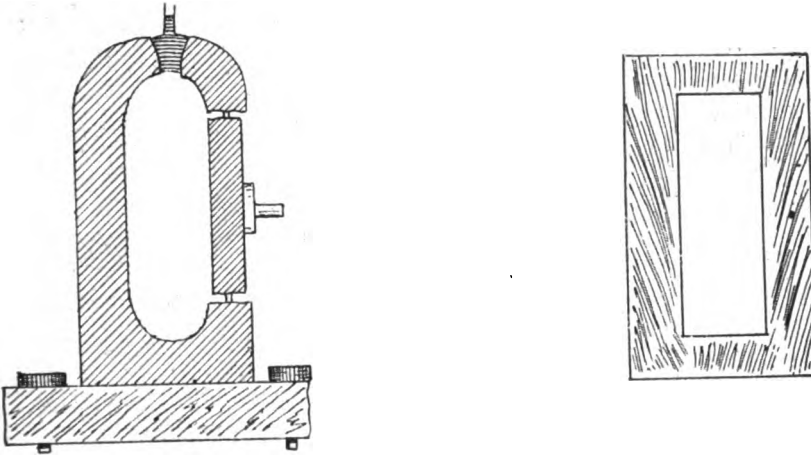


Fig. 1.

Nell' *apparecchio pel moto relativo* (fig. 2) si deve immaginare la cassetta murata ad un pilastrino, la parete mobile, verticale e ad essa parete avvitata un'asta rigida orizzontale che la collega mediante morsetta ad un secondo pilastrino distante

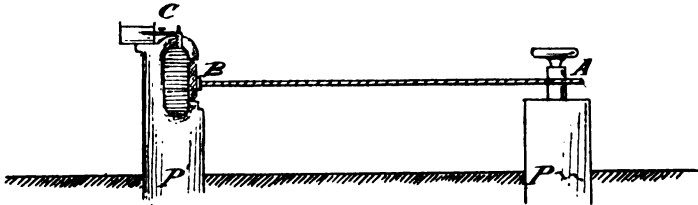


Fig. 2.

tre metri dal primo. L'asta era un robusto ferro a T da 4 cm. lungo 3 m. avente un'estremità foggia a vite e l'altra tirata quadra per poterla serrare nella morsetta. L'impianto fu iniziato in una stanza a pian terreno dell'Osservatorio geofisico di Pavia. La cassetta era murata su d'un pilastro centrale alla stanza, mentre la morsetta era provvisoriamente affidata ad un muro maestro.

Appena l'apparecchio fu impiantato, il suo funzionamento destava stupore. Quando colla mano si spingeva il muro, oppure il pilastro, pur profondamente murato al suolo, tosto il liquido nel tubetto accusava lo spostamento. Supponendo di applicare la forza normale al muro che porta la morsetta, quando si tira il muro verso la cassetta, il liquido sale nel tubetto, si cessa, il menisco torna alla divisione di partenza, si spinge il muro come per allontanarlo dalla cassetta ed il liquido scende; si scuote il muro ed il menisco oscilla; si cessa di scuotere ed il menisco pressochè immediatamente è al riposo. Cose analoghe avvengono toccando al pilastro. Le esperienze furono svariate, ma le indicazioni si mantennero sempre fedeli. L'acqua quasi non assume oscillazioni proprie, ed in complesso mi pare possasi concludere che l'escursione del menisco non rappresenta che realmente e solo il moto relativo delle parti murate, ingrandito parecchie migliaia di volte.

Descritto l'apparato torna acconcio dire che una buona determinazione di moto relativo, in date condizioni, ha non meno importanza di quelle di moto assoluto. Quel che occasiona maggior distruzione nei macrosismi è il moto relativo. Le raccolte sismologiche sono fitte di esempi dei danni occasionati dai moti relativi. A moti relativi sono dovuti nei terremoti: gli scricchiolii dei pavimenti, assiti, imposte e finestre, gli scrostamenti dei calcinacci e gli altri effetti più severi, quale l'uscita dei travetti dai loro incastri, l'apertura delle lesioni, i contorcimenti delle guide ferroviarie, i danni alle costruzioni su terreni soffici e peggio sulla zona di due terreni di compattezza diversa ecc.

L'apparecchio sudescritto la cui sensibilità è tale che indica il passaggio dei rotabili, l'urto del vento, il moto quotidiano, il passaggio d'un tram a 200 m. almeno, quello d'un treno a circa 1 km. e sente le inclinazioni del suolo per frazioni di secondo, non poteva non rimanere influenzato dai moti sismici. Ebbe infatti il battesimo di una registrazione addì 4 Marzo 1900 ore 17^h 55^m, in occasione di un terremoto capitato discretamente lontano, a Venezia, Verona, Treviso e Belluno e registrato colla solita nitidezza dal grande sismometrografo,

tipo Agamennone. Le principali fasi coincidono perfettamente nei due diagrammi, ma la registrazione è diversa e prova un'estrema esiguità nei moti sismici e quindi come negli apparati pendolari il pendolo mette del proprio.

L'A. crede che dalle caratteristiche del moto relativo si possa passare teoricamente a quelle del moto assoluto, e lo dimostra nel caso della propagazione longitudinale. A parte qualche riserva, applicando il breve calcolo alla registrazione del 4 Marzo arriva alla conclusione che l'ampiezza del moto assoluto del suolo a Pavia in quella circostanza non superò il millesimo di mm.

Nell'altro apparecchio, quello pel moto assoluto è pure soppressa ogni sospensione pendolare, ma è mantenuta la massa stazionaria, della quale sono naturalmente riconosciuti i pregi.

Entrando nel campo pratico, l'A. fa vedere come per ricavare, ad es., l'ampiezza assoluta della componente verticale sismica, basti disporre la cassetta manometrica colla parete mobile orizzontale volta in alto e sopra la massa stazionaria costituita da un semplice peso (fig. 3). Qualunque moto

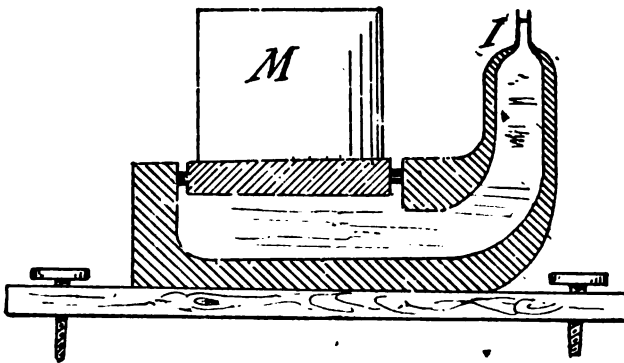


Fig. 3.

verticale rapido del suolo sarà accusato nel tubetto della cassetta e naturalmente l'indice salirà per un impulso del suolo verso l'alto e discenderà per un improvviso abbassamento del suolo stesso. Ove si volesse studiare una componente orizzontale del moto sismico, basterà girare la cassetta, così che la

parete mobile risulti verticale e raccordata colla massa, la quale potrà posare semplicemente a lato su base presentante il meno attrito possibile.

La sensibilità, in ogni caso, può accrescersi a piacimento, aumentando la superficie della parete mobile, che per quanto grande si faccia, si sposterà sempre dinnanzi alla quasi illimitata forza sismica.

Gli apparati, così come furono descritti, lasciano però ragionevolmente il dubbio che le loro indicazioni siano estremamente rese incerte per via delle variazioni di temperatura, specie quelle dell'asta nell'apparecchio primo. Ora ciò non è il caso. Prendendo le solite precauzioni operando in camere a temperatura costante, ponendo ripari alle aperture ed un doppio rivestimento di lana alla sbarra, costruendo l'asta con una di quelle leghe di ferro e nichel che hanno piccolissimo il loro coefficiente di dilatazione termica, il livello del menisco, se non rimarrà fisso, procederà almeno così adagio e regolare da escludere il pericolo di confondere quest'andamento con quello d'un diagramma sismico. Del resto il livello può tenersi costante ricorrendo all'artifizio non nuovo di mettere la cassetta in comunicazione, mediante forellino o tubo capillare, con un secondo recipiente a larga superficie. Attraverso il foro od il capillare, il liquido fa a tempo a ristabilire nel tubetto, il livello che le variazioni di temperatura turbano, ma avvenendo dei colpi, sul genere delle scosse sismiche, il capillare non fa a tempo a funzionare ed è come se la cassetta fosse tutta chiusa, salvo il tubetto. Anche assai indicati sarebbero gli impianti diretti nel sottosuolo, dal quale sporgerebbero solo il registratore e gli accessori.

L'A., da ultimo, fa rilevare che la cassetta manometrica da sola sente assai bene le onde atmosferiche di esplosione, cosicchè potrebbe costituire un *indicatore statoscopico* che non fallirebbe la registrazione, come la falliscono i barografi, in occasione del passaggio delle onde esplosive di vulcani, di uragani, di scoppi ecc. Dice che nessuno, tra i numerosissimi apparati che conta la sismologia antica e moderna ricorda gli strumenti descritti nella nota e termina coll' accennare ad al-

cuni inconvenienti e manchi negli strumenti stessi, cui non ha creduto soffermarsi a rimediare, prima di udire dai competenti un parere sulla questione di principio.

FORZA-ELETTRO-MOTRICE FRA I METALLI NEI SALI FUSI.

Nota del Dott. VINCENZO BUSCEMI ¹⁾.

I primi ad occuparsi della f. e. m. fra il platino ed altri metalli nei sali fusi furono l' Andrews nel 1837 ²⁾ e l' Hankel nel 1858 ³⁾: qualche osservazione su tale soggetto venne fatta anche dal Gore nel 1864 ⁴⁾. In seguito Gladstone e Tribe ⁵⁾ trovarono che una striscia d' argento immersa nell' AgI fuso o nel AgCl dava origine ad un deposito di cristalli d' argento. E di questo stesso fenomeno si occupò quasi contemporaneamente il Bouty ⁶⁾.

Nel 1890 H. Becquerel, in una nota storica sulle pile ad elettroliti fusi ⁷⁾, accenna che il suo avolo A. C. Becquerel aveva già constatato il fatto.

J. Brown ⁸⁾ ha studiato la f. e. m. di un gran numero di pile ad elettroliti fusi: esse sono formate: una prima serie per la combinazione di rame, zinco, piombo, cadmio; una seconda serie sono state fatte con mescolanze di potassio e di cloruri dei metalli seguenti: magnesio, alluminio, zinco, cadmio, piombo, ferro, stagno, rame, argento. Però il Brown di questi elementi ha studiato la f. e. m. ad una temperatura media, senza precisare quale valore prenda la f. e. m. alle diverse temperature.

1) Riassunto dell' A. dagli Atti dell'Accademia Gioenia di Scienze Naturali in Catania. Vol. 12, serie 4.

2) Phil. Mag., (8), 10, p. 438, 1837.

3) Poggendorff's Annalen, Bd. 103, p. 612, 1858.

4) Phil. Mag., (4), 27, 1864.

5) Phil. Mag., (5), 11, p. 508, 1881.

6) Journ. de Phys., t. 10, p. 410, 1881.

7) Comptes rendus, t. 110, p. 444, 1890.

8) Proceedings of the Royal Society, Vol. 411, p. 75, 1892.

Thomas Andrews pubblicò una memoria ¹⁾ nella quale si occupa della f. e. m. e delle reazioni che avvengono fra i sali fusi: carbonato di potassio, nitrato di potassio, cloruro di potassio, bisolfato di potassio e cloruro di sodio, agenti in vari modi sopra il platino, il rame, il ferro e lo zinco. Però in questo suo metodo di operare vi è un inconveniente, cioè che nelle pile a due cilindri, questi vengono in contatto immediato ed avviene necessariamente una mescolanza fra i due sali, mescolanza che dev'essere evitata.

Un altro inconveniente comune in tutti i metodi usati dai precedenti fisici è la non uniformità della temperatura in tutta la massa in fusione.

Gli studii più accurati sullo stesso soggetto sono stati fatti dal Poincaré ²⁾. Questi ha studiato diligentemente a temperature determinate (fino a 350° circa) pochissimi elementi. L'apparecchio termo-elettrico era formato con piccoli tubi di terra porosa, pieni dell'elettrolito fuso ed immersi in un bagno dello stesso sale. Il sistema così formato veniva riscaldato da una capsula contenente da un canto un liquido, dall'altro sabbia: in tal modo potevano provocarsi fra i due tubi delle differenze di temperatura poco superiore ai 50°.

Credendo non privo d'interesse uno studio particolareggiato di alcuni elementi con sali fusi, ho fatto costruire due *tubi riscaldanti* mediante la corrente elettrica. Ciascuno di essi è costituito da un tubo interno di ottone, ricoperto da un sottile strato di amianto, sul quale è avvolta una spirulina di ferro; indi nuovamente uno strato molto più spesso d'amianto che alla sua volta viene ricoperto da un secondo tubo d'ottone, con la superficie esterna speculare a fine di render minima la dispersione del calore. I corpi da fondere venivano introdotti in un tubo ad U di cristallo di Boemia e, a seconda delle esperienze, mediante uno o entrambi i detti tubi riscaldanti, in unione ad una spirulina ausiliare che riscaldava la curvatura del tubo di cristallo, potevo riscaldare uno dei rami

1) Thermo-electric-reactions and currents, 1896.

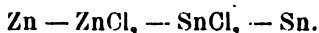
2) Journ. de Phys., (2), 9, p. 545, 1890.

di quest' ultimo o entrambi, ad una medesima temperatura o a differenti temperature, secondochè mandavo correnti della medesima intensità o d' intensità diverse attraverso le spiriline. Mi servivo a tal uopo della corrente di 25 accumulatori, introducendo nel circuito due quadri di resistenza per poterne regolare a piacere l' intensità, la quale mi veniva indicata da due amperometri.

Era necessario però eseguire dei calcoli preliminari per adattare una spiralina di ferro che potesse fornire approssimativamente (mercè la corrente) un riscaldamento tale da fondere ed elevare alla temperatura di circa 350° i corpi da sperimentare. Era necessario quindi calcolare la quantità di calore che veniva dispersa verso l' ambiente.

Per misurare la f. e. m. mi son servito di un sensibilissimo galvanometro a riflessione, facendo le letture col metodo di Poggendorff.

Ho misurato la f. e. m. della pila



I risultati ottenuti dalle medie di più esperienze fatte su tre pile formate identicamente, ci dicono che la f. e. m. di una tale pila è indipendente dalla temperatura. E se qualche piccola differenza esiste fra due misure, essa deve probabilmente attribuirsi agli inevitabili errori sperimentali.

Ad ogni misura ho interrotto la corrente riscaldante, per impedire un po' il movimento dei liquidi.

Ho potuto misurare la f. e. m. di questa pila con esattezza tra 250° e 330° , avendo per valori della f. e. m. da 0^{vol}l,355 a 0^{vol}l,360. Tra 250° e 240° avveniva un aumento forte di resistenza dovuta alla solidificazione dei due cloruri che rendeva poco precise le misure.

Sembra però fuor di dubbio che la pila solidificata (fra 240° e 250°) abbia a un dipresso la medesima f. e. m. che allo stato liquido.

Questa pila si mantiene abbastanza costante per parecchio tempo; difatti ne ho misurato la f. e. m. dopo parecchi giorni,

ed ho trovato ancora i medesimi valori. Senonchè, col tempo i cloruri che sono avidissimi di umidità si alterano.

Se tutto il calore sviluppato dalle reazioni chimiche che si effettuano in seno di una pila, venisse adoperato a produrre la corrente, la f. e. m. E della pila si dedurrebbe facilmente, considerando il calore chimico equivalente al calore voltaico, da una nota formola

$$E = \frac{Q}{10000} 0,432 = \frac{8400}{10000} 0,432 = 0,001,362.$$

Onde si vede che il numero calcolato è poco differente dal numero osservato e che la f. e. m. rimane costante per molto tempo, e quindi possiamo dire che questa pila soddisfa alla legge di Kopp e Woestyn, come bene ha dimostrato Lippman ¹⁾ per le pile nelle quali il calore voltaico è uguale al calore chimico.

D'altra parte le formole date dall' Helmholtz ²⁾ nell' introduzione della sua prima memoria sulla termodinamica dei fenomeni chimici, conducono alle seguenti conclusioni:

« Allorchè in una pila, il calore chimico è superiore al calore voltaico, la f. e. m. della pila decresce col crescere della temperatura. Al contrario, allorchè il calore chimico è inferiore al calore voltaico cresce col crescere della temperatura. Se il calore chimico è uguale al calore voltaico la f. e. m. è indipendente dalla temperatura ».

I principi di Lippman ed Helmholtz concordano soltanto nei casi in cui la pila è reversibile: poichè bisogna fare misure sopra elementi assolutamente impolarizzabili e possedenti ad una data temperatura una f. e. m. ben determinata. Per ottenere tali elementi è necessario prendere due metalli e due sali di questi metalli avendo il medesimo acido, come è necessario inoltre che i quattro corpi debbano esistere alla medesima temperatura.

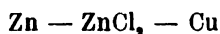
1) Lippman, De l'action de la chaleur sur les piles et la loi di Kopp et Woestyn.

2) P. Duhem, Potentiel thermo-dynamique.

La pila precedente soddisfa alle sopradette condizioni: poichè è costante per un tempo abbastanza lungo senza che la sua f. e. m. varii sensibilmente. Se si prende al contrario un elemento di pila, ove uno degli elettroliti cambia di stato in seguito al passaggio della corrente, E non potrà rimanere indipendente dalla temperatura. Così per l'elemento



fra 265° e 315° la sua f. e. m. varia da $0^{\text{volt}},627$ a $0^{\text{volt}},740$ circa, cioè la f. e. m. aumenta coll'aumentare della temperatura; invece per la pila



fra 250° e 330° la f. e. m. diminuisce da $0,483$ a $0,404$ circa.

Questa pila solidificata ha una f. e. m. di molto superiore a quella della pila in fusione, e che ad alta temperatura tende verso zero.

Finalmente ho misurato la f. e. m. che si sviluppa fra due elettrodi del medesimo metallo, ma a temperature differenti, immersi in un sale di questo metallo. Mi sono servito di due lastre di zinco immerse nel suo cloruro. A tal uopo ho usato il solo tubo ad U, i di cui rami venivano riscaldati separatamente da due spiruline; così potevo ottenere delle differenze di temperature fra i due rami a mio piacere, poichè, mercè quadri di resistenza, potevo mandare attraverso le spiruline, separatamente, l'intensità di corrente che mi abbisognava.

Le temperature venivano prese da due termometri graduati fino a 350° . Ho trovato che per una differenza θ° di temperatura fra i due rami del tubo il valore della f. e. m. termoelettrica E è dato dalla formola

$$E = 0^{\text{volt}},000151 \cdot \theta^\circ.$$

Mentre che il Poincaré ha trovato

$$E = 0,00013 \cdot \theta^\circ.$$

Epperò i due risultati si approssimano e sono soddisfacenti considerando che per quanto si fissino bene gli elettrodi dentro l'elettrolito, pure l'ebollizione di quest'ultimo produce dei movimenti attorno ad essi, e perciò s'introducono delle correnti, dovute a questi movimenti del liquido.

Quando il cloruro di zinco viene a solidificarsi in uno dei rami del tubo, sembra che non vi sia cambiamento di forza-termo-elettrica; pare cioè che quest'ultima non presenti discontinuità, quando il sale passa dallo stato liquido allo stato solido, e viceversa.

INTORNO AD UNA NOTA DEL SIG. PROF. ERNST DORN, DAL TITOLO:
 "DI UNA POSSIBILE SPIEGAZIONE DELLE CARICHE ELETTRICHE
 OSSERVATE DAL SIG. PROF. EMILIO VILLARI SVOLTE DALL'ARIA RÖNTGENIZZATA ..."

Risposta del Prof. EMILIO VILLARI.

Nello scorso anno pubblicai nei *Rendiconti dell'Accademia di Scienze fisiche e matematiche di Napoli* una breve Nota ¹⁾ che fu stampata per esteso nei *Rendiconti dell'Accad. dei Lincei* ²⁾ ed in estratto nel *Physikalische Zeitschrift*, n. 16, 1901 e nel *Nuovo Cimento*, ser. 4., t. 12, pag. 91, 1900. In essa io dicevo che l'aria ixata, a seconda che striscia fortemente o lievemente sulle superficie metalliche la carica energeticamente in (+) od in (—), e l'aria acquista una lievissima carica omologa alle superficie stesse. Per spiegare questo fatto aggiungevo, facendo le più ampie riserve, che le cariche contrarie alle superficie metalliche, le quali avrebbero dovuto riscontrarsi nell'aria ixata non si osservavano, forse perchè erano consumate o spese per ridurre l'aria ixata stessa in aria ordinaria: e feci una tale supposizione, in quanto che avevo dimostrato in un altro lavoro, che realmente l'aria ixata può ridursi in aria ordinaria a spesa dell'elettricità.

1) Rend. ecc., fasc. 1 e 2, 1900.

2) Rend. ecc., 1° e 2° sem., 1900.

Il Prof. Dorn di Halle prende in esame i risultati delle mie ricerche, ed in una breve Nota pubblicata nel *Physikalische Zeitschrift* ¹⁾ propone una differente interpretazione. Egli parte dalle recenti ricerche del fisico inglese Zeleny, il quale dice in un suo lavoro, che nei gas ionizzati dagli X ed esaminati da lui ha trovato che le particelle o gli ioni negativi si muovono più rapidamente dei positivi, e perciò debbono avere minore massa di questi ultimi. Nell'acido carbonico umido invece si verificherebbe il contrario: e cioè, i suoi ioni negativi sarebbero più torpidi e di maggiore massa di quelli positivi. E su queste differenze di masse dei diversi ioni, il Prof. Dorn basandosi, fonda la sua nuova interpretazione, la quale è qui difficile di riassumere.

Egli mi manda la sua Nota accompagnandola con una cortese lettera, nella quale mi scrive così: « Forse vi degnereste sottoporre la cosa (la interpretazione) alla vostra considerazione; e possibilmente eseguirete delle ricerche che confermeranno o confuteranno la mia spiegazione. Pei risultati dello Zeleny, ammessi come esatti, dovrebbe l'acido carbonico umido, per es. produrre delle cariche contrarie a quelle degli altri gas giacchè nell'acido carbonico umido gli ioni negativi hanno maggiore massa dei positivi ».

Io, coi modesti mezzi dei quali dispongo, ho ben volentieri riprese le mie precedenti ricerche, per confrontare il modo di comportarsi dell'aria e dell'acido carbonico umido. Ho fatto agire l'acido muriatico del commercio sul marmo pesto ed ho preparato l'acido carbonico, e ne ho riempito dei sacchi di gomma di una cinquantina di litri. Ho spinto con forte pressione il gas attivato dagli X ²⁾ per un tubo di zinco ($30 \times 2,7$ cm.) bene isolato contenente un cartoccio di foglia di ferro ($20 \times 2,7$ cm.) riuniti all'elettrometro, e questo deviò, nel passaggio dell'acido carbonico ixato, per carica negativa dai — 120 ai — 170 mm. Ripetendo le identiche misure con l'aria umida l'elettrometro deviò, del pari per carica negativa, ma

1) 2 Jahrgang, n. 16, p. 238, 1900.

2) Per più particolari indicazioni vedi la mia Nota pubblicata nel Rend. dei Lincei, già citata.

da -240 a -325 mm. In questo caso le cariche prodotte dallo strofinio dell'acido carbonico e dell'aria, benchè di diversa intensità, pure hanno lo stesso segno e sono abbastanza energiche in ambedue i casi.

Ripetei simili ricerche spingendo l'acido carbonico ixato per un tubo di ottone ($10 \times 2,5$ cm.) contenente 60 dischi di fitta rete d'alluminio, bene isolato ed unito all'elettrometro; e questo deviò per carica positiva da $+20$ a $+30$ mm. Spingendovi l'aria ixata l'elettrometro deviò, ancora, per carica positiva ma di circa $+200$ mm.

Spingendo l'acido carbonico ixato attraverso un cartoccio di fitta rete di ottone ottenni delle cariche deboli ed incerte, mentre che con l'aria ixata s'ottenne forti cariche positive.

Da quanto precede può dirsi, che le cariche svolte sulle superficie metalliche strisciate dall'acido carbonico, sono più deboli ma del medesimo segno di quelle svolte dall'aria. Perciò questi risultati, mi pare, non confermano la spiegazione proposta dal Prof. Dorn, giacchè egli stesso dice, che le cariche svolte dall'acido carbonico dovrebbero essere di segno contrario a quelle prodotte dall'aria, lo che non si è verificato. Tuttavia è degna di attenzione la sensibile differenza di tensione delle cariche svolte dall'acido carbonico e dall'aria, differenza dimostrata in seguito alle idee messe avanti dal Prof. Dorn.

Dopo di che non saprei, per ora almeno, che riproporre la mia precedente interpretazione, tanto più che essa spiega anche perchè l'aria röntgenizzata strisciando sulle superficie metalliche si riduce ad aria ordinaria. Ma ripeto, che do tale interpretazione con la massima riserva ed a titolo di semplice schiarimento pur seguitando nelle mie indagini.

**SULLA POLARIZZAZIONE COLLE CORRENTI ALTERNANTI,
del Prof. RICCARDO MALAGOLI.**

Il numero Settembre-Ottobre, anno corrente, del *Nuovo Cim.* contiene una pubblicazione del Dott. F. Oliveri « *Sulla polarizzazione colle correnti alternate* ».

Tale argomento fece già parte di un mio programma di studii e di indagini sperimentali, che mi portarono alle seguenti pubblicazioni:

I.° Nel 1892: *Contributo alla teoria dell'elettrolisi colle correnti alternanti* (Atti Accademia di Catania 1892 e *Lumière électrique* del 1893).

II.° Nel 1896: *Sugli spostamenti di fase prodotti da un voltmetro attraversato da corrente alternante* (*Nuovo Cimento* 1896 e *Eclairage électrique* 1897) nella quale ho dimostrato come dei risultati (opposti alla teoria da me stabilita nel 1892) pubblicati dal Prof. Peuckert, erano la conseguenza di sperimentare in condizioni del tutto sfavorevoli allo scopo; e di fatto potei corredare i ragionamenti con molti grafici ricavati da esperienze che eseguii con mezzi, è vero, molto modesti, ma sulla cui attendibilità non potè opporsi alcun dubbio.

III.° Nel 1897: *Le leggi della elettrolisi a correnti alternanti* (*Elettricista* ed *Eclairage électrique*), nella quale è dato conto della riprova delle leggi quantitative dei prodotti elettrolitici stabilite nel 1892, riprova che confermò completamente la mia aspettativa.

Il Dott. Oliveri cita le mie prime ricerche, e sembra che le sue esperienze eseguite con mezzi notevolmente più appropriati gli abbiano confermata la bontà dei miei risultati e la esattezza delle mie vedute. Dico questo, perchè egli si limita ad osservare, giustamente del resto, che la curva rappresentatrice della polarizzazione, disegnata nella mia figura 1^a non risulta tangente all'asse del tempo. Tale figura ha solo l'ufficio di semplificare e di chiarire il testo, e di presentare al lettore sotto forma schematica le relazioni di posizione delle

diverse grandezze. E del resto l'appunto ha così poca importanza che nelle figure 1 e 5 della Nota del Dott. Oliveri si può vedere la stessa imprecisione.

Ma non è per questo che ho preso la penna, e neanche per il fatto che il Dott. Oliveri dimentica di notare che i risultati che mano mano viene esponendo e con l'apparenza di cose nuove, *sono tutti contenuti nelle mie pubblicazioni*: giacchè il tempo e la obbiettività dei terzi avrebbero rimesso le cose a posto. Ma perchè la esposizione che il Dott. Oliveri fa di questi studii è, nelle sue grandi linee, monca; giacchè fra l'altro non è neppure fatto cenno alla stabilità delle curve di polarizzazione dedotte dal calcolo e dipendenti dall'istante in cui il voltmetro è intercalato nel circuito; mentre io mi sono studiato di chiarire minutamente ogni punto. Ma perchè occupandosi egli della sola questione della polarità lascia credere al lettore che a questo punto sieno ancora gli studii sulla elettrolisi a corrente alternante, mentre le pubblicazioni mie contengono anche tutti gli enunciati relativi alla quantità di prodotti ottenibili, nonchè la riprova sperimentale della loro esattezza.

Complessivamente dunque, il Dott. Oliveri esamina e conferma una parte sola delle mie ricerche, usando un metodo non del tutto identico a quello da me seguito; e di ciò gli dò giusta lode e lo ringrazio; ma non vorrei che come il Professor Peukert, per non avere avuta conoscenza dei miei primi studii su questo argomento, ebbe a fare delle ricerche inesatte ed inutili, qualche altro studioso basandosi unicamente sul lavoro del Dott. Oliveri avesse ad intraprendere delle esperienze che sono lunghe e dispendiose in un campo già mietuto.

Modena, Dicembre 1900.

SULLA POLARIZZAZIONE CON CORRENTI ALTERNATE,

del Dott. FRANCESCO OLIVERI.

Osservazioni alla Nota precedente.

Quanto scrive il Prof. Malagoli a proposito di una mia pubblicazione sulla polarizzazione colle correnti alternate è in gran parte poco esatto: stimo quindi necessario fare qualche dichiarazione e qualche osservazione.

1. Dei risultati da me esposti nel lavoro citato, alcuni erano già noti — e non ho fatto che verificarli con mezzi e metodi che non lasciano più dubbio sulla esattezza dei risultati medesimi — altri sono dovuti a me.

2. *Ho fatto però le citazioni a tempo e luogo di tutto ciò che era già stato trovato da altri, e soltanto non ho creduto opportuno citare lavori, che, come quelli ricordati dal Malagoli, non avevano niente a che fare col lavoro che mi ero prefisso.*

3. Le figure 1 e 5 della mia nota, contrariamente a quanto afferma il Malagoli, stanno benissimo.

4. Il Prof. Malagoli dice che per le mie ricerche mi son servito « di un metodo non del tutto identico » al suo; ma sarebbe stato più esatto se egli avesse detto che entrambi ci siamo serviti del metodo di Joubert (come io scrissi nella mia Memoria).

5. Infine il lavoro del Malagoli *Sugli spostamenti di fase prodotti da un voltmetro attraversato da correnti alternate*, si riferisce agli spostamenti fra la forza elettromotrice polarizzante, cioè agente ai morsetti del voltmetro chiuso in circuito, e l'intensità della corrente; io invece mi son curato di determinare lo spostamento di fase esistente fra *la forza elettromotrice di polarizzazione* propriamente detta e l'intensità della corrente. Si tratta dunque di due cose distinte e separate, che si possono dedurre l'una dall'altra teoricamente

e, in forza del metodo da me seguito, si possono dedurre l'una dall'altra sperimentalmente.

Napoli, Febbraio 1901.

LIBRI NUOVI

PRIME NOTIZIE FONDAMENTALI DI ELETTROCHIMICA.

A. COSSA.

Milano, Hoepli 1901.

È un manualeto di pagg. 113 con dieci incisioni nel testo. L'Autore espone in modo facile e piano i principî fondamentali di elettricità, la teoria dell'elettrolisi, enunciandone le varie leggi. Tratta dipoi della teoria osmotica della pila, e termina colle applicazioni dell'elettrolisi, l'analisi elettrolitica compresa.

Il libro riuscirà utile per coloro che intendono dedicarsi alle svariate applicazioni dell'elettrochimica, e servirà come introduzione per chi vorrà fare poi uno studio completo ed approfondito di questo nuovo ramo della scienza.

G. GIGLI.

RIVISTA

Comptes Rendus. T. CXXXI, Agosto-Settembre-Ottobre 1900.

CAMICHEL e SWYNGEDAUV. *Sui circuiti chiusi unicamente da elettroliti* (pp. 375-377). — Gli A. hanno ricercato se era possibile sviluppare correnti in circuiti interamente elettrolitici e se il passaggio di tali correnti aveva sempre per conseguenza una decomposizione. Per questo hanno provato a sviluppare delle correnti in due modi: per mezzo di fenomeni di induzione e utilizzando la f. e. m. di contatto tra soluzioni metalliche. In questo secondo caso, in cui avevano stabilito una catena liquida formata da acido solforico, cloruro di sodio e potassio in soluzione nell'acqua, gli A. a causa forse dell'apparecchio galvanometrico adoperato, non hanno potuto constatare la produzione di alcuna corrente.

Dal punto di vista dell'elettrolisi gli A. avendo indotto una corrente alternativa in un circuito elettrolitico (acqua acidulata di densità 1,25) contenuta in un tubo di vetro, in condizioni nelle quali il voltmetro avrebbe messo in libertà più cm³ di gas, e non avendo constatato nessun sviluppo di gas, concludono che: *un elettrolito può essere attraversato da una corrente senza decomporci.*

In questa elettrolisi senza elettrodi la polarizzazione ordinaria è soppressa: ma gli A. si domandano se non esista un fenomeno molecolare che ne faccia l'ufficio.

PEROT A. *Sull'accoppiamento degli alternatori dal punto di vista delle armoniche ed effetto dei motori sincroni su essi* (pp. 377-380). — Dopo avere studiati gli effetti che si ottengono dall'accoppiamento di due alternatori e avere determinato la differenza di potenziale agli estremi del sistema, l'A. osserva che, poichè le armoniche non sono incommode che al momento dell'arresto o della messa in movimento della rete di utilizzazione, nei quali istanti generalmente funziona una macchina sola, il danno dal punto di vista della risonanza, non sarebbe evitato accoppiando in parallelo alternatori differenti.

Circa poi l'effetto di un motore sincrono, di debole potenza, su un alternatore avente delle armoniche, e di autoinduzione grande rispetto a quella del motore, l'A. trova che essa fa l'ufficio di una macchina accoppiata la cui f. e. m. fosse sinusoidale, e che quindi abbassa la differenza di potenziale delle armoniche nel rapporto $\frac{l}{L+l}$, se l è la sua autoinduzione e L quella dell'alternatore. Se quel rapporto è piccolo, potrà abbassare molto la differenza di potenziale delle armoniche e ricondurre la differenza di potenziale a essere pressochè sinusoidale.

Reciprocamente se il motore possiede armoniche sensibili, le introdurrà nella differenza di potenziale.

L'A. infine, pur non avendo dati di fatto nè avendo eseguite esperienze relative, pensa che l'effetto di un motore asincrono debba essere lo stesso, e conclude quindi che, facendo questi motori l'ufficio di epurazione, ogni stazione centrale ne dovrebbe essere provveduta per evitare gli effetti delle armoniche.

BERTHELOT D. *Sui punti di ebullizione dello zinco e del cadmio* (pp. 380-382). — L'A. ha cercato di determinare, quanto più fosse possibile, esattamente, i punti di ebullizione dello zinco e del cadmio, che sono utilizzati più frequentemente per la pirometria. Impiegando piccoli forni elettrici, appositamente costruiti, ha cercato di evitare una causa di errore proveniente dal raggiamento

delle pareti, e ha eseguito le esperienze, in gran parte, in un'atmosfera di azoto, allo scopo di evitare la produzione di ossidi di zinco e di cadmio. L'A. descrive in questa Nota il metodo tenuto, rilevando che per ricondurre i valori ottenuti alla pressione di 760 mm.: ha tenuto conto della regola del Barus ¹⁾, secondo la quale la variazione di pressione di 8 mm. cambia di 1° il punto di ebullizione.

Per lo zinco, da quattro esperienze, ha ottenuto i numeri 924°, 913°, 914° e 922°. Una quinta esperienza eseguita su zinco commerciale ha dato per risultato 927°. La media quindi sarebbe di 920°.

Per il cadmio ha ottenuto, da tre esperienze concordanti, il valore di 778° per il punto di ebullizione, mentre Becquerel aveva ottenuto precedentemente 746°, Carnelley da 763° a 772°, Denille e Trorest 815°.

CURIE M. *Sul peso atomico del bario radifero*. (pp. 382-384). — Da determinazioni effettuate su cloruro di bario puro e sul cloruro di bario radifero, l'A. è tratto a concludere, tenuto conto dei lavori di Demarcay, che il peso atomico del radio è molto superiore a 174.

DECHEVRENS. *Visione stereoscopica delle curve tracciate per mezzo di apparecchi phasés* (pp. 508-410).

MAUBAIN C. *Proprietà dei depositi magnetici ottenuti in un campo magnetico* (pp. 410-413). — Descritta la disposizione sperimentale adottata, l'A. riporta i risultati dei suoi studi dai quali si rileva che durante la formazione di un deposito, in un campo costante e con una corrente di elettrolisi d'intensità costante, l'azione del deposito sul magnetometro cresce sensibilmente in funzione lineare del tempo, eccetto in un periodo iniziale di alcuni minuti nel quale l'azione resta insensibile. Ne conclude che *l'intensità di magnetizzazione dei diversi strati del deposito ha lo stesso valore*.

Studiando inoltre le intensità di magnetizzazione di depositi ottenuti in campi magnetici di valore diverso, ha trovato che *la magnetizzazione uniforme che acquista un deposito cresce col campo nel quale il deposito è ottenuto*. Ha trovato ancora che *la magnetizzazione conservata da un deposito, quando si sopprime il campo dove è stato prodotto, è sensibilmente uguale alla magnetizzazione che esso aveva acquistato sotto l'influenza di quel campo*.

Dall'insieme di questi risultati conclude che la magnetizzazione acquistata dai depositi elettrolitici di ferro durante la

1) Phil. Mag. t. 29, 1890.

loro formazione in un campo magnetico dipende dal valore di questo campo, ed è *rigidissima*. L'A. infine si riserva di tornare sulla interpretazione di queste esperienze, che gli sembra conciliabile con quella delle esperienze di Beetz ¹⁾, secondo le quali si ammetteva che la saturazione dei depositi si poteva raggiungere anche in un campo debole.

HINRICHS G. *Sulla composizione dell'aria nella verticale, e sulla costituzione degli strati superiori dell'atmosfera terrestre* (pp. 442-443). — Ammettendo che ciascuno dei componenti dell'aria formi un'atmosfera indipendente dagli altri gas, e che la pressione p di ciascuno di essi, all'altezza H espressa in miriametri, sia data dalla formula di Laplace

$$\log \frac{P}{p} = \frac{H}{k},$$

la costante k essendo, per un gas di densità D , $k = \frac{1,8400}{D}$, e supponendo l'assenza di azione reciproca, l'A. ha trovato per la composizione dell'aria nella verticale valori che riporta in una tavola, relativamente all'altezza di 10 miriametri. Da questa tavola l'A. deduce che l'acido carbonico sparirebbe dall'atmosfera all'altezza di 8 miriametri, mentre che l'azione vi resterebbe apprezzabile fino a 6 miriametri. Se vi fosse tanto biossido di carbonio quanto idrogeno, quest'ossido sparirebbe pure all'altezza di 6 miriametri. A quest'altezza l'atmosfera non conterrebbe che i tre elementi O, Az, H: ma, mentre che l'azoto è passato per un massimo di 86 per 100 a 4 miriametri di altezza, secondo la formula, l'ossigeno andrebbe continuamente diminuendo e non sarebbe più che il decimo dell'azoto. Nello stesso tempo l'idrogeno si sarebbe accresciuto fino al doppio del volume dell'ossigeno, e all'altezza infine di 10 miriametri, l'atmosfera sarebbe costituita da idrogeno quasi puro, non contenente che 5 per 100 di azoto.

BOUZY E. *Sulla coesione dielettrica dei gas* (pp. 443-447). — Ricordata la definizione di *coesione dielettrica dei gas* ²⁾ e il modo di misurarla, l'A. riporta in tre tabelle le misure dei campi critici corrispondenti a pressioni misurate in centimetri di mercurio, relativi all'idrogeno, aria e acido carbonico. Per i tre gas ha osservato gli stessi fenomeni generali. Il campo critico decresce

1) Pogg. Ann. t. 111, p. 107-121; 1860.

2) C. R. t. 129, p. 152 e 204.

dapprima linearmente colla pressione, passa per un minimo e cresce in seguito indefinitamente. I minimi: 233 per l'idrogeno, 300 per l'aria, 373 per l'acido carbonico, sono dello stesso ordine di grandezza, ma chiaramente disuguali. Per pressioni più elevate, il campo critico, a parità di pressione, è molto minore per l'idrogeno che per l'aria e per l'aria che per l'acido carbonico. Quest'ordine è invertito alle più basse pressioni per modo che l'idrogeno, il meno isolante ad alta pressione, è il più isolante a pressioni bassissime.

Riporta infine le curve relative ai tre gas, rappresentanti la variazione del campo critico in vicinanza del minimo, e ne dà l'equazione in questo caso, nel caso delle pressioni più elevate e in quello delle pressioni più basse, nel qual ultimo caso si ha che il campo critico varia in ragione inversa del quadrato della pressione.

Dà infine i valori dei diversi coefficienti che appariscono in quelle equazioni, rilevando che se essi fossero rigorosamente uguali, sarebbe possibile far coincidere le curve relative ai diversi gas per una semplice riduzione della scala delle pressioni. Non può realizzarsi però questa coincidenza che in un modo molto grossolanamente approssimato.

BOUTY E. *Coesione dielettrica e campi esplosivi* (pp. 469-471).

— Osservando che le curve relative ai campi critici studiate nella nota precedente presentano una grande analogia con quelle che rappresentano i campi esplosivi, l'A. confronta in questa nota i valori da lui ottenuti con quelli ottenuti dal Max Wolf, al fine di determinare, per quanto è possibile, la parte spettante agli elettrodi e quella spettante ai gas nei fenomeni di scarica. Nel caso dell'idrogeno rileva come l'enorme sproporzione fra i termini costanti nelle formule sue e in quelle del Wolf, mentre i coefficienti della pressione sono identici, dipende appunto perchè su di essi hanno influenza gli elettrodi il cui effetto calcola quarantaquattro volte circa più grande di quello che non si abbia sul vetro, per effetto dell'elettricità che attraversa il gas.

Passando quindi al confronto delle formule ottenute per l'aria e per l'acido carbonico l'A. conclude che, in ogni caso, la differenza dei valori ottenuti dalle sue formule e da quelle del Wolf misura l'effetto della sostituzione degli elettrodi al vetro, effetto costante per l'idrogeno a qualunque pressione, ma che diventa, per gli altri gas, una funzione più o meno rapidamente variabile della pressione.

CLAUDE G. *Sulla liquefazione per espansione con produzione di lavoro esterno* (pp. 500-502). — L'A. rilevando come il prezzo

dell'ossigeno ottenuto per mezzo della liquefazione dell'aria sia sempre troppo elevato, a causa, in gran parte, del costo della liquefazione, ha ricercato di rendere più economica la produzione dell'aria liquida. Le prove eseguite con metodi che l'A. brevemente descrive, e i risultati ottenuti gli fanno sperare di potere arrivare fra breve alla liquefazione economica dell'aria.

BOUTY E. *Sulla coesione dielettrica dei gas e dei vapori* (pp. 503-505). — Di seguito alle 2 Note precedenti, delle quali ci siamo già occupati, l'A. rileva come i fenomeni in esse descritti siano generali, e li abbia egli stesso osservati su un gran numero di vapori, fra i quali segnala il vapor d'acqua.

Riferisce quindi le misure dei campi critici relativi a questo vapore, e rileva che la formula semplificata,

$$y = a + bp + \frac{c}{p^2}.$$

conviene a tutti i vapori da lui studiati, come vapore acqueo, alcool metilico, alcool ordinario, etere etc.

Riporta quindi in una tavola i valori di a e b relativi a questi vapori, dalla quale si rileva che il coefficiente a è sensibilmente lo stesso per tutti, mentre b varia grandemente.

Circa infine la relazione fra i valori di b e i cammini medi molecolari, l'A. osserva che tutto quello che si può dire è che l'ordine nel quale si dispongono i coefficienti b è l'ordine inverso di quelli. Confrontando infine l'ordine dei valori di b e quello della costante dielettrica K , l'A. rileva che vi sono analogie e inversioni, ma non vi è proporzionalità, anche approssimata, fra i valori di b e quelli di $K - 1$...

RHEINS G. *Sulle modificazioni delle proprietà elettriche e organiche dei cavi, sotto l'azione prolungata delle correnti* (pp. 505-506). — L'A. ha riscontrato che le modificazioni che subisce un cavo sottoposto all'azione di una corrente diretta sempre nello stesso senso e che consistono nella perdita di alcune proprietà elettriche e organiche e nella variazione di altre, sono dovute alla penetrazione lenta del metallo nel dielettrico, e sono indipendenti dalla natura di quest'ultimo.

Circa la causa di questa penetrazione l'A. osserva che essa è assai complessa, e che sembra dipendere dalla natura e dalle particolarità della corrente e dalla natura del mezzo nel quale è piazzato il cavo.

LAFAY A. *Sulle deformazioni di contatto dei corpi elastici* (pp. 525-528). — Con dispositivi ottici analoghi all'apparecchio classico del Fizeau per lo studio della dilatazione dei cristalli,

l'A. ha intrapreso un certo numero di esperienze sulle deformazioni di contatto dei corpi elastici, eseguendo soprattutto le sue ricerche sull'acciaio e sul bronzo. I valori delle deformazioni, espressi in micron, per diversi valori del raggio delle sfere poste in contatto e della pressione esercitata, sono riportati in una tabella insieme ai valori dedotti dalla formula di Hertz, secondo la quale lo schiacciamento α di due sfere di raggi R_1 e R_2 , appoggiate l'una contro l'altra, sarebbe dato da:

$$\alpha = \sqrt[3]{\frac{9}{16} \left(\frac{1 - \eta_1^2}{E_1} + \frac{1 - \eta_2^2}{E_2} \right) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \cdot p^2}$$

dove E_1, η_1 e E_2, η_2 rappresentano le rispettive costanti elastiche dei materiali costituenti ciascuna sfera. Dal confronto di questi valori si rileva che le differenze fra quelli ottenuti sperimentalmente e quelli calcolati vanno accentuandosi a misura che R aumenta.

Riguardo inoltre a quanto Hertz ha stabilito, che cioè per il caso di due corpi di forma qualunque α deve crescere come la potenza $\frac{2}{3}$ di p , l'A. dalle sue esperienze è condotto a concludere

che quella legge è vera per i valori di $\frac{\alpha}{R}$ superiori a un certo limite ($\frac{1}{10000}$ circa): per valori inferiori a quel limite la legge non è più esatta.

Nel caso infine in cui uno dei corpi sia sferico e l'altro piano, o quando entrambi siano sferici e dello stesso raggio, l'A. ha trovato, per semplici considerazioni di omogeneità, che si deve avere:

$$\frac{\alpha}{R} = \varphi \left(\frac{p}{G_1 R^2}, \frac{p}{G_2 R^2}, \dots \right)$$

dove $E_1, G_1, E_2, G_2, \dots$ sono i coefficienti che caratterizzano l'elasticità di materiali costituenti. Ne deduce che moltiplicando per $\frac{R'}{R}$ le ordinate α e per $\left(\frac{R'}{R}\right)^2$ le ascisse p della curva trovata nel caso del raggio R' , si deve ottenere una curva suscettibile di coincidere colla curva ottenuta sperimentalmente per il raggio R' . L'A. ha verificato questa conclusione anche nel caso in cui la formula di Hertz era in difetto.

Rileva infine che pur l'esperienza confermando il risultato che si deduce dalla teoria, che α cioè deve rimanere costante allorché senza cangiare la forma dei corpi, s'inverte l'ordine dei

materiali costituenti, si trova che lo schiacciamento sembra essere più forte, quando il corpo più duro ha anche il più piccolo raggio di curvatura.

GUARINI E. e PONCELET F. *Esperienza di telegrafia senza fili nel corpo umano e negli schermi metallici* (pp. 540-541). — Il corpo umano, anche isolato dal suolo, interposto fra un trasmettitore di onde hertziane e un ricevitore Marconi, funzionerebbe secondo gli A., da schermo metallico.

Una lastra di latta interposta fra il trasmettitore e il coherer non impediva il funzionamento di esso, finchè non era posta a terra la faccia volta verso la macchina. Gli A. credono quindi di potere concludere che la lastra metallica costituisce un nuovo radiatore, funzionante per induzione di una faccia sull'altra. Le onde herziane sarebbero dunque suscettibili di fenomeni d'induzione, che si possono evitare ponendo a terra una delle facce dello schermo metallico, sede dell'induzione.

CRÉMIEU V. *Ricerche sull'effetto inverso del campo magnetico che dovrebbe produrre il movimento di un corpo elettrizzato* (pp. 578-581). — Lippmann, ¹⁾ applicando alle esperienze di Rowland ²⁾ sulla connessione elettrica il principio della conservazione dell'energia, ha mostrato che variazioni magnetiche dovrebbero produrre movimento dei corpi elettrizzati piazzati nel campo. La forza ponderomotrice d'induzione che causerebbe questo movimento dovrebbe essere uguale a:

$$\mu \cdot \frac{dH}{dt},$$

μ designando la carica dei corpi e $\frac{dH}{dt}$ la velocità di variazione del campo magnetico.

Lodge avendo pubblicato esperienze i cui risultati sono incerti, l'A. ha cercato di verificare l'esistenza di questa forza ponderomotrice. Le esperienze eseguite a tale scopo gli hanno dato un risultato completamente negativo, che unito a quello anteriormente ottenuto ³⁾ relativo all'effetto diretto della convezione elettrica, gli fanno concludere che *sembra che lo spostamento di un corpo elettrizzato non produca campo magnetico lungo la sua traiettoria.*

GUARINI e PONCELET. *Telegrafia senza fili — Inconvenienti dei relais successivi* Guarini (pp. 581-583). — Rilevato come nella telegrafia in cui un *relais* chiude un circuito locale, vi sia un

1) C. R. t. 89, p. 151, 1889.

2) Pogg. Ann. t. 158, p. 487 e Phil. Mag. p. 445, 1889.

3) C. R. t. 180, p. 1544, 1900.

ritardo nella chiusura, corrispondente alla durata della escursione dell'armatura del relais, mentre non ve n'è alcuno all'apertura, gli A. osservano che fra la durata T della registrazione di un segnale alla stazione ricevente, la durata t del segnale alla posta trasmittitrice, quelle t_1, t_2, t_3, \dots dei relais intermedi, e quella t' della escursione dell'elettrocalamita alla posta ricevente, sussiste la relazione:

$$T = t - (t_1 + t_2 + t_3 + \dots + t_n + t').$$

Osservato quindi che, perchè si possa ottenere una conveniente registrazione occorre sia $T > 0$, gli A. si riservano di tornare sull'argomento allo scopo di vedere come ridurre il termine in t , nel caso della telegrafia senza fili, nella quale anzichè tenere conto della capacità della linea, deve tenersi conto della self-induzione della bobina.

STEKLOFF W. *Il problema delle temperature stazionarie* (pp. 608-610). — In questa Nota l'A. riporta il metodo seguito per risolvere il problema, che egli enuncia sotto la forma:

Trovare una funzione v delle coordinate rettangolari x, y, z continua colle sue derivate dei due primi ordini all'interno della superficie data (s) e che soddisfi alle condizioni

$$\Delta v + \phi = 0 \quad \text{all'interno di } (s)$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial n} + h v = 0 \quad \text{su } (s)$$

essendo ϕ una funzione data, continua e che ammette le derivate prime all'interno di (s) , h essendo una costante positiva, n essendo la direzione della normale interna a (s) .

CLAUDE G. *Sulla eliminazione degli armonici delle correnti alternative industriali per l'impiego di condensatori e sull'interesse di questa eliminazione dal punto di vista della sicurezza per la vita umana* (pp. 613-615). — L'A., in seguito alla memoria del Perot sullo stesso argomento, di cui ci siamo occupati poco sopra, pubblica i risultati dei suoi studi per la eliminazione degli armonici delle correnti alternative mediante l'impiego di condensatori. Questi risultati già ottenuti da tempo non erano stati finora pubblicati dall'A. a causa della costante rottura dei condensatori impiegati, rottura che l'A. spera di potere evitare impiegando condensatori veramente industriali. Chiude infine la Nota facendo rilevare quanto da questa eliminazione guadagnerebbe la sicurezza della vita umana, dipendendo appunto dal potere regolare le curve degli alternatori la diminuzione dei danni prodotti dalle installazioni a correnti alternative.

RIVIERE C. *Indice di rifrazione e dispersione del bromo* (pp. 671-672) — L' A. ha studiato l' indice del bromo, circa il quale non si avevano che le determinazioni, evidentemente contraddittorie, del Gladstone e del Bleckrode, e ha determinato coll' impiego delle frange Fizeau-Foucault, le lunghezze d'onda corrispondenti a diverse frange alle temperature di 10°, 15°, 20°, e 25°. Ha ritrovato così per il bromo un potere dispersivo straordinario, che, per esempio, fra le righe A e D e a 20°, è uguale a 0,037, mentre per le altre sostanze aventi l'indice comparabile a quello del bromo, come il flint, la naftalina bromata e il solfuro di carbonio si hanno rispettivamente i valori 0,016; 0,027; 0,030.

PEROT A. e FABRY C. *Metodo interferenziale per la misura delle lunghezze d'onda nello spettro solare* (pp. 700-702) — Il metodo descritto dagli A. permette di comparare una riga nera della lunghezza d'onda da misurare con una delle righe del cadmio, misurate da Michelson. Esso riposa principalmente sulle proprietà delle lamine argentate, e gli A. si riservano di discutere in altra Nota i risultati. Osservano infine che il metodo da loro adottato, oltre permettere, al pari di tutti i metodi interferenziali, di comparare tra loro direttamente le lunghezze d'onda di due righe brillanti qualunque, permette di comparare una riga nera con una brillante, e, per conseguenza, di determinare direttamente la lunghezza d'onda di una riga solare piazzata in qualunque regione dello spettro.

P. BACCET.

Journal de Physique.

T. IX, Agosto e Settembre 1900.

AMAGAT E. H. *Sulle leggi dei calori specifici dei fluidi* (pp. 417-422). — Ricordati i lavori del Witkowski, i suoi e le ricerche del Tsuruta sulla variazione dei calori specifici dei gas, i risultati dei quali sono in generale conformi alle determinazioni dirette del Lussana, l' A. rileva la difficoltà che si presenta nell'eseguire tali determinazioni sperimentali sotto pressioni molto elevate. In queste condizioni i calori specifici, sia sotto volume costante come sotto pressione costante, non possono che dedursi per mezzo del calcolo dalle formule:

$$(1) \frac{dc}{dv} = AT \frac{d^2p}{dt^2}; \quad (2) \frac{dC}{dp} = -AT \frac{d^2v}{dt^2}; \quad (3) C - c = AT \frac{dp}{dt} \cdot \frac{dv}{dt}.$$

I calcoli eseguiti fin qui non si riferiscono alla regione dei reticoli comprendente lo stato di saturazione e il punto critico,



parte questa più interessante e presentante maggiori difficoltà. L'A. si è proposto lo studio di questa quistione per l'acido carbonico, in tutta l'estensione del reticolo, fino a 1000 atm. fra 0° e 260°. In questa nota preliminare l'A. non tratta che dell'applicazione della relazione (2) e rileva che tutti i calcoli sono stati fatti graficamente. Ha costruito un reticolo di 45 linee di uguale pressione, le cui tangenti gli hanno fornito, per 25 temperature convenientemente ripartite, una prima tavola di valori di $\frac{dv}{dt}$, contenente più di mille determinazioni. Questi valori portati in ordinate gli hanno fatto ottenere una tavola di valori corrispondenti di $\frac{d^2v}{dt^2}$. Una figura unita alla Nota presenta solo una parte di questi risultati. Le isoterme sono state tracciate fino a 100° e le pressioni limiti a 200 atm.

Il diagramma mostra che le isoterme si compongono di due parti, le cui ordinate sono di segno contrario. Per le temperature superiori alla temperatura critica, alcune isoterme sono continue, altre discontinue.

Nel primo caso risulta che c aumenta colla pressione dapprima rapidamente (soprattutto per le temperature basse), poi meno rapidamente, acquista il suo valore massimo sotto la pressione corrispondente all'intersezione dell'isoterma coll'asse delle pressioni, diminuisce in seguito, dapprima rapidamente poi sempre meno, quando la pressione continua a crescere.

Si vede anche, di conseguenza, che la pressione per la quale c è massimo cresce continuamente colla temperatura.

Per temperature inferiori alla temperatura critica, ciascuna isoterma si compone di due parti distinte; l'una, a ordinate negative, per la quale il corpo è gazzoso e termina in un punto corrispondente allo stato di saturazione. L'altra, a ordinate positive, per la quale il corpo è liquido e principia in un punto corrispondente pure allo stato di saturazione.

Si vede che anche ora c comincia a crescere colla pressione fino alla tensione massima, al qual punto, col cangiamento di stato, subisce una variazione, che l'A. calcola, poi decresce indefinitamente e sempre meno rapidamente, mentre la pressione continua a crescere. Ne risulta che, qualunque sia il segno della variazione accompagnante il cangiamento di stato, il massimo di c ha luogo sotto la tensione massima.

I valori di c sono inoltre tanto più grandi quanto più ci si avvicina alla pressione critica: per il punto critico il massimo prende un valore infinito.

Per lo stato gassoso, le variazioni di c decrescono indefinitamente quando la temperatura cresce e diventano estremamente piccole, anche tenendo conto del fattore costante proporzionale alla temperatura assoluta. Per una temperatura qualunque, a partire da una certa pressione, queste stesse variazioni diminuiscono pure indefinitamente quando la pressione cresce e diventano anzi estremamente piccole.

Per la variazione di c accompagnante il cangiamento di stato, l' A. trova :

$$c' - c = AT \left\{ (u - u') \frac{d^2 p}{dt^2} + \left[\frac{d(u - u')}{dt} \right] \frac{dp}{dt} + \frac{d(u - u')}{dt} \cdot \frac{dp}{dt} \right\}$$

ove u e u' rappresentano i volumi specifici a saturazione

L' A. infine annunzia che si occuperà in altre Note dell' esame delle variazioni di c colla temperatura, delle leggi corrispondenti per i calori specifici a volume costante come pure dei valori numerici di queste diverse variazioni.

BEAULARD. F. *Sull' isteresi dielettrica* (pp. 422-437).

HEMSALECH A. G. *Sugli spettri delle scariche oscillanti* (pp. 437-444). — L' A. ha proseguito i suoi studi, di cui già aveva dato un cenno in una Nota precedente ¹⁾, sugli spettri delle scariche oscillanti e ne dà in questa Nota i principali risultati.

Dopo avere descritto il dispositivo adottato, l' A. divide le scintille in *scintille ordinarie o continue*, *scintille intermittenti* e *scintille oscillanti*, e, detto del modo di produrle, passa a studiare gli spettri prodotti da queste differenti scariche.

Nel caso di una scintilla ordinaria, la scarica iniziale dà luogo a uno spettro brillantissimo dovuto all' aria, e soprattutto all' azoto. Queste righe, in gran parte diffusissime, nuocciono all' osservazione degli spettri dei metalli. Subito dopo lo spettro dell' aria appare quello del metallo, dovuto al vapore metallico prodotto dalla scarica iniziale e proveniente dagli elettrodi. I due spettri però si vedono sempre entrambi nello stesso tempo.

Nel caso delle scintille intermittenti, le righe dell' aria diventano più deboli, e aumentando la resistenza introdotta nel circuito si può eliminare completamente lo spettro dell' aria. Gli spettri così ottenuti non hanno molto valore per gli spettroscopisti a causa della loro debolezza.

Nel caso infine delle scariche oscillanti, variando il numero

1) Jour. de Phys., 3. serie, t. 8, p. 642, 1899.

degli strati della self-induzione introdotta, le righe del metallo vanno continuamente rafforzandosi fino a un massimo, mentre spariscono completamente quelle dovute all'aria. L'A. riservandosi di tornare sulle particolarità presentate da questi spettri, quando avrà compiuto le esperienze in corso, rileva tuttavia che lo spettro della scintilla oscillante non si riduce allo spettro dell'arco, come è facile dedurre dal confronto degli spettri. Comparando inoltre gli spettri ottenuti introducendo una resistenza d'acqua e quelli ottenuti introducendo una self-induzione, conclude che essi devono la loro origine a sorgenti del tutto diverse.

Riferendosi quindi alla Nota di Hasselberg pubblicata nel *Journ. de Phys.*, Marzo 1900, l'A., dopo avere fin da principio fatto rilevare come l'introduzione di un nucleo di ferro nella bobina di self-induzione distrugge il carattere oscillatorio della scintilla, al quale si devono le proprietà presentate dallo spettro della scarica oscillante, conclude che Thálen non ha mai potuto osservare lo spettro di una scintilla oscillante, quando si serviva di un' elettro-calamita a nucleo di ferro potente.

TURPAIN A. *Applicazione delle onde elettriche ad alcuni problemi di telegrafia — Trasmissione duplex — Telefonia e telegrafia simultanea* (pp. 444-449). — Dopo avere trattato dell'applicazione delle onde elettriche alla trasmissione *duplex* e *diplex*, l'A. riferisce i risultati delle sue ricerche per vedere se la telegrafia per onde elettriche poteva essere praticata su un filo servente a trasmissioni telefoniche. Dopo avere detto delle difficoltà che si presentavano per sottrarre completamente il telefono all'azione delle onde, l'A. descrive un dispositivo, che, risolvendo il problema, presenta vari vantaggi su quelli utilizzati fin qui nella telegrafia ordinaria.

L'A. ha sperimentato finora su piccole distanze da 15 a 20 metri: pensa però di eseguire altre esperienze su una distanza di 350 metri.

CARVALLO E. *Sulla dispersione eccezionale dello spato d'Islanda* (pp. 465-479). — In questa Nota l'A. riporta i risultati di un nuovo studio sperimentale sulla dispersione dello spato d'Islanda nell'ultravioletto, che unito a quello eseguito anteriormente dall'A. stesso, nella parte calorifica e visibile dello spettro, fornisce una serie di valori per l'indice in tutta la estensione dello spettro, la cui precisione raggiunge la quinta cifra decimale.

L'A. ha calcolato per il raggio straordinario due formule di dispersione; rappresentanti assai bene le osservazioni:

$$(I) \quad \frac{1}{n^2} = c'l^4 + cl^2 + a + bl^{-2} + b'l^{-4}$$

$$(II) \quad n^2 = C'\lambda^4 + C\lambda^2 + A + \frac{b_1}{\lambda^2 - \lambda_1^2}$$

e nelle quali n rappresenta l'indice di rifrazione, λ la lunghezza d'onda nel vuoto, e $l = \frac{\lambda}{n}$ la lunghezza d'onda nel corpo studiato, per una stessa radiazione.

Per il raggio ordinario ha riscontrato che nessuna delle due formule è sufficiente, ma che la prima è migliore della seconda, e che per rappresentare la dispersione in tutta l'estensione dello spettro è necessario aggiungere un termine in l^{-6} alla relazione (I), e nella relazione (II) è necessario prendere due frazioni, $\frac{b_1}{\lambda^2 - \lambda_1^2}$

+ $\frac{b^2}{\lambda^2 - \lambda_2^2}$, anziché una, non sembrando conveniente la frazione $\frac{b_1(\lambda^2 - \lambda_1^2)}{(\lambda^2 - \lambda_1^2)^2 + \lambda_1^2 \lambda^2}$, impiegata dal Ketteler, nel caso della dispersione anomala.

MATHIAS E. *Su due gruppi notevoli di luoghi geometrici* (pp. 479-487).

SWINGENDAW R. *Sul ritardo di scarica* (pp. 487-493). — Fatta brevemente la storia relativa al fenomeno preso in esame e descritto l'apparecchio adoperato nelle sue esperienze, l'A. conclude che: gli eccitatori ben puliti piazzati nell'aria libera non presentano ritardo di scarica. Circa i risultati di Warburg ¹⁾ ottenuti alla luce ultravioletta, l'A. rileva che que' risultati, anziché confermare l'interpretazione datane dal Warburg stesso, confermano la proposizione già stabilita dall'A. ²⁾, che: *sotto l'azione dei raggi ultravioletti l'abbassamento del potenziale esplosivo è una funzione crescente della velocità di variazione del potenziale fra i poli dell'eccitatore.*

AUBEL E. *Sui calori specifici delle leghe* (pp. 493-497). — In questa Nota, che non è che la prima parte di uno studio sui calori specifici delle leghe, l'A. riferisce i risultati ottenuti dai diversi Fisici, che si sono occupati di un tale argomento, ponendoli in raffronto con quelli che si deducono dalla formula di Regnault,

1) Wied. Ann., t. 59, p. 1, e t. 62, p. 385.

2) C. R., Maggio 1896.

secondo la quale il calore specifico c di una lega, i cui componenti abbiano i pesi p_1 e p_2 e i calori specifici c_1 e c_2 , è dato da:

$$c = \frac{p_1 c_1 + p_2 c_2}{p_1 + p_2}.$$

Pone in rilievo in particolar modo i risultati pubblicati da W. Spring, nei *Bulletins de l'Académie des Sciences de Belgique*, t. 39, secondo i quali il calore specifico della lega di Darcet diminuisce notevolmente da $29^{\circ},0$ a $41^{\circ},5$, e quella di Lipowitz da $28^{\circ},0$ a $59^{\circ},0$. Rileva anzi la conclusione a cui lo Spring stesso è arrivato, secondo la quale: *le variazioni del calore specifico seguono le variazioni di volume dei corpi per il calore*. Riporta infine i risultati ottenuti per la lega di Lipowitz da Spring e da Mazzotto, facendo rilevare come differiscano fra loro, essendo i valori determinati dal Mazzotto più prossimi a quelli calcolati per mezzo della formula di Regnault, dai quali invece differiscono i valori osservati dallo Spring per questa lega, come differiscono dai valori calcolati, quelli osservati da questo Fisico stesso per la lega di Darcet.

L'A. si riserva di tornare su questa quistione nella seconda parte del suo lavoro e di esaminare se la regola dei miscugli si verifica per la lega di alluminio e di antimonio, corrispondente alla formula $AlSb$.

MOREAU G. *Sui fenomeni termomagnetici* (pp. 497-506). — Una lastra metallica minuta posta in un campo magnetico, normalmente alle linee di forza, e attraversata da una corrente elettrica o calorifica, è la sede di effetti elettrici e calorifici trasversali.

Con una corrente elettrica primaria I , si osserva.

- 1.° Un effetto elettrico o f. e. m. di Hall;
- 2.° Un effetto termico, definito dalla differenza di temperatura *galvano-magnetica*, scoperta da Ettingshausen.

Con una corrente primaria J , si osserva:

- 1.° Un effetto elettrico o f. e. m. *termo-magnetica* scoperta da Nernst e Ettingshausen.

2.° Un effetto termico analogo al fenomeno di Hall, e che si traduce per una rotazione delle isoterme della corrente J , scoperto da Le duc.

L'A. in questa Nota si propone di mostrare che la f. e. m. termomagnetica, o effetto Nernst, è un effetto Hall, di specie particolare. Dopo avere studiato la relazione tra i due effetti e riferiti i risultati delle sue ricerche sulle lamine magnetiche, per le quali sole i due effetti sono nettissimi, l'A. conclude che: *per*

tutti i metalli, eccettuato il nikel, l'effetto termomagnetico è un effetto Hall delle f. e. m. di Thomson.

Prendendo quindi in esame il caso del nikel, l'A. osserva che, non essendo provato finora che le f. e. m. F , corrispondenti all'effetto Peltier, siano le f. e. m. di contatto vero E , si può supporre che le f. e. m. dal coefficiente σ di Thomson non rappresentino le f. e. m. di contatto vero θ tra due parti di uno stesso corpo, a due temperature diverse. Si sa semplicemente che esiste la relazione:

$$\frac{\partial F}{\partial T} + \sigma m_1 - \sigma m_2 = \frac{\partial E}{\partial T} + \theta m_1 - \theta m_2,$$

essendo m_1 e m_2 i metalli di una coppia.

L'A. rileva quindi che si può concepire una classe di corpi pei quali sia $\sigma = \theta$, nella quale rientrerebbero tutti i metalli, all'infuori del nikel, e pei quali il valore di σ , dedotto dallo studio delle coppie, coinciderebbe con quello dedotto dal metodo calorimetrico di Le Roux. In una seconda classe sarebbe il nikel, pel quale l'effetto Thomson, dedotto dal trasporto elettrico del calore, è diversissimo da quello definito da σ , secondo le ricerche di Penrose.

Ammissa questa classificazione, l'A. conclude che si può generalmente affermare che: *l'effetto termomagnetico è un effetto Hall di f. e. m. di contatto vero di Thomson.*

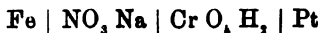
P. BACCIELI.

Zeitschrift für Physikalische Chemie.

Vol. XXXIV, Fasc. 4, 5, 6 e Vol. XXXV, Fasc. 1.

HITTORF W. *Sopra la passività dei metalli* (pp. 386-402). —

L'A. studia lo stato passivo che possono assumere i quattro metalli cromo, ferro, nichel, cobalto, dalla forza elettromotrice che si determina con una combinazione di questa specie:



dove all'elettrolita NaNO_3 , si può sostituire qualunque altro si voglia come HNO_3 ; H_2SO_4 , $\text{Cr}_2\text{O}_7\text{K}_2$, e così via, e invece del Fe si può mettere Cr, Ni; Co. Tale combinazione dà per se stessa una corrente la cui forza elettromotrice minima corrisponde allo stato passivo, che l'A. attribuisce ad uno *stato anormale forzato molecolare*, che si determina in condizioni speciali ma che più o meno rapidamente sparisce per ritornare nello *stato normale attivo*. Perciò l'inattività dei metalli suddetti non dipenderebbe

da uno strato di ossido che si forma alla superficie come opinava il Schönbein.

Il processo generale per determinare lo stato inattivo dei metalli consiste nel loro impiego come anodo di una corrente elettrica di densità opportuna che si fa attraversare nella coppia sopra scritta. La natura dell'anione determina l'elettrolita che si deve scegliere, il catione è affatto indifferente. Il cromo diminuisce come anodo la sua forza elettromotrice in tutti gli elettroliti, la grandezza della diminuzione è differente. Assai maggiore essa è nei sali con cloro, bromo e sali ossigenati che in quelli con jodio, solfocianogeno e azoto. Gli altri metalli assumono lo stato passivo solo in sali ossigenati, e per il ferro anche nei sali col cianogeno. Il tempo che il metallo impiega a ritornare allo stato normale attivo dipende dal tempo che ha durato nello stato anormale passivo. In generale il cromo è più, il cobalto è meno lento a ritornare allo stato normale.

TURIN V. VL. *Di quanto le azioni reciproche delle cariche degli ioni diminuiscono la pressione osmotica* (pp. 403-408). — La pressione P indotta verso l'interno a diminuzione della pressione osmotica è espressa da:

$$P \text{ (in dine per cmq.)} = 1.158 \times 10^{11} \cdot K \cdot D^{-1} \cdot q \cdot a^{-1}$$

dove K è mille volte la concentrazione degli ioni divisa per il peso equivalente; D , la costante dielettrica della soluzione e come prima approssimazione quella dell'acqua; q la carica \pm di un ione; a è il raggio dello spazio sferico occupato dalla soluzione.

FINDLAY A. *Teoria della precipitazione frazionata di sali neutri e suo impiego nella chimica analitica* (pp. 409-436). — Se due sali in soluzione danno origine per l'aggiunta di un terzo sale a due sali insolubili, non è che prima precipiti il più insolubile e poi l'altro meno insolubile; ma la precipitazione dipende dall'equilibrio indotto dalla concentrazione degli ioni in soluzione, raggiunto il quale i due sali precipitano insieme. Così per la reazione reversibile fra soluzioni di ioduro e solfato di sodio, con soluzione di nitrato di piombo, si può avere, un precipitato di solo ioduro di piombo o solo solfato di piombo, o di tutti e due assieme a seconda delle rispettive concentrazioni degli ioni J e SO_4 . E precisamente la costante d'equilibrio dipende da

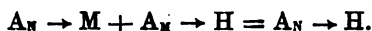
$$\frac{C_{\text{ioni } J}}{C_{\text{ioni } SO_4}} = K$$

che per il caso considerato dall'A. trova un valore fra 0,25 e 0,30 a 25°. Raggiunto questo valore, ioduro e solfato di piombo preci-

pitano insieme e a seconda che $O_J^2 \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} CSo$, si ha o solo ioduro o solo solfato. La velocità di separazione del ioduro di piombo è maggiore di quella del solfato. La costante d'equilibrio per i sali detti determinata per via elettrica corrisponde a quella trovata per via analitica.

BAKHUIS ROOZEBOOM H. W. *Il ferro e l'acciaio considerato nella regola delle fasi* (pp. 437-487). — L'A. appoggiandosi principalmente sul lavoro di Roberts-Austen (*Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers* 1897 e 1899) trasforma le curve date dal Roberts-Austen, secondo la regola delle fasi per stabilire la formazione a seconda della quantità di carbonio e del punto di solidificazione, della ferrite, martesite, cementite, grafite, sorbite, troostite, austenite, perlite. Accenna alla struttura molecolare del carbonio sciolto nel ferro studiato già dal Jüptner, dal Roberts-Austen e Stansfield, e alla diffusione del carbonio nel ferro.

LUTHER R. e WILSON D. R. *Sopra il potenziale elettrico per sostanze che hanno più forme d'ossidazione - I* (pp. 488-494). — Dal momento che la trasformazione di energia nelle isoterme reversibili è un processo indipendente dalla via che si segue ma dipendente solo dallo stato iniziale e finale, così pure, indicando con A il lavoro, N, M, H, la forma di ossidazione rispettivamente minore, media e massima, si ha la relazione



Questo lavoro può essere misurato dalla energia elettrica impiegata per determinare il sistema reversibile. Gli autori studiano il caso per il cloruro e bromuro rameoso ottenendo risultati concordanti con la teoria.

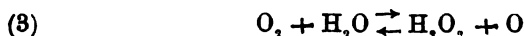
OSTWALD W. *Sopra la supposta isomeria dell'ossido rosso e giallo di mercurio, e sulla tensione superficiale dei corpi solidi* (pp. 495-503). — Da esperienze di solubilità dell'ossido rosso e giallo di mercurio in una soluzione normale di bromuro potassico emerge che la differenza fra l'ossido rosso e l'ossido giallo di mercurio non esiste che nella grandezza granulare della sostanza, assai più fina per l'ossido giallo e più grossolana per l'ossido rosso; col semplice sfregamento o triturazione l'uno può trasformarsi nell'altro. La differenza della forza elettromotrice in 0,685 millivolt trovata dal Cohen (*Zeit. für Phys. Ch.* 34-69 e *N. C.* fasc. Novembre-Dicembre, 1900) dipende dalla differenza della solubilità dei due ossidi che è tanto maggiore quanto più la struttura è pulverulenta.

Ora conoscendo la grandezza granulare e le rispettive solubilità si può calcolare il valore della tensione superficiale fra il

corpo solido e la soluzione satura: conoscendo r raggio del grano del corpo (supposto che esso sia sferico) ϕ volume molecolare della sostanza solida riferito al suo peso molecolare in soluzione, c_1 e c_2 le rispettive solubilità per la differente costituzione granulare, la tensione superficiale γ è data da

$$\gamma = \frac{RT}{3\phi \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \ln \frac{c_2}{c_1}}.$$

HABER F. *Sopra l'autossidazione* (pp. 513-521). — L'A. ascrive i fenomeni di autossidazione ad un equilibrio che si stabilisce fra l'ossigeno, l'acqua e l'acqua ossigenata, attribuendo importanza principale nell'ossidazione alla presenza dell'acqua. La spiegazione vien fatta tanto partendo dai principi della termodinamica che dalla teoria atomica ammettendo le seguenti reazioni:



Nel (1) e (3) saremmo nel caso di ossidazione per via umida; nel caso (3) per via secca che si effettua generalmente con molta lentezza per la mancanza di acqua o di un catalizzatore.

MIE G. *Un esempio sul teorema di Poynting* (pp. 522-528). — L'A. dà un esempio nel caso di trasporto di energia nel campo di una corrente costante in cui il campo elettrico e magnetico possiedono un potenziale. Egli considera una conduttura elettrica costituita da due fili lunghissimi paralleli ed eguali. I due fili sono isolati ed alla estremità il potenziale è nullo, cosicchè nei singoli punti contrapposti dei fili il potenziale è eguale. Considera il caso per un sistema di curve dato che le due superfici equipotenziali siano costanti, e ne dà i risultati per un caso particolare di cui porta un disegno.

GOCKEL A. *Relazione fra la polarizzazione e la densità di corrente nei sali solidi e fusi* (pp. 529-558). — Le determinazioni con i sali alcalini non sono sicure perchè influenzate dalle reazioni secondarie dei metalli che si mettono in libertà; risultati sicuri si ottengono con il PbI_2 ; $PbBr_2$; $PbCl_2$; $BiBr_3$; HgI_2 , che furono esaminati a temperature differenti. L'A. applica oltre che la formula di Wiedeburg $p = \frac{Pi}{i + K}$ dove p = polarizzazione; P è il massimo della polarizzazione; i è l'intensità della corrente, K una costante; applica anche la formula logaritmica $pi = p_0 + \gamma \log iw$ dove pi è la polarizzazione corrispondente

alla intensità di corrente i ; w la resistenza della pila polarizzabile, iw perciò è la differenza di potenziale fra gli elettrodi; p_0 è quella parte di polarizzazione indipendente dalla intensità della corrente; γ è una costante. La formula logaritmica dà risultati migliori di quella di Wiedeburg, e i risultati delle due formule non sono sempre fra loro concordanti. Le variazioni rilevanti della polarizzazione colla densità della corrente stanno ad indicare che il fenomeno della polarizzazione è un fenomeno complesso.

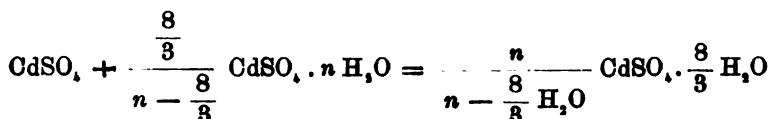
KOHLRAUSCH F. *Modello per rappresentarci la mobilità degli ioni* (pp. 559-560). — È descritto un apparecchio per dimostrare con cilindretti metallici (che rappresentano gli ioni) attaccati a funicelle scorrevoli sopra carrucole la differente velocità di trasporto degli ioni positivi e negativi. Nella nota è data la figura schematica dell'apparecchio, e sono dati pure i dettagli.

RAMBERG L. *Sull'azione del bromo sull'acido acetofenilsolfonico e α -propionfenilsolfonico in soluzione acquosa; contributo alla cinetica chimica* (pp. 561-592). — L'azione del bromo sull'acido acetofenilsolfonico si effettua gradualmente, e la reazione fra il bromo e l'acido α -propionfenilsolfonico è una sostituzione semplice. In ambedue i casi, per soluzioni diluite la velocità di reazione è con grande approssimazione proporzionale al prodotto delle concentrazioni delle sostanze reagenti; mentre per concentrazioni forti la velocità di reazione si può ritenere proporzionale al prodotto della radice quadrata della concentrazione del bromo per la concentrazione dell'acido. La velocità relativa di reazione aumenta con la diluizione.

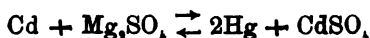
BECKMANN E. *Lampada spettrale* (pp. 593-611). — L'A. descrive una nuova forma di lampada spettrale, fondata sul principio che una fiamma viene intensivamente colorata se la soluzione vi arriva spruzzata in nebbia sottile. La lampada consiste essenzialmente in una pompa premente in comunicazione con un gassometro che comunica con il tubo di porcellana porosa contenente la soluzione. Per la pressione il liquido spruzza fuori e involge la lampada soprastante. Per la figura e dettagli vedere la nota.

COHEN E. *Termodinamica degli elementi normali - II* (pp. 612-631). — I processi termochimici quando un elemento del tipo $\text{Cd} | \text{soluzione diluita di } \text{CdSO}_4 | \text{CdHg}$ lavora, sono misurati da W_1 , calore svolto quando un gr-atomo di Cd è tolto alla amalgama; W_2 , differenza fra il calore di formazione del CdSO_4 e HgSO_4 ; W_3 , calore corrispondente alla reazione per cui il CdSO_4 formatosi toglie acqua alla soluzione satura di solfato di cadmio, e dà $\text{CdSO}_4 \cdot \frac{8}{3} \text{H}_2\text{O}$ che si precipita. W_4 è determinato

sperimentalmente; W_2 è calcolato coi dati termochimici di Thomson considerando che la trasformazione avviene secondo la reazione



dove n rappresenta il numero di molecole d'acqua che si trovano unite ad una molecola di CdSO_4 nella soluzione satura, alla temperatura dell'elemento. La somma di calorie sviluppate ammonta a +47286 cal.; risultato che coincide con quello di 47880 cal. trovato dal Jäger e Wachsmuth per via elettrica. Da ciò la rappresentazione schematica



che si dava finora al meccanismo delle reazioni in un elemento Weston conduce a risultati sbagliati.

COHEN E. *Metastabilità dell'elemento Weston e sua inutilità come elemento normale* (pp. 621-631). — Secondo l'A. il solfato di

cadmio ($\text{CdSO}_4 \cdot \frac{8}{3} \text{H}_2\text{O}$) sotto la temperatura di 15° può sussistere in due modificazioni; così in due differenti modificazioni può sussistere l'amalgama di Cd sotto i 23°. Queste due modificazioni inducono una differenza notevole nella f. e. m. dell'elemento. Le determinazioni sull'elemento Weston fatte nel *Reichsanstalt* si riferiscono all'elemento metastabile, e la formula per la temperatura determinata dal Jäger e Wachsmuth si riferisce fino a 23° all'elemento metastabile, e dopo i 23° all'elemento nella forma stabile, perciò solo dai 23° in poi l'elemento sarebbe utile come elemento normale.

LÖB W. *Studi sulla riduzione per via elettrolitica* (pp. 641-669). — L'A. tende a dimostrare che la riduzione elettrolitica non dipende esclusivamente dal potenziale del catodo, (come secondo Haber) ma dagli ioni che vanno al catodo per separarvicisi e di là tendono a ritornare in soluzione colla loro determinata tensione elettrolitica di soluzione. Cerca di stabilire (adoperando elettrodi di mercurio) come avviene la partizione fra la riduzione e la formazione della amalgama, adoperando differenti depolarizzatori. Il metallo che entra a formare l'amalgama si sottrae all'azione riducente; il depolarizzatore impedirebbe perciò la formazione dell'amalgama. Dà i risultati per la riduzione del nitrobenzolo in azobenzolo, e in benzinidina, del nitrobenzolo in

azossibenzolo, dell'azossibenzolo in benzinidina. Nella memoria vi è una dettagliata descrizione con figura dell'apparecchio usato e dei metodi.

DE HEMPTINNE A. *Il magnetismo ha una influenza sulle reazioni chimiche?* (pp. 669-682). — È dimostrata teoricamente l'influenza del magnetismo sugli equilibrii chimici; influenza però che è così piccola da sfuggire alla prova sperimentale. Tantochè anche in un campo magnetico di 30,000 unità la conducibilità elettrica non viene sensibilmente alterata. Avendo il magnetismo una certa azione sulle radiazioni luminose così sarebbe prevedibile una modificazione nella velocità di quelle reazioni che si compiono per effetto della luce. Esperienze fatte però col gas mescolanza cloro idrogeno, non accennarono a nessuna alterazione nella velocità di reazione.

DUHEM P. *Le trasformazioni continue e la termodinamica* - VII (pp. 683-700). — L'A. tratta di alcuni metodi di approssimazione secondo cui si studia un sistema che dipende da due variabili con una isteresi. § 1. Apparenti interruzioni nel cammino di alcune trasformazioni continue dei metalli. § 2. Sopra un sistema in cui la tempera induce solo trasformazioni secolari. § 3. Calcolo approssimato di una trasformazione continua.

BOSE E. *Ricerche sulla forza elettromotrice attivata dai gas elementari* (pp. 701-760). — È un lavoro esteso che viene dallo stesso A. così riassunto: La f. e. m. attivata dai gas elementari si produce per la loro solubilità nei metalli che costituiscono gli elettrodi. I gas sciolti nei metalli si possono riguardare come completamente dissociati nei loro atomi e ciò per il forte potere dissociante del metallo stesso. Gli ioni che determinano una forza elettromotrice sono già preformati negli elettrodi. La tensione elettrolitica di soluzione è determinata dal prodotto della pressione osmotica degli ioni preformati, per un fattore costante per ogni solvente, che si designa semplicemente come un coefficiente di partizione. Sotto questo aspetto si può stabilire la teoria delle pile a gas in cui si ha formazione del solvente. La saturazione degli elettrodi è una lenta diffusione del gas nell'elettrodo metallico. La pila Grove è reversibile alla pressione atmosferica, però possiede una f. e. m. superiore alla prevista. La pila idrogeno-ossigeno in solvente acido differisce da quella in solvente alcalino per il luogo di formazione di acqua, che nella pila ad acido si forma all'elettrodo ossigeno, in quella alcalina all'elettrodo idrogeno. Il secondo punto di dissociazione dell'acqua corrisponde ad un processo irreversibile.

JAHN H. *Sulla questione del grado e dell'equilibrio di dissociazione per elettroliti fortemente dissociati* (pp. 1-10). — Vedi la

nota precedente (*Zeitsch. f. physik. Chem.* 33, 545, 1900). L'A. dimostra che la formula del Nernst si può ottenere anche senza prendere in considerazione la pressione osmotica, ma impiegando convenientemente la formula di Planck.

Da alcune considerazioni e dati sperimentali rileva che la legge di diluizione di Ostwald solo per soluzioni assai diluite si verifica con molta approssimazione: inoltre anche per soluzioni diluite la mobilità degli ioni varia con la concentrazione, cosicchè è da rigettarsi la conducibilità elettrica come misura del grado di dissociazione; la sola formula di Nernst apre la via per avere qualche dato sicuro sul grado di dissociazione solo naturalmente per soluzioni diluite; ma per soluzioni un poco più concentrate si è ancora al buio.

VAN LAAR J. J. *Relazione fra il calore di soluzione e la solubilità negli elettroliti* (pp. 11-17). — L'A. mette in confronto la formula del van't Hoff con la sua per il calore di soluzione negli elettroliti, e ciò per far rilevare in qual misura i risultati si scostano dalla formula stessa.

KRÜGER F. *Risposta ad alcune osservazioni del signor Lehfeldt sulla pressione elettrolitica di soluzione* (pp. 17-22).

BODLAENDER G. *Sulla solubilità dei carbonati alcalino-terrosi per azione dell'acqua contenente acido carbonico* (pp. 23-32). — Prendendo in considerazione il grado di dissociazione dell'acido carbonico dei carbonati e libero si arriva alla formula

$$\sqrt[3]{K_1} = \frac{\text{HCO}'_3}{12.69 \sqrt[3]{\text{CO}_2}}$$

dove K_1 è una costante per ciascun carbonato alcalino terroso, la quale si verifica abbastanza bene per il carbonato di calcio e di bario.

Un altro fattore di cui si deve tener conto è l'idrolisi del carbonato. Così la concentrazione degli ioni OH' è anche per l'idrolisi del carbonato di calcio eguale a quella degli ioni HCO'_3 . Perciò, essendo $0,74 \cdot 10^{-7}$ la dissociazione dell'acqua a 16° , è

$$\frac{\text{CO}_3 \cdot \text{H}'}{\text{HCO}'_3} = \frac{\text{CO}_2 \cdot (0,74)^2 \cdot 10^{-14}}{(\text{HCO}'_3)^2} = 1,295 \cdot 10^{-11}$$

$$\frac{\text{CO}_3}{(\text{HCO}'_3)^2} = 2365. \quad \text{Ora } \text{CO}_3 + \text{HCO}'_3 = \text{Ca}^*$$

perciò

$$\frac{(\text{Ca}^* - \text{HCO}'_3)}{(\text{HCO}'_3)^2} = 2365$$

e ponendo $\text{Ca} = 13,1 \cdot 10^{-5}$ si ottiene $\text{HCO}'_3 = 10,51 \cdot 10^{-3}$ e l'i-

drolisi eguale a 80 %; valore assai approssimato al 83.4 % trovato per altra via. Analogamente per il carbonato di bario. Per il carbonato di magnesio avvengono trasformazioni secondarie come la formazione di complessi molecolari e sviluppo di CO_2 .

OSTWALD W. *Mutamenti periodici durante la soluzione del cromo negli acidi* - I (pp. 33-76). — La soluzione del cromo negli acidi si effettua con uno sviluppo di idrogeno la cui velocità varia periodicamente da un massimo fino a scendere ad un minimo e successivamente ritornare ad un massimo ecc. Mediante l'apparecchio usato dall'A., consistente in un matraccetto con tappo, entro cui sta fisso un tubo a cloruro di calcio e che comunica con un tubo capillare, si può fare in modo che il differente efflusso di gas dal tubo venga segnato da una penna di vetro mobile sopra un nastro di carta scorrevole, su cui si vedono disegnati nettamente i periodi. Nella memoria sono intercalate 47 figure. Il fenomeno dipende dal metallo, dalla natura dell'acido e dagli agenti catalitici come sarebbero il ioduro potassico, solfocianuro potassico, formaldeide ecc., e dagli agenti ossidanti come l'acido nitrico, clorico, cromatico che accelererebbero i periodi.

JAN VON ZAWIDZKI. *Per la conoscenza della composizione degli strati superficiali delle soluzioni acquose* (pp. 77-80). — È proposto un metodo sperimentale per determinare la composizione degli strati superficiali delle soluzioni. L'A. impiega soluzioni di acido acetico e acido cloridrico in cui aggiunge della saponina, e fa attraversare questa soluzione da una corrente di aria raccogliendo convenientemente la schiuma. Le differenze di concentrazione sono troppo piccole per poter trarre delle conclusioni. L'alcool e l'acido isobutirrico impediscono la formazione della schiuma e ciò dipende dalla forte diminuzione della tensione superficiale dell'acqua per la loro presenza.

HABER F. e BRAN F. *Sull'autossidazione* - II (pp. 81-93). — Sono riportate dagli AA. alcune prove sperimentali per la teoria sull'autossidazione esposta nella prima nota (*Zeitsch. f. Phys. Ch.* 34, 513). Le reazioni sono determinate da due sostanze di cui una è sensibile e l'altra indifferente all'acqua ossigenata. Gli esempi sono i seguenti

Sensibile all' H_2O	Indifferente all' H_2O
1 Solfito di sodio	Arsenito di sodio
2 " "	Ossidulo di nichel
3 Indaco (benzaldeide come catalizzatore)	
4 Trietilfosfina	Indaco
5 Ferrocianuro potassico	Benzaldeide.

TANATAR S. e KLIMENKO B. *Formazione di sali in soluzione alcoolica* (pp. 94-95). — Sono riportati alcuni altri esempi di

neutralizzazione di KOH e NH_3 con alcuni acidi studiati dal lato termochimico in continuazione al lavoro di cui è riferito nello *Zeitsch. f. Phys. Chem.* 27. I risultati sono raccolti nella seguente tabelletta:

	Effetto termico		Calore di neutralizzaz.		Temperatura
	con KOH	NH_3	KOH	NH_3	
Acido propionico.	0,804°	1,157°	8,174 cal.	11,763 cal.	16,5° — 19,5°
» caprilico .	0,879	1,139	8,937	11,580	
» ippurico. .	0,800	1,145	8,134	11,641	
» acetico . .	0,729	1,232	7,412	12,526	
» cloroacetico	0,784	1,419	7,971	14,427	

JAEGER W. e LINDECK ST. *Sopra l'elemento Weston.* — Osservazioni sopra una pubblicazione del Sig. E. Cohen (pp. 98-99). — Gli A. fanno osservare come fosse già noto il fenomeno di trasformazione dell'elemento Weston, fenomeno però che già a $+10^\circ$ non dava differenze così notevoli da rifiutare l'elemento come elemento normale. Inoltre l'amalgama di cadmio impiegata nel Reichsanstalt è al 13 %, mentre il Cohen adoperava il 14.3 %₁₀₀. Dalle numerose esperienze istituite si può ritenere in via assoluta come adattatissimo l'elemento Weston come elemento normale.

Dott. R. SALVADORI.

Philosophical Magazine. Vol. 49, Febbraio e Marzo 1900.

RUTHERFORD E. *Radioattività prodotta nelle sostanze per l'azione dei composti del torio* (pp. 161-192). — L'A. mostrò già in un precedente lavoro (v. fasc. Gennaio 900) che dai composti del torio, e specialmente dall'ossido, si ha un'emanazione che rende radioattivi i corpi ad essi vicini — Tutti i corpi, se nessuno è elettrizzato, acquistano tal proprietà; se sono elettrizzati, diventano radioattivi quelli negativi. Ciò permette di concentrare l'azione su un filo sottile.

La radiazione è limitata alla superficie dei corpi, e non dipende dall'esser questi conduttori o coibenti; decresce in progressione geometrica col tempo, e dopo 11 ore è ridotta alla metà; non dipende nè dalla natura nè dalla pressione del gas, eccetto che a basse pressioni nel qual caso decresce con la pressione.

La radiazione di un filo di platino non è alterata mettendo il filo in una fiamma, nell'acqua calda o fredda, o nell'acido nitrico, ma è tolta rapidamente dall' HCl e dall' H^+SO^4 . La soluzione evaporata lascia un residuo radioattivo.

Secondo l' A. questi fatti si spiegano ammettendo che dai composti del torio si staccino delle particelle che si elettrizzino positivamente attraversando il gas, e che vadano a depositarsi sui corpi elettrizzati negativamente.

SEARLE G. F. C. *Sull' elasticità dei fili* (pp. 193-199). — Il filo da studiare è teso fra due sbarre metalliche pesanti, che sono perpendicolari al filo. Sospendendo il sistema in modo che il filo sia orizzontale e avvicinando tra loro due delle estremità delle sbarre e poi lasciandole libere, il filo oscilla sotto l'azione dell' elasticità di flessione. Sospendendo invece il sistema col filo verticale e facendo ruotare la sbarra inferiore, si hanno oscillazioni dovute alla torsione. Dal confronto dei periodi di oscillazione, si deduce il coefficiente σ di Poisson. Per diversi fili trovò così valori di σ superiori a $\frac{1}{2}$, e ciò mostra che quei fili non sono isotropi.

WRIGHT H. R. *Sulla fotometria della riflessione diffusa della luce da superficie non levigate* (pp. 199-216). — È uno studio sperimentale delle leggi di Lambert $q = I' ds \cos i \cos \varepsilon$ e di Lommel-Seeliger $L = \Gamma ds \frac{\cos i \cos \varepsilon}{\cos i + \cos \varepsilon}$ eseguita con uno spettrofotometro di Glan, per la luce diffusa da corpi ottenuti comprimendo fortemente delle polveri colorate.

L' A. trova che la luce ordinaria non è polarizzata per diffusione; che la intensità della luce diffusa sotto gli angoli ε e $-\varepsilon$ è la stessa qualunque sia l'azimut e che non vi è riflessione regolare. La legge della emissione per un'incidenza data è indipendente dal colore; ma parrebbe che l'intensità della luce diffusa non fosse simmetrica rispetto a i e ad ε . La formola di Lambert è vera per i costante e per ε variabile, ma non per ε costante e i variabile.

JOHNSON K. R. *Sulla teoria della funzione del condensatore in un rocchetto d' induzione* (pp. 216-220). — L' A. rende conto teoricamente dei risultati ottenuti dal Mizuno (*N. Cim.* (4), 8, p. 239) mostrando che la lunghezza della scintilla nel secondario deve crescere fino a quando la capacità del condensatore non è tale da impedire la formazione della scintilla nell' interruttore. Crescendo la capacità da quel punto in poi, la scintilla del secondario diminuisce, perchè diminuisce la differenza di potenziale agli estremi dell' interruttore, e quindi diminuisce l'intensità della corrente inducente.

Lord RAYLEIGH. *Sul passaggio dell'argo attraverso il caoutchouc* (pp. 220-221). — L'argo attraversa il caoutchouc più rapidamente dell'azoto ma non in modo da permettere una concentrazione utile dell'argo dall'azoto atmosferico.

LEES C. H. *Sulla conduttività di alcuni mezzi eterogenei per un flusso continuo che ammette un potenziale* (pp. 221-226). — L' A. studia un mezzo formato da due specie di lunghi prismi a base quadrata, ciascuna delle quali ha una conduttività propria, e trova che se gli assi dei prismi son perpendicolari ai piani di flusso, e K_1 e K_2 sono le conduttività delle due sostanze, e p_1 e $1 - p_1$ sono i volumi relativi dei componenti, la conduttività del mezzo così formato è

$$K = K_1^{p_1} \cdot K_2^{(1-p_1)}.$$

BURBURY S. H. *La legge della distribuzione dell'energia cinetica*. (pp. 226-228). -- Riferendosi al precedente articolo di Lord Rayleigh (*N. C.* (V), 1, p. 79), l'A. mostra che non si può ritenere che in tutti i casi nei quali un dato numero di particelle di masse disuguali è in moto stazionario, ciascuna particella abbia la medesima energia cinetica media. Infatti si può immaginare un sistema di due sfere di masse disuguali, oscillanti fra due piani paralleli elastici, e urtantesi scambievolmente lungo la normale comune ai due piani; il movimento è in tal caso stazionario, ma le energie cinetiche sono disuguali — perchè sono uguali i momenti ma disuguali le masse. — L'A. mostra inoltre che nella dimostrazione del noto teorema della teoria cinetica si suppone che la probabilità che le velocità delle molecole sieno comprese fra dati limiti, sia indipendente delle molecole.

MC AULAY A. *Note sulla teoria elettromagnetica della luce*. — I. *Proprietà geometriche delle superficie d'onda etc.* — II. *Riflessione e rifrazione nei cristalli, trattata con un teorema di Hamilton* (pp. 228-242). — Non si presta ad esser riassunta.

JEANS J. H. *La scarica elettrica striata* (pp. 245-262). — Studiando la distribuzione della forza elettrica lungo la scarica, J. J. Thomson (*N. C.* (4), 10, p. 67) ottenne un'equazione differenziale, una cui soluzione era rappresentata da una curva continua, volgente la convessità all'asse delle ascisse lungo il quale si rappresentavano le distanze dall'anodo. E poichè dove si ha luminosità tale curva dovrebbe rivolgere la concavità all'asse delle ascisse, la soluzione indicata dal Thomson corrisponderebbe al caso della scarica oscura.

Ora l'A. mostra come fra le infinite soluzioni dell'equazione differenziale anzidetta vi sia anche una soluzione che, rappresentata graficamente, presenta periodicamente delle concavità e delle convessità all'asse delle x , e quindi può rappresentare il caso della scarica striata. Per ottenere quella soluzione bisogna però fare l'ipotesi che nella scarica si presentino delle forze che impediscano agli ioni di acquistare una densità elettrica infinita.

MORE L. T. *Sulla coincidenza dei raggi rifratti luminosi nei mezzi cristallini* (pp. 262-274). — È uno studio delle condizioni nelle quali deve propagarsi la luce perchè il raggio ordinario coincida con quello straordinario; ma non si presta ad un breve sunto.

HOSKING R. *Viscosità delle soluzioni* (pp. 274-286). — Col metodo di Poiseuille l'A. ha determinato la viscosità dell'acqua e delle soluzioni di sal marino e di zucchero. Egli fa notare l'importanza che tali misure hanno per la teoria dei liquidi.

LEES C. H. *Sulla conduttività termica dei miscugli e dei loro componenti* (pp. 286-293). — Se K_1 e K_2 sono le conduttività e p_1 e p_2 i volumi dei costituenti, la conduttività del miscuglio è stata rappresentata con le tre formule

$$K = \frac{p_1 K_1 + p_2 K_2}{p_1 + p_2}, \quad \frac{1}{K} = \frac{p_1}{p_1 + p_2} \frac{1}{K_1} + \frac{p_2}{p_1 + p_2} \frac{1}{K_2},$$

$$\log K = \frac{p_1 \log K_1 + p_2 \log K_2}{p_1 + p_2}.$$

Dalle esperienze dell'A. risulta che nessuna corrisponde al vero, e che le discordanze maggiori si hanno con la prima.

I risultati sperimentali sono abbastanza bene espressi da una formula empirica

$$K'' = \frac{p_1 K_1'' + p_2 K_2''}{p_1 + p_2}.$$

STRUTT R. J. *Sulla scarica dell'elettricità nell'argo e nell'elio* (pp. 293-307). — La differenza di potenziale fra il catodo e l'estremità della luminosità catodica è, secondo Warburg, costante per ciascun gas qualunque sia la pressione del gas e l'intensità della corrente, e per l'idrogeno ha il valore di 300 volta. L'A. ha studiato tal caduta di potenziale nell'argo e nell'elio e l'ha trovata di 226 e di 167 volta rispettivamente. Con un catodo di alluminio, tal caduta è nell'argo di soli 100 volta, e l'alluminio si disgrega.

Con tubi a rarefazione senza elettrodi, nell'argo si ha una luce verde ad alta pressione e luce bleu a bassa pressione.

La conduttività dell'elio sotto l'azione dei raggi Röntgen fu infine trovata circa la metà di quella dell'aria.

MORRIS-AIREY H. *Su un'esperienza relativa all'ipotesi della convezione elettrolitica nei tubi di Geissler* (pp. 307-309).

THOMSON J. J. *Sulla Nota di H. Morris-Airey sulla conduzione elettrolitica nei gas* (p. 404). — Secondo il Thomson sotto l'in-

fluenza della scarica il cloro è trasportato attraverso l'idrogeno; perohè facendo arrivare una piccola quantità di cloro in un tubo di Geissler contenente idrogeno, durante la scarica si hanno le strie del cloro solamente all'anodo, anche invertendo il senso della scarica. Il Morris-Airey ritiene che ciò sia dovuto alla differenza di temperatura ai due elettrodi. Egli osserva cioè che in un tubo doppiamente ricurvo $AA'BB'$ a 4 elettrodi, se A' e B' servono da elettrodi il cloro si osserva non solo in vicinanza di A' , ma in tutta la porzione AA' che non è attraversata dalla scarica — e ciò è contro l'ipotesi del Thomson.

Questi peraltro fa osservare che l'effetto osservato dal Morris-Airey è dovuto soltanto alla diffusione dovuta all'eccesso di pressione causata dal cloro che è in vicinanza dell'anodo. Inoltre il Thomson fa notare che egli introduceva molto minor quantità di cloro, e che quando si invertiva la scarica le righe del cloro persistevano per qualche istante al catodo e non apparivano all'anodo; che poi per un po' di tempo non apparivano a nessun de' due elettrodi e che infine brillavano al nuovo anodo soltanto. Ciò dimostra la realtà della convezione.

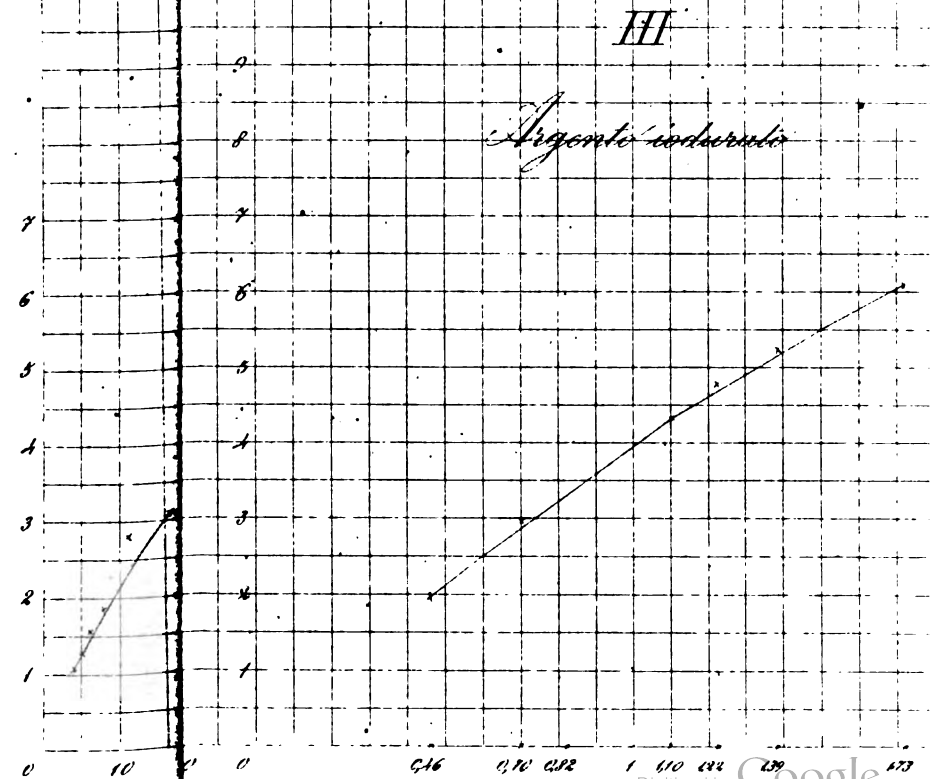
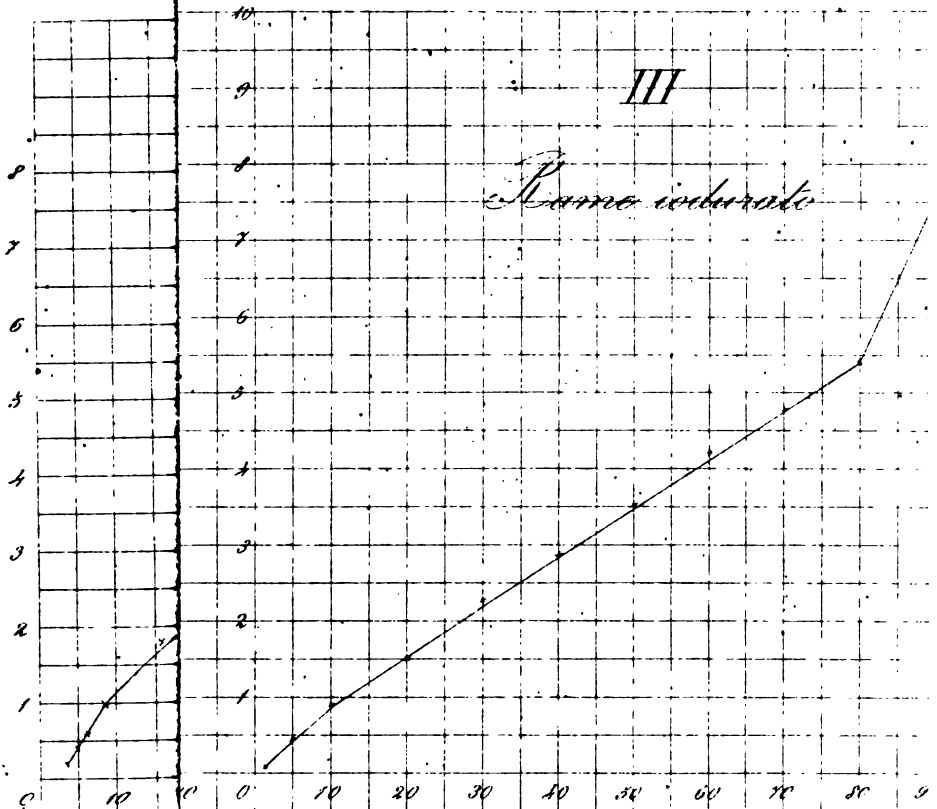
BARRETT W. F. *Su alcuni nuovi fenomeni termoelettrici* (pp. 309-316). — È un'isteresi termoelettrica, che l'A. ha costata in un acciaio al nichel, il quale con il rame forma una coppia termoelettrica il cui punto neutro è a temperatura diversa secondo che tale acciaio si riscalda o si raffredda.

THOMPSON S. P. *Sulle lenti cilindriche incrociate obliquamente* (pp. 316-324). — Se due lenti cilindriche si sovrappongono con gli assi inclinati d'un angolo variabile, si ha un sistema di convergenza variabile, o una lente cilindrosferica uno dei cui elementi si può mutare a volontà. La nota contiene la trattazione analitica del sistema.

Lord RAYLEIGH. *Sulla legge della reciprocità nella riflessione diffusa* (pp. 324-325). — Circa la mancanza di simmetria osservata dal Wright nella diffusione della luce (cfr. sopra p. 237) l'A. fa notare che essa deve dipendere da errori sperimentali, perchè tal dissimmetria non sarebbe teoricamente ammissibile.

A. STEFANINI.

PIETRO SALVIONI, *gerente responsabile.*



**SULL' ENERGIA ASSORBITA DALLA SCINTILLA NEI VARI STADI
DELLA RADIAZIONE CATHODICA.**

Nota del Prof. PIETRO CARDANI.

Traendo partito dalla distribuzione dell'energia nel circuito di scarica di un condensatore, mi è stato possibile in un precedente lavoro ¹⁾ di stabilire il valore da assegnarsi alla resistenza della scintilla che del circuito faceva parte integrante. Di più, con l'uso delle scariche impulsive, ho potuto ottenere una quantità costante di energia disponibile e seguire le modificazioni che presentava la sua distribuzione nel circuito col variare della distanza esplosiva e della pressione del gas attraversato dalla scarica e perciò conoscere ancora le modificazioni della resistenza della scintilla in queste diverse condizioni.

Riguardo alla pressione queste mie esperienze si estesero da quella normale a quella di circa 0,1 mm. di mercurio, la più bassa che mi fu consentito di raggiungere, data la speciale costruzione dello spinterometro ed i mezzi di rarefazione di cui poteva disporre: ed ho trovato che, per una determinata distanza esplosiva e col progredire della rarefazione, l'energia assorbita dalla scintilla, che si mantiene quasi costante finchè essa presenta la forma comune di nastro brillante, aumenta rapidamente quando la scintilla assume la forma di fiocco; raggiunge un massimo quando la trasformazione è completa, e, se la distanza esplosiva è sufficiente, l'energia assorbita dalla scintilla in questo valore massimo rappresenta la quasi totalità dell'energia disponibile. Finalmente, seguitando nella rarefazione, l'energia che si dissipa nella scintilla torna di nuovo a diminuire col diffondersi del fiocco, finchè assume un piccolissimo valore per la più bassa pressione raggiunta,

1) Nuovo Cimento, serie 4., vol. 11. Febbraio 1900.

quando cioè cominciano a prevalere nella scarica i fenomeni catodici.

Le attuali ricerche, avendo di mira di determinare come si modifica l'energia che viene assorbita dalla scintilla col progredire della rarefazione partendo appunto da quelle pressioni nelle quali cominciano a prevalere i fenomeni catodici, possono considerarsi come un complemento delle prime: se non che mi sono in queste ricerche soltanto limitato a studiare le modificazioni dell'energia assorbita dal gas attraversato dalla scarica senza preoccuparmi di assegnare un valore per la resistenza, sembrandomi che, se si poteva parlare di una resistenza propria della scintilla per pressioni relativamente elevate, finchè cioè l'energia assorbita rimane quasi tutta localizzata nella scintilla medesima, non era più il caso di parlarne per quelle rarefazioni estreme nelle quali una parte non piccola dell'energia assorbita dalla scintilla si dissipa nelle pareti del tubo di scarica e si diffonde nello spazio circostante.

Qualche notizia sull'energia assorbita dalla scintilla nei vari stadi della radiazione catodica si trova nelle ricerche del Villard sull'*afflusso catodico* ¹⁾). Come è noto, la radiazione catodica incomincia con lo spazio oscuro che partendo dal catodo va gradatamente invadendo col progredire della rarefazione tutto il resto del tubo: e le esperienze del Villard tendono a dimostrare che il fascio catodico parte da quei punti del catodo sui quali giunge l'afflusso catodico. La superficie irradiante che da principio è costituita da tutta la superficie del catodo, va in seguito, cioè col progredire della rarefazione, diminuendo di estensione, così che, se il catodo ha la forma di disco, va raccogliendosi verso la regione mediana di esso, finchè si riduce ad un filamento centrale esilissimo per quelle rarefazioni per le quali i raggi del Röntgen assumono una grande intensità; d'altra parte le esperienze recenti del Wehnelt ²⁾ dimostrano che la corrente di scarica parte soltanto da quella porzione del catodo da cui emana la radiazione catodica.

1) Journal de Physique, serie 3., tomo 6, pag. 1 e 148. 1899.

2) Physikalische Zeitschrift, 2 Jahrgang, n. 22, pag. 334. 1901.

Secondo il Villard la resistenza del tubo, misurata col solito metodo della scintilla laterale equivalente, è intimamente legata alle diverse fasi dell'afflusso catodico e quindi anche della radiazione catodica: essa cioè rimane costante e molto piccola (pochi millimetri di scintilla), finchè la superficie da cui parte la radiazione catodica è sufficientemente estesa: cresce quando il fascio catodico si restringe verso la parte centrale del disco e subisce un notevole e rapido incremento quando il diametro della superficie irradiante è ridotto a meno di 1 mm.

Siccome l'energia assorbita dalla scintilla dipende dalla differenza di potenziale che si stabilisce tra gli elettrodi nel momento della scarica, è manifesto che essa dovrà modificarsi insieme con la scintilla laterale e perciò insieme con la resistenza del tubo: così che dalle esperienze del Villard sarebbe ancora lecito concludere che l'energia assorbita dalla scintilla, da principio quasi stazionaria, cresce con la rarefazione e presenta un aumento notevole e rapido per le rarefazioni più spinte: ora siccome appunto a queste rarefazioni molto spinte i raggi X cominciano a rendersi visibili nel crioscopio e in seguito crescono rapidamente di intensità, sembrerebbe che il rapido incremento dell'energia assorbita dalla scintilla nel tubo fosse concomitante con lo sviluppo dei raggi del Röntgen. Una parte di queste mie ricerche è rivolta a meglio precisare questi risultati del Villard.

In secondo luogo, da tutti gli studi finora fatti, sembra oramai accertato che i fenomeni catodici siano indipendenti dalla natura del gas nel quale si manifestano: e specialmente avuto riguardo alla grandissima importanza di questo risultato, che si connette così intimamente con le teorie relative alla costituzione della materia, ho creduto conveniente di dedicare un'altra parte di queste mie ricerche ad un confronto tra le quantità di energia assorbite dalle scintille nei diversi stadi della radiazione catodica in gas che presentassero notevoli differenze nelle loro proprietà fisiche e chimiche.

Per potere poi collegare i risultati delle attuali esperienze con quelli che per pressioni più elevate si trovano pubblicati nel mio precedente lavoro, ho cominciato le misure dell'ener-

gia assorbita dalla scintilla dalla pressione più elevata alla quale, compatibilmente con la distanza tra gli elettrodi del tubo, essa potevasi ottenere, per discendere poi fino a quella pressione per la quale il tubo presentava tale resistenza che la scarica più non poteva attraversarlo.

Ricorderò brevemente la disposizione sperimentale. Le due armature esterne di due condensatori cilindrici di grande modello isolati vennero rispettivamente congiunte con i poli di una macchina Holtz-Woss ed in derivazione fu inserito lo spinterometro principale con una distanza esplosiva di 2 cm. che rimase costante in tutte le esperienze. Le armature interne furono invece riunite tra loro dal circuito nel quale vennero inseriti gli apparecchi necessari per lo studio intrapreso e cioè:

1.° il filo di platino di un termometro-calorimetro a petrolio,

2.° il tubo a vuoto dove avveniva la scarica.

Il circuito era completato con grossi conduttori metallici. In derivazione tra le stesse armature interne fu posta una lunga e sottile colonna d'acqua: così la carica del condensatore poteva sempre regolarmente ottenersi attraverso il conduttore liquido, mentre la scarica impulsiva attraversava quasi interamente il circuito dove era inserito il tubo a vuoto.

Con questa disposizione è chiaro che soltanto una piccolissima parte dell'energia disponibile si manifestava sotto forma di calore nei grossi conduttori che completavano il circuito: essa invece doveva ritrovarsi quasi integralmente distribuita tra il termometro-calorimetro ed il tratto del circuito chiuso dalla scintilla, così che, se l'energia disponibile fosse rimasta costante in tutte le esperienze, si poteva ritenere che l'energia assorbita nella scintilla fosse il complemento di quella che ritrovavasi sotto forma di calore nel termometro-calorimetro a petrolio.

Il tubo a vuoto di forma sferica della capacità di circa 600 cm.³ portava due elettrodi di alluminio, l'uno a forma di disco, l'altro filiforme.

La rarefazione si ottenne mediante una eccellente pompa ad olio sistema Gerik, con la quale si oltrepassava lo stadio

corrispondente ai raggi Röntgen fino a rendere difficile il passaggio della scarica nel tubo.

La misura della quantità di calore, svolta nel termometro-calorimetro da 10 scariche successive, si ottenne leggendo la posizione del menisco del petrolio sulla scala millimetrata del tubo capillare termometrico di 30 in 30 secondi: dalle letture corrispondenti al principio ed alla fine dei 30 secondi in cui avvenivano le scariche si deduceva il calore svolto nelle medesime facendo l'opportuna correzione per il calore scambiato tra il termometro e l'ambiente nello stesso intervallo di tempo. In tutte le esperienze che riferirò in seguito il condensatore venne caricato in modo che l'armatura negativa fosse corrispondente al disco di alluminio del tubo a vuoto.

Ho voluto anzitutto assicurarmi se l'energia disponibile nel circuito di scarica rimanesse sempre la stessa qualunque fosse la pressione esistente nel tubo a vuoto. Siccome la differenza di potenziale all'inizio della scarica in tutte le esperienze si mantenne costante e cioè quella corrispondente alla distanza esplosiva di 2 cm. dello spinterometro principale, mi bastò per risolvere la questione di esaminare se rimanesse costante la quantità di elettricità che attraversava il circuito, la qual cosa ottenni facilmente usando dei processi di misura alcalimetrici ¹⁾. Per questo ho inserito nel circuito uno degli apparecchi che mi avevano servito per altre ricerche dello stesso genere, in modo di poter conoscere la quantità di soda caustica formatasi per un determinato numero di scariche del condensatore. I risultati ottenuti sono riportati qui sotto: la quantità q di soda caustica formatasi dopo 1800 scariche è espressa in cm.³ di soluzione normal-duecentesima.

Pressione interna del tubo: 60 cm. di mercurio.

La scarica ha la forma di nastro brillante.

$q = \text{cm.}^3 0,235$ corrispondenti a *coulomb* 0,113.

Pressione interna del tubo: 10 cm. di mercurio.

La scarica ha la forma di fiocco.

$q = \text{cm.}^3 0,245$ corrispondenti a *coulomb* 0,118.

1) Nuovo Cimento, serie 4., vol. 7, Febbraio 1898.

Pressione interna del tubo: 0,07 cm. di mercurio.
Incominciano i fenomeni catodici.

$$q = \text{cm.}^3 0,230 \text{ corrispondenti a coulomb } 0,111.$$

La pressione nel tubo è tale che i raggi X presentano una grande intensità.

$$q = \text{cm.}^3 0,250 \text{ corrispondenti a coulomb } 0,120.$$

Escluso il tubo dal circuito.

$$q = \text{cm.}^3 0,265 \text{ corrispondenti a coulomb } 0,127.$$

Le esperienze dimostrano in modo evidente che la quantità di elettricità che attraversa il circuito è costante, qualunque sia la pressione nel tubo a vuoto dove salta la scintilla: dunque è anche costante l'energia disponibile nel circuito medesimo.

Come media di molte misure fatte escludendo dal circuito il tubo a vuoto, così che tutta l'energia disponibile doveva manifestarsi nel termometro-calorimetro sotto forma di calore, ho trovato per 10 scintille un numero di divisioni $N_0 = 25,3$.

Le esperienze furono fatte con aria, idrogeno ed anidride carbonica. I tre gas furono introdotti nel tubo dopo essere stati opportunamente disseccati: ed ho procurato di avere l'idrogeno e l'anidride carbonica sufficientemente puri.

Prima di cominciare le misure ho esaminato attentamente le modificazioni che presentava la scintilla nei diversi gas col variare della pressione, e le numerose esperienze fatte in proposito mi hanno dimostrato:

1.° che il processo col quale si modificava l'aspetto della scintilla col progredire della rarefazione era identicamente lo stesso per tutti e tre i gas adoperati,

2.° che per tutte le pressioni misurabili direttamente al manometro, le successive modificazioni dell'aspetto della scintilla si compivano nei diversi gas per gli stessi valori della pressione.

Così per tutti e tre i gas la scintilla cominciava la sua modificazione dalla forma di nastro brillante (rosso per l'idro-

geno, bianco per l'aria, azzurro pallido per l'anidride carbonica) in quella di fiocco alla pressione di circa 230 mm. di mercurio, in tutti e tre i gas la trasformazione era completa per una pressione di circa 100 mm.: così in tutti e tre i gas il catodo cominciava a ricoprirsi di quell'involucro luminoso che prelude la scomparsa della luce positiva alla pressione di circa 6 mm. ed in tutti e tre i gas si osservava sul catodo lo spazio oscuro che segna l'inizio dei fenomeni catodici, alla pressione di circa 1 mm.

Poichè adunque per tutte le pressioni misurabili al manometro, la forma della scintilla è caratteristica di un determinato valore della pressione ed è indipendente dalla natura del gas, mi sembra che altrettanto possa ammettersi per quelle pressioni non misurabili direttamente al manometro per le quali si manifestano i fenomeni catodici; che cioè nei vari stadi della radiazione catodica allo stesso aspetto del tubo corrispondano le stesse condizioni meccaniche del gas in esso contenuto.

Ed è appunto riferendomi allo stesso aspetto della scarica nel tubo che ho fatto il confronto tra le quantità di energia assorbite dalla scintilla nei differenti gas e nei differenti stadi della radiazione catodica.

Per poter poi esattamente giudicare dell'identità dell'aspetto della scintilla nel tubo, ho fatto uso delle correnti indotte di un medio rocchetto di Ruhmkorff: con queste correnti, succedentisi rapidamente l'una all'altra, l'aspetto del tubo assumeva un carattere di continuità utilissimo per il confronto, che invece riusciva oltremodo difficile facendo uso della scarica del condensatore. La distanza dello spazio oscuro dal catodo mi ha fornito un eccellente indizio per questo confronto nei primi stadi della radiazione catodica.

In seguito col progredire della rarefazione mi sono valso di altri fenomeni che accompagnano la radiazione catodica. Ho infatti osservato che quando lo spazio oscuro aveva oltrepassato di poco la metà del tubo, la nebbia, che si trovava diffusa in tutto lo spazio rimanente, abbandonava a poco a poco la regione anticatodica formando una specie di anello all'altezza dell'anodo, sul quale si andava intanto sviluppando un abbon-

dante fiocco biancastro; in queste condizioni il tubo presentava nella regione di fronte al catodo una bella fluorescenza verde in mezzo alla quale cominciava a disegnarsi una macchia meno luminosa. Proseguendo nel far funzionare la pompa, la nebbia si diradava sempre più fino a scomparire ed il fiocco biancastro, raccolto verso l'estremità dell'anodo, diventava vacillante: a questo punto il crioscopio cominciava ad illuminarsi per l'emissione dei raggi X. Con rarefazioni ancora più spinte il fiocco si trasformava in un bagliore azzurrognolo, molto rado, diffuso attorno all'anodo, mentre i raggi X aumentavano rapidamente di intensità; quando poi anche questo ultimo bagliore azzurrognolo era scomparso, il tubo presentava una vivissima fluorescenza ed i raggi X si manifestavano brillantissimi. Era questo l'ultimo stadio perchè proseguendo nella rarefazione la scarica del rocchetto saltava esternamente al tubo.

Nel seguente specchio sono riassunti i risultati di tutte le esperienze fatte: nella prima colonna è riportata la pressione del gas misurata, finchè mi è stato possibile, al manometro: nella seconda colonna si trova riferito l'aspetto della scarica nel tubo nelle condizioni di pressione indicate nella colonna precedente. Nelle tre successive colonne si trovano i valori delle N divisioni osservate nel termometro-calorimetro per i tre gas adoperati, quando il tubo si trovava inserito nel circuito di scarica del condensatore. Nelle altre tre colonne si trovano riportati i valori delle $N_0 - N$ divisioni che si otterrebbero nel termometro-calorimetro se in esso si svolgesse sotto forma di calore l'energia assorbita dalla scintilla ¹⁾. Finalmente nelle ultime tre colonne si trovano i rapporti $\frac{N_0 - N}{N_0}$ tra l'energia assorbita nella scintilla e l'energia totale disponibile nel circuito:

1) Dal calore svolto nel termometro-calorimetro per mezzo di correnti continue in modo da avere le stesse indicazioni che si avevano con le scariche, ho trovato che una divisione del termometro corrispondeva a 0,0855 piccole calorie, e perciò a 0,357 joule di lavoro. Volendo quindi la misura dell'energia in joule, basterebbe moltiplicare i valori di N e di $N_0 - N$ per 0,357.

H mm.	ASPETTO DELLA SCARICA	N			N ₀ — N			$\frac{N_0 - N}{N_0}$		
		aria	idrogeno	anidride carbonica	aria	idrogeno	anidride carbonica	aria	idrogeno	anidride carbonica
760	Scintilla brillante a nastro	—	17,0	—	—	8,3	—	—	0,33	—
650	Id.	12,8	16,2	11,0	12,5	9,1	14,3	0,49	0,36	0,56
320	Id.	10,8	—	8,8	14,5	—	16,5	0,57	—	0,65
130	Scintilla in gran parte a fiocco	2,2	3,8	1,8	23,1	21,5	23,5	0,91	0,85	0,93
76	Fiocco completo.	3,6	5,6	2,9	21,7	19,7	22,4	0,83	0,78	0,88
38	Fiocco più diffuso	6,0	9,2	5,9	19,3	16,1	19,4	0,76	0,63	0,76
6	Fiocco molto diffuso: il disco si ricopre di una specie di lanuggine	16,2	19,4	14,2	9,1	5,9	11,1	0,86	0,23	0,44
0,7	Comincia a staccarsi lo spazio oscuro	21,3	21,4	21,7	4,0	3,9	3,6	0,16	0,15	0,14
—	Lo spazio oscuro è a circa 8 mm. dal disco	22,8	23,0	22,5	2,5	2,3	2,8	0,10	0,09	0,11
—	Lo spazio oscuro è a circa 20 mm. dal disco	22,3	22,5	22,5	3,0	2,8	2,8	0,12	0,11	0,11
—	Lo spazio oscuro è a circa 35 mm. dal disco	21,1	20,8	21,0	4,2	4,5	4,3	0,16	0,18	0,17
—	Lo spazio oscuro è a circa 50 mm. dal disco	19,5	18,5	18,3	5,8	6,8	7,0	0,23	0,27	0,27
—	Fiocco bianchiccio abbondante sull'anodo — Tubo fluorescente	17,5	17,0	17,2	7,8	8,3	8,1	0,31	0,33	0,32
—	Il fiocco si raccoglie all'estremità dell'anodo ed è vacillante — Raggi X molto deboli	12,3	11,9	11,3	13,0	13,4	14,0	0,51	0,53	0,55
—	Il fiocco è ridotto ad un bagliore molto rado attorno l'anodo. Raggi X molto intensi	6,8	7,0	6,0	18,5	18,3	19,3	0,73	0,72	0,76
—	Ogni traccia di luminosità nell'interno del tubo è scomparsa: con la scarica della batteria i raggi X sono brillantissimi.	3,1	4,0	3,0	22,2	21,3	22,3	0,88	0,84	0,88

Dai valori riportati nel precedente specchio si possono trarre facilmente alcune interessanti conclusioni.

Anzitutto, esaminando i risultati ottenuti con l'aria, resta confermato quanto ho già esposto nel mio precedente lavoro, che cioè l'energia assorbita dal gas attraversato dalla scarica presenta una profonda modificazione quando, col procedere della rarefazione, la scintilla abbandona la forma di nastro brillante per assumere quella di fiocco: alla pressione di 100 mm. circa di mercurio, quando cioè la trasformazione della scintilla è completa, l'energia da essa assorbita assume un valore massimo che nelle condizioni di queste esperienze corrisponde a più di 9 decimi dell'energia disponibile; dopo, l'energia assorbita nella scintilla torna rapidamente a diminuire, per raggiungere un valore minimo (circa 1 decimo dell'energia disponibile), quando lo spazio oscuro si trova già staccato dal catodo per una distanza da 10 a 20 mm.

Per cui se si ritiene che l'inizio dei fenomeni catodici abbia luogo quando lo spazio oscuro si distacca dal catodo, l'esperienza dimostra che nei primissimi stadi della radiazione catodica l'energia assorbita dalla scintilla seguita leggermente a diminuire. In seguito, col progredire della rarefazione, l'energia assorbita dalla scintilla torna gradatamente ad aumentare così che, quando il criptoscopio comincia ad illuminarsi per i raggi X, si dissipa già nel tubo circa la metà dell'energia disponibile; proseguendo nel far funzionare la pompa, continua il graduale aumento dell'energia assorbita dalla scintilla, e quando i raggi X raggiungono una grande intensità, l'energia che si dissipa nel tubo ritorna ad essere circa i 9 decimi dell'energia disponibile.

Si può dunque asserire che, per quelle rarefazioni molto spinte per le quali i raggi X modificano così rapidamente la loro intensità, non si osserva riguardo all'energia assorbita nel tubo alcun che di singolare; questo risultato tenderebbe a dimostrare che le modificazioni d'energia nei vari stadi della radiazione catodica non sono affatto collegate con l'emissione dei raggi X, la cui produzione dipende soltanto dalle particolari condizioni nelle quali la parete del tubo viene colpita dal fascio catodico.

Alcune misure, nelle quali era catodo il filo invece del disco, mettono la cosa in completa evidenza. Ho infatti trovato:

1° che, essendo catodo il filo, si aveva già una abbondante emissione di raggi X, quando lo spazio oscuro si trovava a 50 mm. dal disco, e quindi si era ben lontani dall' avere i raggi X quando era catodo il disco medesimo;

2° che, rimanendo costante la quantità di gas contenuta nel tubo, l' energia assorbita dalla scintilla, essendo catodo il filo, era sensibilmente la stessa di quella che veniva assorbita quando era catodo il disco; così che essendo catodo il filo si aveva già un' abbondante emissione di raggi X quando l' energia assorbita nel tubo era solo circa 0,25 della energia totale disponibile, valore molto lontano da quello al quale cominciava ad osservarsi nel crioscopio l' emissione dei raggi X per la radiazione catodica partente dal disco.

Dal confronto poi dei risultati ottenuti con l' aria, l' idrogeno e l' anidride carbonica, si vede manifestamente che in tutti gli stadi della radiazione catodica non si osserva alcuna differenza tra le quantità di energia assorbite nella scintilla, quando il confronto si faccia per eguale aspetto del tubo. Ora se si ritiene, in seguito alle considerazioni precedentemente svolte, che allo stesso aspetto del tubo corrispondano le stesse condizioni meccaniche del gas attraversato dalla scarica, si può concludere che l' energia assorbita nel tubo nelle identiche condizioni della radiazione catodica è indipendente dalla natura del gas in esso contenuto.

È importante notare che ciò non ha più luogo per le pressioni più elevate di quelle corrispondenti ai fenomeni catodici: per queste pressioni più elevate, l' energia assorbita, e quindi anche la resistenza della scintilla, è dipendente dalla natura del gas; è, per esempio, molto maggiore per l' anidride carbonica che per l' idrogeno. Su questi risultati a pressioni più elevate ritornerò in seguito; qui però giova notare che tutti i gas presentano quella notevole modificazione dell' energia assorbita, che ho già notato per l' aria, nel passaggio della scintilla dalla forma di nastro brillante a quella di fiocco, e dal prospetto risulta evidente che la modificazione dell' energia

nei tre gas segue la stessa legge, così che i valori massimi e minimi si ottengono alle stesse pressioni. Questo conferma quanto prima si è detto, che cioè l'aspetto della scarica sia caratteristico di una determinata condizione meccanica del gas e debba quindi considerarsi come un fenomeno d'indole molecolare.

L'energia assorbita nel tubo nei vari stadi della radiazione catodica può modificarsi ancora sensibilmente per il passaggio continuato di scariche successive; l'effetto che si osserva nel tubo è analogo a quello che si ottiene col progressivo diminuire della pressione, cioè l'energia assorbita dal tubo aumenta per un prolungato passaggio delle scariche della batteria. Ecco, per esempio alcuni valori:

la rarefazione del tubo è al principio tale che lo spazio oscuro diffondentesi dal catodo ne dista 5 cm. ;

per le prime scariche si ha	$N = 19,5$	ed	$N_0 - N = 5,8$
dopo 200 scariche	$N = 14,5$	»	$N_0 - N = 10,8$
dopo altre 200 scariche	$N = 12,6$	»	$N_0 - N = 12,7$
dopo altre 500 scariche	$N = 11,4$	»	$N_0 - N = 13,9$

Il limite a cui si può giungere per il valore massimo di $N_0 - N$ dipende dalla rarefazione iniziale: partendo da una rarefazione iniziale più spinta si poteva giungere facilmente col solo passaggio delle scariche all'emissione dei raggi X.

Lasciando il tubo a sè per qualche tempo, esso ritornava nelle primitive condizioni. Non è difficile che queste modificazioni dipendano dalle cariche elettriche che si vanno distribuendo nelle pareti del tubo, le quali, come è noto, esercitano una notevole influenza sulla produzione dei fenomeni catodici.

Istituto Fisico della R. Università di Parma
Gennaio 1901.

DI UNA CLASSIFICAZIONE DEI PROBLEMI DINAMICI,
di GIULIO BISCONCINI.

In questo scritto mi propongo di caratterizzare le forze vive di quei sistemi olonomi, a legami indipendenti dal tempo, i quali, quando non agiscono forze, ammettono un gruppo di integrali fondamentali ¹⁾.

Ho osservato, come la ricerca delle forze vive in questione si può ricondurre a quella di alcuni *tipi primitivi*, noti i quali, tutti gli altri si possono costruire secondo un criterio generale, che sarà esposto nell'ultimo paragrafo.

Mi sono essenzialmente valso dei concetti gruppalı svolti nel classico trattato del Lie, mercè i quali rapidamente e facilmente si arriva alla soluzione dei problemi di questa natura.

Ne è risultata la seguente classificazione dei problemi dinamici *primitivi* nel senso accennato.

1° Un solo integrale:

Punto materiale, che si muove sopra una retta.

2° Due integrali in involuzione:

Punto materiale, che si muove in un piano.

3° I tre integrali delle quantità di moto:

Punto materiale, che si muove nello spazio ordinario.

4° Due integrali delle quantità di moto e l'integrale delle aree relativo al terzo asse:

a) Corpo rigido mobile intorno ad una vite, il cui asse si conservi costantemente parallelo a se stesso e un punto del quale sia costretto a muoversi in un piano ad esso normale.

b) Punto materiale mobile in un piano.

5° I tre integrali delle aree:

a) Corpo rigido con un punto fisso.

b) Punto materiale costretto a rimanere costantemente sopra una sfera.

1) Chiamo integrali fondamentali gli integrali delle quantità di moto e delle aree.

6° I tre integrali delle quantità di moto e un integrale delle aree :

a) Corpo rigido, immerso in un fluido incompressibile indefinitamente esteso, cui sieno permesse traslazioni in ogni senso e rotazioni intorno ad una retta, che si mantenga costantemente parallela a se stessa ¹⁾.

b) Punto materiale mobile nello spazio ordinario.

7° Tutti i sei integrali fondamentali :

a) Corpo rigido libero di muoversi in un fluido incompressibile indefinitamente esteso ¹⁾.

b) Fusso (solido di rotazione a sezione infinitamente sottile) che si trovi nelle stesse condizioni del precedente.

c) Punto materiale mobile nello spazio ordinario.

§ 1. Come introduzione alla ricerca, che mi sono proposto, faccio alcune premesse.

a) Si sa ²⁾, che se un sistema dinamico con n gradi di libertà non soggetto a forze ammette un gruppo di r integrali lineari nelle velocità

$$\sum_1^n A_{ks} q'_s = \text{cost}$$

$$(k = 1, 2, \dots, r),$$

la sua forza viva

$$T = \frac{1}{2} \sum_1^n a_{rs} q'_r q'_s$$

1) Devo alla cortesia del Prof. Volterra la osservazione, che tale sistema, fisicamente considerato, non può dirsi olonomo. La sua forza viva però appartiene certamente ad un qualche sistema olonomo, che si potrebbe costruire p. es. mediante sbarrette articolate. Si può così affermare, che c'è equivalenza analitica fra il problema del moto di un corpo immerso in un fluido incompressibile e indefinitamente esteso e quello di un sistema olonomo così costruito. Sotto questo rapporto parmi giustificato, (per quanto la presente ricerca sia limitata ai sistemi olonomi) di mantenere come interpretazione un sistema di così classica importanza, anche se non olonomo.

2) Cfr. in particolare Tullio Levi Civita " Sul moto di un corpo rigido intorno ad un punto fisso " Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, 5 Luglio 1896.

ammette le r trasformazioni infinitesime

$$Q_k f = \sum_1^n \chi_{ks} p_s$$

$$(k = 1, 2, \dots, r),$$

dove le p_s sono le derivate di una funzione f prese rispetto alle q_s e le funzioni χ_{ks} sono legate alle A_{ks} dalle relazioni:

$$\chi_{ks} = \sum_1^n a^{(s,i)} A_{ki}$$

$$(s = 1, 2, \dots, n; \quad k = 1, 2, \dots, r);$$

intendendosi genericamente con $a^{(rs)}$ l'elemento reciproco di a_{rs} del determinante

$$\Sigma \pm a_{11} a_{22} \dots a_{nn} {}^1).$$

Per definizione ciò equivale a dire, che la forza viva è un integrale del sistema di equazioni a derivate parziali lineari ed omogenee, che si ottengono uguagliando a zero le trasformazioni $Q f$ estese alle velocità, cioè del sistema:

$$(1) \quad \sum_1^n \chi_{ks} p_s + \sum_1^n \chi'_{ks} p'_s = 0,$$

essendosi posto

$$\chi'_{ks} = \sum_1^n \frac{\partial \chi_{ks}}{\partial q'_i} q'_i, \quad p'_s = \frac{\partial f}{\partial q'_s}.$$

È chiaro allora, che per risolvere il problema propostoci, dovremo in generale cercare gli integrali del sistema (1) ed esprimere che la forza viva è ad un tempo la forma quadratica più generale possibile delle velocità q' , ed è funzione dei soli integrali trovati.

b) Escluderemo dalle nostre considerazioni quelle forze vive, le quali non si presentassero come quadriche definite nelle n velocità q', q'_2, \dots, q'_n , ma che dipendendo p. es. solo

1) Ricci. Lezioni di algebra complementare pag. 76.

da $n - m$ fra queste si annullassero coll'annullarsi soltanto di queste.

c) Potrà darsi (e l'esame dei singoli casi avvalorerà la nostra ipotesi), che ρ soltanto delle forme costituenti i primi membri degli integrali ammessi dal sistema sieno funzionalmente indipendenti, nel senso, che fra tutte le forme passino $r - \rho$ relazioni funzionali lineari del tipo:

$$\sum_k^r \psi_{hk} Q_k f = 0$$

$$(h = 1, 2, \dots, r - \rho).$$

Ebbene, avvertiamo, che tratteremo solo il caso, in cui il numero n , grado di libertà del sistema è uguale al numero ρ , riservandoci di dimostrare (§ 10) come la trattazione del caso, in cui n sia maggiore di ρ , si riconduca al precedente.

d) Osserviamo infine, che un sistema dinamico non può ammettere che i seguenti gruppi di integrali lineari nelle velocità:

I. Un integrale fondamentale ¹⁾.

II. Due integrali fondamentali in involuzione.

III. I tre integrali delle quantità di moto.

IV. Due integrali delle quantità di moto e l'integrale delle aree relativo al terzo asse.

V. I tre integrali delle aree.

VI. I tre integrali delle quantità di moto e un integrale delle aree.

VII. I sei integrali fondamentali.

Infatti se p. es. ammettessimo che il nostro sistema comportasse due integrali delle quantità di moto e un integrale delle aree diverso da quello considerato nel IV caso si riconoscerebbe facilmente, che in virtù di un noto teorema di Poisson e delle parentesi, che si possono costruire con gli integrali considerati, che il nostro sistema ammetterebbe il VI gruppo di integrali.

1) Vedi nota alla prefazione.

Analogamente dicasi per gli altri casi, che possono presentarsi ¹⁾.

§ 2. Prima però di passare alla trattazione dei diversi casi suaccennati premettiamo la dimostrazione di un lemma, che varrà a semplificare di molto la discussione che dovremo fare.

Lemma. « Un sistema dinamico con n gradi di libertà, « non soggetto a forze, non può ammettere r integrali lineari « nelle velocità in involuzione non indipendenti, se la sua « forza viva è una quadrica definita in n variabili ».

Sieno

$$Q_k f = \sum_1^n \chi_{ks} p_s$$

$$(k = 1, 2, \dots, r)$$

le trasformazioni infinitesime corrispondenti agli integrali di cui è parola nell'enunciato del lemma. In virtù delle ipotesi fatte avremo:

$$(Q_h, Q_k) f = 0$$

$$(h, k = 1, 2, \dots, r).$$

Supponiamo dapprima, che una delle trasformazioni infinitesime date sia funzione lineare a coefficienti non costanti delle altre indipendenti, cioè si abbia ad es.

$$Q_r f = \lambda_1 Q_1 f + \lambda_2 Q_2 f + \dots + \lambda_{r-1} Q_{r-1} f.$$

Potremo, tenendo conto che devono essere identicamente soddisfatte le uguaglianze:

$$(Q_1, Q_r) f = 0, (Q_2, Q_r) f = 0, \dots (Q_{r-1}, Q_r) f = 0$$

e che le $Q_1 f, Q_2 f, \dots, Q_r f$ sono indipendenti, asserire che:

$$Q_i \lambda_j = 0$$

$$(i, j = 1, 2, \dots, r-1),$$

1) Ciò si potrebbe rilevare senz'altro anche da una tabella data dal Lie, "Theorie der Transformationsgruppen, B. III, pag. 385.

ossia, che le funzioni λ devono essere integrali del sistema jacobiano

$$(1) \quad Q_1 f = 0, \quad Q_2 f = 0, \dots, Q_{r-1} f = 0.$$

Un tal sistema ammette $n - r + 1$ integrali indipendenti, che indicheremo con

$$\Phi_r(q_1 \dots q_n) = \text{cost}, \quad \Phi_{r+1}(q_1 \dots q_n) = \text{cost} \dots \Phi_n(q_1 \dots q_n) = \text{cost}.$$

Si indichi ora con

$$\Phi_k(q_1 \dots q_n) = \text{cost}$$

$$(k = 1, 2, \dots, r-1)$$

un integrale del sistema di equazioni:

$$Q_1 f = 0, \dots, Q_{k-1} f = 0, \quad Q_k f - 1 = 0, \quad Q_{k+1} f = 0, \dots, Q_{r-1} f = 0.$$

(La quale ipotesi è premessa dal momento che i primi membri di queste equazioni sono in involuzione) e si eseguisca sulle (1) la trasformazione di variabili definita dalle formule:

$$x_1 = \Phi_1, \quad x_2 = \Phi_2, \dots, x_{r-1} = \Phi_{r-1}, \quad x_r = \Phi_r, \dots, x_n = \Phi_n.$$

Esse, tenuto conto che si ha

$$\sum_1^n \chi_{ks} \frac{\partial x_k}{\partial q_s} = 1,$$

$$\sum_1^n \chi_{hs} \frac{\partial x_h}{\partial q_s} = 0$$

$$(h = 1, 2, \dots, k-1, k+1, \dots, n),$$

diventeranno:

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial x_2} = 0, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_{r-1}} = 0$$

e potremo concludere, che i loro integrali saranno funzioni delle sole variabili x_r, x_{r+1}, \dots, x_n .

Ora il gruppo Γ_r le cui trasformazioni infinitesime sono

$$X_1 f = \frac{\partial f}{\partial x_1}, \quad X_2 f = \frac{\partial f}{\partial x_2}, \quad \dots, \quad X_{r-1} f = \frac{\partial f}{\partial x_{r-1}},$$

$$X_r f = \sum_{s=1}^{r-1} \psi_s(x_1, \dots, x_n) \frac{\partial f}{\partial x_s}$$

è simile al gruppo G_r le cui trasformazioni infinitesime sono

$$Q_1 f, Q_2 f, \dots, Q_r f,$$

perchè ¹⁾ dall'uno all'altro si è passato mediante una trasformazione di variabili.

Estendendo il gruppo Γ_r alle velocità vediamo, che, per la ricerca della forza viva invariante di fronte a questo gruppo, dobbiamo integrare il sistema esteso alle velocità:

$$p_1 = 0, \quad p_2 = 0, \quad \dots, \quad p_{r-1} = 0,$$

$$\sum_{s=1}^{r-1} \psi_s(x_1, \dots, x_n) p_s + \sum_{s=1}^{r-1} p'_s \sum_{r=1}^n \frac{\partial \psi_s}{\partial x_t} x'_t = 0,$$

o anche

$$p_1 = 0, \quad p_2 = 0, \quad \dots, \quad p_{r-1} = 0, \quad \sum_{s=1}^{r-1} p'_s \sum_{r=1}^n \frac{\partial \psi_s}{\partial x_t} x'_t = 0.$$

Facilmente si trova, che gli integrali di un tal sistema sono:

$$x_r = \text{cost}, \quad x_{r+1} = \text{cost}, \quad \dots, \quad x_n = \text{cost},$$

$$x'_r = \text{cost}, \quad x'_{r+1} = \text{cost}, \quad \dots, \quad x'_n = \text{cost},$$

$$x'_\mu \sum_{r=1}^n \frac{\partial \psi_\nu}{\partial x_t} x'_t - x'_\nu \sum_{r=1}^n \frac{\partial \psi_\mu}{\partial x_t} x'_t = \text{cost}$$

$$(\mu, \nu = 1, 2, \dots, r-1).$$

Da cui si rileva, che la forza viva, dovendo essere una quadrica omogenea nelle x' e non potendo d'altronde dipendere che da questi integrali s'annullerebbe anche solo per

$$x'_r = x'_{r+1} = \dots = x'_n = 0$$

1) Lie. " Theorie der Transf. ", B. I, Kap. 19.

e quindi non sarebbe una quadrica definita. Per completare la dimostrazione del lemma bisognerebbe ora supporre, che fra gli integrali ammessi dal nostro sistema dinamico esistessero s relazioni funzionali, lineari indipendenti, ma è ben ovvio, che se la quadrica non è definita, quando fra gli integrali esiste una sola relazione lineare, a più forte ragione ciò avrà luogo, quando ne esistono in numero maggiore.

§ 3. Cominciamo ora a trattare i singoli casi enumerati al § 1.

Supponiamo dapprima, che la natura dei legami permetta al nostro sistema di ammettere, o un integrale delle quantità di moto, per es.

$$\sum m \xi' = \text{cost.},$$

o un integrale delle aree, per es.

$$\sum m (\eta \zeta - \zeta \eta') = \text{cost.}$$

Ricordiamo (§ 1, c) che dovremo riferirci ad un sistema con un solo grado di libertà. Allora entrambi gli integrali considerati, introdotta la variabile p coniugata alla coordinata lagrangiana q del sistema, si possono compendiare nel

$$\chi(q) \cdot p = \text{cost.}$$

Potremo dunque asserire, che la sua forza viva ammette la trasformazione infinitesima

$$Qf = \chi \cdot p.$$

Indicando ora con $\psi = \text{cost}$ l'integrale generale dell'equazione

$$\chi \cdot p = 1$$

e ponendo

$$x = \psi,$$

la trasformazione infinitesima Qf si cambia nella

$$Xf = \frac{df}{dx}.$$

Secondo il metodo generale esposto al § 1 estendiamo la Xf alla velocità x' ed integriamo l'equazione, che si ottiene uguagliando a zero questa trasformazione estesa, cioè

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 0.$$

Essa è soddisfatta da $x' = \text{cost}$ il che ci porta a concludere che il tipo di forza viva corrispondente al nostro sistema è

$$T = \frac{1}{2} x'^2,$$

cioè quella di un punto materiale, che si muove sopra una retta.

§ 4. Supponiamo ora, che un sistema ammetta due integrali delle quantità di moto p. es.

$$\Sigma m \xi = \text{cost}, \quad \Sigma m \eta' = \text{cost},$$

ovvero un integrale delle quantità di moto e l'integrale delle aree con esso in involuzione p. es.

$$\Sigma m \xi = \text{cost}, \quad \Sigma m (\eta \zeta - \zeta \eta') = \text{cost}.$$

Introdotta le variabili p_1, p_2 , coniugate alle lagrangiane del sistema q_1, q_2 , essi assumeranno entrambi la forma:

$$Q_k f = \sum_1^2 \chi_{ik} p_i$$

$$(k = 1, 2),$$

e potremo asserire, che la forza viva del nostro sistema ammetterà le due trasformazioni infinitesime $Q_1 f, Q_2 f$, le quali costituiscono un gruppo G_2 , la cui struttura è:

$$(Q_1, Q_2) f = 0.$$

Tali trasformazioni sono per il lemma del § 2 indipendenti e col medesimo processo usato in quel paragrafo possiamo dal

gruppo G_2 passare al gruppo simile Γ_2 , le cui trasformazioni infinitesime sono :

$$X_1 f = \frac{\partial f}{\partial x_1}, \quad X_2 f = \frac{\partial f}{\partial x_2}.$$

Due integrali indipendenti del sistema di equazioni estese alle velocità

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial x_2} = 0,$$

sono :

$$x'_1 = \text{cost}, \quad x'_2 = \text{cost}$$

e quindi la forza viva del nostro sistema è (indicando con a_{rs} delle costanti)

$$T = \frac{1}{2} \sum_{rs}^2 a_{rs} x'_r x'_s,$$

od anche, con una opportuna trasformazione di variabili a coefficienti costanti,

$$T = \frac{1}{2} (x'^2_1 + x'^2_2),$$

che è la forza viva di un punto, che si muove in un piano.

§ 5. Ammettiamo, che la natura dei legami permetta al nostro sistema i tre integrali delle quantità di moto

$$\sum m \xi = \text{cost}, \quad \sum m \eta = \text{cost}, \quad \sum m \zeta = \text{cost},$$

che introdotte le variabili p_1, p_2, p_3 assumeranno la forma

$$Q_k f = \sum_i^3 \chi_{ki} p_i = \text{cost.}$$

$$(k = 1, 2, 3).$$

La forza viva del sistema ammetterà le 3 trasformazioni infinitesime $Q_1 f, Q_2 f, Q_3 f$ legate dalle note relazioni

$$(Q_h, Q_k) f = 0$$

$$(h, k = 1, 2, 3),$$

le quali ci fanno certi della indipendenza delle forme Q, f, Q, f, Q, f (§ 2), per cui si può asserire ¹⁾, che il gruppo semplicemente transitivo G_3 , costituito da queste trasformazioni è simile ad ogni altro gruppo isomorfo nello stesso numero di variabili, p. es. al gruppo Γ_3 le cui trasformazioni sono :

$$\frac{\partial f}{\partial x_1}, \quad \frac{\partial f}{\partial x_2}, \quad \frac{\partial f}{\partial x_3}.$$

Procedendo ora secondo i criteri generali esposti nel § 1, ci troviamo a dover integrare il sistema :

$$p_1 = 0, \quad p_2 = 0, \quad p_3 = 0.$$

Avendo per esso il sistema integrale :

$$x'_1 = \text{cost}, \quad x'_2 = \text{cost}, \quad x'_3 = \text{cost},$$

possiamo concludere, che la forza viva è una quadrica omogenea a coefficienti costanti nelle variabili x'_1, x'_2, x'_3 , cioè

$$T = \frac{1}{2} \sum_{r,s}^3 a_{rs} x'_r x'_s.$$

Ovvero procedendo in modo analogo a quello usato nel paragrafo precedente

$$T = \frac{1}{2} (z'^2_1 + z'^2_2 + z'^2_3),$$

che è la forza viva di un punto materiale nello spazio ordinario.

§ 6. Proponiamoci ora di risolvere il problema, per il caso in cui il sistema ammetta due integrali delle quantità di moto e l'integrale delle aree relativo al terzo asse, p. es.

$$\sum m \xi = \text{cost}, \quad \sum m \eta = \text{cost}, \quad \sum m (\xi \eta' - \eta' \xi) = \text{cost}.$$

1) Lla. " Theorie der Transf. ", B. I, Theor. 64, pag. 340.

A questi integrali corrisponderanno tre trasformazioni infinitesime: $Q_1 f$, $Q_2 f$, $Q_3 f$ legate dalle note relazioni

$$(Q_1, Q_2) f = 0, \quad (Q_2, Q_3) f = -Q_1 f, \quad (Q_1, Q_3) f = Q_2 f.$$

Entrando ora a discutere le relazioni di dipendenza, cui possiamo immaginare soggette le forme $Q_1 f$, $Q_2 f$, $Q_3 f$, possiamo a priori asserire, che le due prime, essendo in involuzione, sono (§ 2) indipendenti e passare senz'altro a discutere i due casi:

a) che le tre forme sieno indipendenti,

b) che fra esse passi una relazione lineare a coefficienti non costanti.

1° Nella prima ipotesi le trasformazioni infinitesime $Q_1 f$, $Q_2 f$, $Q_3 f$ costituiscono un gruppo semplicemente transitivo G_3 a tre parametri e perciò simile ad ogni altro gruppo isomorfo a tre variabili, p. es. al gruppo Γ_3 le cui trasformazioni infinitesime sono:

$$X_1 f = p_1, \quad X_2 f = p_2, \quad X_3 f = k p_3 + x_1 p_2 - x_2 p_1,$$

con $k \gtrless 0$. Esiste dunque una trasformazione di variabili

$$q_t = q_t(x_1, x_2, x_3) \\ (t=1, 2, 3),$$

per cui da G_3 si passa a Γ_3 .

Indicando con $\overline{X}_1 f$, $\overline{X}_2 f$, $\overline{X}_3 f$ le trasformazioni del gruppo Γ_3 esteso alle velocità, sappiamo, che occorrerebbe integrare il sistema differenziale:

$$(1) \quad \overline{X}_1 f = 0, \quad \overline{X}_2 f = 0, \quad \overline{X}_3 f = 0.$$

Senza fare però questo calcolo, possiamo arrivare indirettamente a conseguire il nostro scopo considerando qual caso particolare del nostro sistema, un corpo rigido con tre gradi di libertà, cui i legami permettano il gruppo di movimenti

$$(2) \quad p_1, p_2, k p_3 + x_1 p_2 - x_2 p_1,$$

che (considerando x_1, x_2, x_3 come coordinate cartesiane orto-

gonali) si possono interpretare rispettivamente come due traslazioni parallelamente agli assi x_1, x_2 e un movimento elicoidale, il cui asse sia parallelo a x_3 .

Per determinare la posizione del nostro corpo in un dato istante immaginiamo di fissare ad esso una terna di assi cartesiani ξ_1, ξ_2, ξ_3 col centro in un punto qualunque e le cui direzioni sieno nella posizione iniziale del movimento parallele agli assi fissi.

Il carattere del moto importa, che l'asse ξ_3 rimanga costantemente parallelo all'asse x_3 , mentre ruotano intorno a quello gli assi ξ_1, ξ_2 , e risulta evidente, che la posizione del nostro sistema sarà determinata in ogni istante, quando si conoscano le coordinate a, b, c dell'origine degli assi mobili e l'angolo ϕ , di cui è ruotato l'asse ξ_1 rispetto l'asse x_1 .

Mentre così parrebbe, che il sistema possedesse 4 gradi di libertà, ci si convince però subito, che ϕ dipende dalla coordinata c , e precisamente che è

$$\phi = \frac{c}{k}.$$

Per ogni punto P_i del corpo si ha dunque :

$$x_{1i} = a + \xi_{1i} \cos \frac{c}{k} - \xi_{2i} \sin \frac{c}{k},$$

$$x_{2i} = b + \xi_{1i} \sin \frac{c}{k} + \xi_{2i} \cos \frac{c}{k},$$

$$x_{3i} = c + \xi_{3i}.$$

In virtù di queste formule e indicando con M la massa del corpo, la espressione della sua forza viva diventa :

$$\begin{aligned} T = & \frac{1}{2} \sum_i m_i (x'_{1i}{}^2 + x'_{2i}{}^2 + x'_{3i}{}^2) = \frac{1}{2} \left\{ M (a'^2 + b'^2 + c'^2) + \right. \\ & + \frac{c'^2}{k^2} \sum_i m_i (\xi_{1i}{}^2 + \xi_{2i}{}^2) - 2 \frac{a'c'}{k} \sum_i m_i \left(\xi_{1i} \sin \frac{c}{k} + \xi_{2i} \cos \frac{c}{k} \right) + \\ & \left. + 2 \frac{b'c'}{k} \sum_i m_i \left(\xi_{1i} \cos \frac{c}{k} - \xi_{2i} \sin \frac{c}{k} \right) \right\}, \end{aligned}$$

ovvero introducendo le coordinate ξ_{10} , ξ_{20} , ξ_{30} del baricentro del corpo e il suo momento principale d'inerzia C rispetto all'asse ξ_1 ,

$$(3) \quad 2T = M(a'^2 + b'^2 + c'^2) + \frac{C}{h} c'^2 - 2 \frac{M}{h} \xi_{10} c' \left(a' \sin \frac{c}{h} - b' \cos \frac{c}{h} \right) - 2 \frac{M}{h} \xi_{20} c' \left(a' \cos \frac{c}{h} + c' \sin \frac{c}{h} \right).$$

Ora tale forza viva, (in cui si sostituiscano a , b , c con x_1 , x_2 , x_3), ammettendo il gruppo Γ_1 esteso alle velocità, sarà necessariamente integrale delle equazioni (1), e ciò qualunque sieno i valori delle costanti: M , C , ξ_{10} , ξ_{20} .

Questo fatto implica, che sieno separatamente integrali le funzioni:

$$x'_1, x'_1 \sin \frac{x_2}{h} - x'_2 \cos \frac{x_2}{h}, x'_1 \cos \frac{x_2}{h} + x'_2 \sin \frac{x_2}{h}, x_1'^2 + x_2'^2 + x_3'^2.$$

Avendosi però:

$$x_1'^2 + x_2'^2 + x_3'^2 = \left(x'_1 \sin \frac{x_2}{h} - x'_2 \cos \frac{x_2}{h} \right)^2 + \left(x'_1 \cos \frac{x_2}{h} + x'_2 \sin \frac{x_2}{h} \right)^2 + x_3'^2$$

tre integrali indipendenti del sistema (1) sono ad es.

$$J_1 = x'_1, J_2 = x'_1 \sin \frac{x_2}{h} - x'_2 \cos \frac{x_2}{h}, J_3 = x'_1 \cos \frac{x_2}{h} + x'_2 \sin \frac{x_2}{h}$$

e la forza più generale corrispondente al nostro caso sarà

$$(4) \quad T = \frac{1}{2} \sum_{rs} C_{rs} J_r J_s.$$

Poichè x'_1 , x'_2 , x'_3 non sono che le componenti secondo gli assi fissi della velocità dell'origine degli assi mobili, J_1 , J_2 , J_3 saranno le componenti di tale velocità secondo gli assi mobili.

Ora, se nella espressione della forza viva di un corpo rigido libero immerso in un fluido indefinitamente esteso e

incompressibile, che è una quadrica definita a coefficienti costanti nelle componenti della velocità di traslazione di un suo punto e della sua rotazione ¹⁾, poniamo $p = q = 0$, $r = \frac{w}{k}$ troviamo la forza viva di un corpo immerso in quel fluido cui sia permesso il gruppo di movimenti (2). Tale dunque è la forza viva (4) da noi trovata.

A priori sembrerebbe, che questo caso fosse analiticamente ben distinto da quello del moto dello stesso corpo nel vuoto, la cui forza viva è rappresentata dalla (3), riducibile alla forma

$$2T = A \left(x'_1 \sin \frac{x_2}{k} - x'_2 \cos \frac{x_2}{k} \right)^2 + B \left(x'_1 \cos \frac{x_2}{k} + x'_2 \sin \frac{x_2}{k} \right)^2 + C x'_3{}^2.$$

Mostreremo però, che con un opportuno cambiamento di variabili e un'opportuna determinazione delle costanti A e B tale espressione coincide a meno di un fattore costante con la espressione

$$2T = (n + \cos x_2) x'_1{}^2 + 2 \sin x_2 \cdot x'_1 x'_2 + (n - \cos x_2) x'_2{}^2 + x'_3{}^2$$

data dal Prof. Bianchi in una sua Memoria ²⁾.

Ora, poichè, come egli dimostra, la forza viva da lui trovata è la più generale per un sistema con tre gradi di libertà, che ammetta gli integrali considerati, vorrà dire, che dalla (4) potremo passare a questa con un solo cambiamento di parametri, il che ci permette di concludere, che il tipo primitivo di sistema, di cui andiamo in cerca è quello da cui siamo partiti per stabilire la (3), poichè appunto non occorre dare alla costante essenziale e al fattore costante valori particolari.

Infatti si cambino x_1, x_2, x_3 in

$$\rho x_1, \quad \rho x_2, \quad \frac{k}{2} x_3,$$

1) Kirchhoff. Vorlesungen über math. Physik. B. 1, Kap. 19.

2) " Sugli spazi a tre dimensioni che ammettono un gruppo continuo di movimenti " Memorie della Società Italiana delle Scienze (detta dei XL).

(intendendo con ρ una costante che poi determineremo opportunamente) e si ricaverà:

$$2T = A\rho^2 \left\{ \frac{x_1'^2}{2} (1 - \cos x_3) + \frac{x_2'^2}{2} (1 + \cos x_3) - x_1' x_2' \sin x_3 \right\} + \\ + B\rho^2 \left\{ \frac{x_1'^2}{2} (1 + \cos x_3) + \frac{x_2'^2}{2} (1 - \cos x_3) + x_1' x_2' \sin x_3 \right\} + C \frac{k^2}{4} x_3'^2,$$

ovvero:

$$2T = \frac{Ck^2}{4} \left[\frac{2\rho^2}{k^2 C} x_1'^2 \left\{ (A+B) - (A-B) \cos x_3 \right\} + \frac{2\rho^2}{k^2 C} x_2'^2 \left\{ (A+B) + \right. \right. \\ \left. \left. + (A-B) \cos x_3 \right\} - \frac{4\rho^2 (A-B)}{k^2 C} x_1' x_2' \sin x_3 + x_3'^2 \right].$$

Si determini ora ρ dalla

$$-\frac{2(A-B)}{k^2 C} \rho^2 = 1,$$

quindi si ponga

$$\frac{A+B}{A-B} = n$$

e si avrà

$$2T = \frac{Ck^2}{4} \left\{ (n + \cos x_3) x_1'^2 + 2 \sin x_3 \cdot x_1' x_2' + (n - \cos x_3) x_2'^2 \right\},$$

che mostra quanto avevamo asserito.

2° Consideriamo ora il caso che fra le forme $Q_1 f$, $Q_2 f$, $Q_3 f$ passi una relazione lineare a coefficienti, s'intende, non costanti:

$$\alpha Q_1 f + \beta Q_2 f + \gamma Q_3 f = 0 \quad (\gamma \leq 0).$$

Conformemente alle nostre premesse dovremo, trattare questo caso in due variabili.

Ora, i sistemi con due gradi di libertà che ammettono questo gruppo di integrali, si trovano necessariamente fra

quelli che ammettono soltanto i due primi (quelli delle quantità di moto). Le loro forze vive dovranno quindi trovarsi fra quelle di questi ultimi. Ora al § 4 abbiamo veduto, che la forza viva di un sistema con due gradi di libertà, che ammette due integrali in involuzione, è riducibile a quella, che compete a un punto materiale costretto a muoversi sopra un piano. Se si osserva ora, che questo tipo di forza viva non è ulteriormente riducibile e che un punto, cui sia imposto di rimanere in un piano, ammette i tre integrali in questione, possiamo concludere, che il tipo primitivo di forza viva di cui andiamo in traccia è precisamente quella di un punto materiale, cui sia imposto il suddetto legame cinematico.

§ 7. Il caso, in cui un sistema materiale a legami indipendenti dal tempo, con tre gradi di libertà, ammetta, quando non agiscono forze, i tre integrali delle aree fu esaurito in una sua Nota dal Prof. T. Levi-Civita ¹⁾.

Nel caso in cui le tre forme $Q_1 f$, $Q_2 f$, $Q_3 f$, (primi membri degli integrali delle aree)

$$\Sigma m(\eta \zeta - \zeta \eta) = \text{cost}, \quad \Sigma m(\zeta \xi - \xi \zeta) = \text{cost}, \quad \Sigma m(\xi \eta - \eta \xi) = \text{cost},$$

dopo introdotte le variabili coniugate p_1, p_2, p_3 legate dalle relazioni :

$$(Q_h, Q_{h+1})f = -Q_{h+2}f \\ (h = 1, 2, 3)$$

sieno tutte e tre indipendenti la forza viva assume la forma :

$$T = \frac{2}{(1 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^2} \left\{ A (x'_1 + x_2 x'_2 - x_3 x'_3)^2 + \right. \\ \left. + B (x'_2 + x_1 x'_1 - x_3 x'_3)^2 + C (x'_3 + x_2 x'_1 - x_1 x'_2)^2 \right\},$$

propria di un punto rigido con un punto fisso.

1) " Sul moto dei sistemi con tre gradi di libertà „ Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, 6 Settembre 1896.

Nel caso, in cui due soltanto delle forme sieno indipendenti e sussista precisamente una relazione del tipo :

$$(1) \quad Q_3 f = \mu Q_1 f + \nu Q_2 f,$$

μ e ν essendo funzioni indipendenti la espressione più generale della forza viva è

$$T = \frac{1}{2} H^2 (x_1'^2 + x_2'^2 + x_3'^2) \{x_1'^2 + x_2'^2 + x_3'^2\},$$

la quale differisce solo per il fattore H^2 da quella spettante alla forza viva di un punto materiale nello spazio ordinario.

Valendoci di un teorema, ben noto ¹⁾, si può asserire, che questo sistema con tre gradi di libertà equivale dinamicamente ad un punto materiale soggetto alla forza centrale $H^2 (x_1'^2 + x_2'^2 + x_3'^2)$.

Questo caso, che il Prof. Levi-Civita ha trattato in tre variabili si può, a norma dei concetti esposti al § 1, trattarlo in due soltanto. È quello, che ora ci proponiamo di fare.

Se consideriamo infatti un punto materiale costretto a muoversi sopra una sfera, si riconosce, ch'esso costituisce un sistema con due gradi di libertà, il quale ammettendo rotazioni intorno a qualunque retta passante per il centro, ammette i tre integrali delle aree

$$m (yz' - zy') = \text{cost}, \quad m (zx' - xz') = \text{cost}, \quad m (xy' - yx') = \text{cost}.$$

Scelta ora convenientemente l'unità di massa, e introdotte le variabili polari ϑ e ϕ e le loro coniugate p_1, p_2 , la forza viva del punto avrà l'espressione

$$T = \frac{1}{2} (\vartheta'^2 + \text{sen}^2 \vartheta \phi'^2)$$

e potremo asserire, ch'essa ammette le tre trasformazioni infinitesime

$$\begin{aligned} G_1 f &= -p_1 \text{sen } \phi - \text{cotg } \vartheta \cos \phi p_2, \\ G_2 f &= p_1 \cos \phi - \text{cotg } \vartheta \text{sen } \phi p_2, \\ G_3 f &= p_2. \end{aligned}$$

1) Appell, "Mécanique rationnelle", T. 2, pag. 431.

legate dalla relazione

$$G_3 f = -\operatorname{tg} \vartheta \cos \phi \cdot G_1 f - \operatorname{tg} \vartheta \sin \phi \cdot G_2 f.$$

Siccome poi le equazioni

$$\mu(q_1, q_2) = -\operatorname{tg} \vartheta \cos \phi, \quad \nu(q_1, q_2) = \operatorname{tg} \vartheta \sin \phi$$

sono indipendenti, cioè non conducono ad alcuna relazione fra le sole q_1, q_2 o le sole ϑ, ϕ , così possiamo asserire, che il gruppo G_3 individuato dalle trasformazioni $Q_1 f, Q_2 f, Q_3 f$ è simile al gruppo Γ_3 le cui trasformazioni infinitesime sono $G_1 f, G_2 f, G_3 f$. Vi è dunque certamente una trasformazione di variabili

$$\vartheta = \vartheta(q_1, q_2), \quad \phi = \phi(q_1, q_2),$$

per cui si passa dall'uno all'altro.

Il sistema esteso, che si ottiene dalle trasformazioni di Γ_3 nel solito modo ammette, essendo le sue equazioni, come si può facilmente verificare, indipendenti, un solo integrale, e come tale potremo prendere la forza viva stessa del punto sulla sfera.

Concludiamo, che possiamo scegliere questa, come forza viva tipica del caso in questione.

§ 8. Consideriamo un sistema, che ammetta i tre integrali delle quantità di moto e un integrale delle aree. In coordinate cartesiane potremo scriverli:

$$\Sigma m \xi' = \text{cost}, \quad \Sigma m \eta' = \text{cost}, \quad \Sigma m \zeta' = \text{cost}, \quad \Sigma m(\xi \eta' - \eta \xi') = \text{cost}.$$

Introdotte le variabili coniugate potremo asserire, che la forza viva del sistema ammetterà 4 trasformazioni infinitesime $Q_1 f, Q_2 f, Q_3 f, Q_4 f$ legate dalle relazioni

$$(1) \quad (Q_h, Q_k) f = 0 \quad (h, k = 1, 2, 3),$$

$$(Q_1, Q_4) f = Q_2 f, \quad (Q_2, Q_4) f = -Q_1 f, \quad (Q_3, Q_4) f = 0.$$

Poichè le tre prime forme sono in involuzione, potremo limitarci a discutere i due casi:

- a) le quattro forme sieno tutte indipendenti,
 b) fra esse passi una relazione lineare a coefficienti non costanti.

1° Cominciando a dire del primo possiamo asserire che esse costituiscono un gruppo G_4 semplicemente transitivo e quindi simile ad ogni altro gruppo isomorfo in quattro variabili, p. es. al gruppo Γ_4 , le cui trasformazioni infinitesime sono :

$$(2) \quad X_1 f = p_1, \quad X_2 f = p_2, \quad X_3 f = p_3, \quad X_4 f = -x_1 p_1 + x_1 p_2 + p_4.$$

Invece di procedere direttamente alla ricerca degli integrali indipendenti del sistema di equazioni differenziali estese alle velocità, che si traggono dalle (2), sarà più rapido procedere per via indiretta.

Si osservi perciò, che un corpo rigido immerso in un fluido incompressibile indefinitamente esteso al quale sieno permesse traslazioni in ogni senso e rotazioni intorno ad una sola retta parallela all'asse fisso x_1 , è un sistema che ammette il gruppo Γ_4 .

Ora la espressione della forza viva di un corpo rigido libero di muoversi in questo fluido è una quadrica definita a coefficienti costanti nelle caratteristiche: u, v, w, p, q, r ¹⁾, per cui quella del nostro corpo si otterrà da questa, ponendovi $p = q = 0$ e sarà quindi una quadrica definita nelle rimanenti u, v, w, r .

Dovendo essa d'altronde soddisfare identicamente alle equazioni estese suaccennate, qualunque sieno i valori dei coefficienti, saranno separatamente integrali di queste equazioni u, v, w, r la qual cosa ci porta a concludere, che la forza viva suaccennata è la più generale possibile, che compete ad un sistema con quattro gradi di libertà, il quale ammette il gruppo di integrali considerato.

2° Fra le quattro forme $Q_1 f \dots Q_4 f$ passi ora la relazione, s'intende a coefficienti non costanti :

$$\alpha Q_1 f + \beta Q_2 f + \gamma Q_3 f + \delta Q_4 f = 0.$$

1) Kirchhoff. Loc. cit.

Con le medesime considerazioni svolte al § 6 n. 2 si arriva a concludere, che la forza viva del nostro sistema è riducibile a quella di un punto materiale nello spazio ordinario.

§ 9. Supponiamo ora come ultimo caso di voler determinare l'espressione primitiva della forza viva di un sistema, cui i legami permettano i sei integrali fondamentali:

$$\begin{aligned} \Sigma m \dot{\xi} &= \text{cost}, \quad \Sigma m \dot{\eta} = \text{cost}, \quad \Sigma m \dot{\zeta} = \text{cost}, \\ \Sigma m (\eta \dot{\zeta} - \zeta \dot{\eta}) &= \text{cost}, \quad \Sigma m (\zeta \dot{\xi} - \xi \dot{\zeta}) = \text{cost}, \quad \Sigma m (\xi \dot{\eta} - \eta \dot{\xi}) = \text{cost}. \end{aligned}$$

La sua forza viva ammetterà sei trasformazioni infinite-sime $Q_1 f, Q_2 f, \dots, Q_6 f$, legate dalle note relazioni

$$(1) \left\{ \begin{aligned} &(Q_h, Q_k) f = 0, \\ &(Q_h, Q_{h+3}) f = 0, (Q_h, Q_{h+4}) f = -Q_{h+2} f, (Q_h, Q_{h+5}) f = Q_{h+1} f \\ &(Q_{h+3}, Q_{h+4}) f = -Q_{h+5} f \\ &(h, k = 1, 2, 3). \end{aligned} \right.$$

Poichè le prime tre sono in involuzione ci rimane a discutere i casi seguenti:

- a) che sieno indipendenti tutte e sei le forme
- b) ovvero cinque e cinque soltanto
- c) quattro e quattro soltanto
- d) tre e tre soltanto.

1° In questo primo caso il gruppo G_6 costituito dalle trasformazioni soprascritte è semplicemente transitivo e quindi simile ad ogni altro gruppo isomorfo in sei variabili, p. es. al gruppo Γ_6 , le cui trasformazioni infinitesime sono:

$$X_1 f = p_1, \quad X_2 f = p_2, \quad X_3 f = p_3,$$

$$X_4 f = x_2 p_3 - x_3 p_2 + \frac{1}{2} \left\{ (1 + x_1^2) p_4 + (-x_6 + x_1 x_5) p_5 + (x_5 + x_1 x_6) p_6 \right\},$$

$$X_5 f = x_3 p_1 - x_1 p_3 + \frac{1}{2} \left\{ (x_6 + x_1 x_5) p_4 + (1 + x_5^2) p_5 + (-x_4 + x_5 x_6) p_6 \right\},$$

$$X_6 f = x_1 p_2 - x_2 p_1 + \frac{1}{2} \left\{ (-x_5 + x_1 x_6) p_4 + (x_4 + x_5 x_6) p_5 + (1 + x_6^2) p_6 \right\}.$$

Senza integrare il sistema di equazioni a derivate parziali esteso alle velocità, che si trarrebbe da queste trasformazioni, osserviamo, che un corpo rigido immerso in un fluido indefinitamente esteso e incompressibile è un sistema con sei gradi di libertà, che ammette il gruppo dei sei integrali fondamentali.

La sua forza viva è ¹⁾ una quadrica definita a coefficienti costanti negli argomenti u, v, w, p, q, r che sono rispettivamente le componenti della velocità di traslazione di un suo punto fisso, e le componenti della rotazione.

Esprimendo queste sei quantità per i parametri di Rodrigues ²⁾, ove si tenga presente che :

$$\begin{aligned} p &= \alpha'_1 \alpha_1 + \beta'_1 \beta_1 + \gamma'_1 \gamma_1, \\ q &= \alpha'_2 \alpha_1 + \beta'_2 \beta_1 + \gamma'_2 \gamma_1, \\ r &= \alpha'_1 \alpha_2 + \beta'_1 \beta_2 + \gamma'_1 \gamma_2, \end{aligned}$$

e che indicando con x_1, x_2, x_3 le coordinate del punto fisso del corpo si ha :

$$\begin{aligned} u &= x'_1 \alpha_1 + x'_2 \beta_1 + x'_3 \gamma_1, \\ v &= x'_1 \alpha_2 + x'_2 \beta_2 + x'_3 \gamma_2, \\ w &= x'_1 \alpha_3 + x'_2 \beta_3 + x'_3 \gamma_3, \end{aligned}$$

potremo scrivere

$$u = \frac{1}{1 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} \left\{ x'_1 (1 + x_1^2 - x_2^2 - x_3^2) + 2x'_2 (-x_2 + x_1 x_3) + 2x'_3 (x_3 + x_1 x_2) \right\},$$

$$v = \frac{1}{1 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} \left\{ 2x'_1 (x_2 + x_1 x_3) + x'_2 (1 + x_1^2 - x_2^2 - x_3^2) + 2x'_3 (-x_3 + x_1 x_2) \right\},$$

$$w = \frac{1}{1 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} \left\{ 2x'_1 (-x_3 + x_1 x_2) + 2x'_2 (x_3 + x_1 x_2) + x'_3 (1 + x_1^2 - x_2^2 - x_3^2) \right\},$$

1) Kirchhoff. Loc. cit.

2) Darboux. Leçons sur la théorie des surfaces. T. 1, pag. 34.

$$p = \frac{1}{1 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} \{x_1' + x_2 x_3' - x_3 x_1'\},$$

$$q = \frac{1}{1 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} \{x_2' + x_1 x_3' - x_3 x_2'\},$$

$$r = \frac{1}{1 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} \{x_3' + x_1 x_2' - x_2 x_1'\}.$$

Dovendo ora la forza viva del corpo rigido, di cui è parola, essere integrale delle equazioni estese alle velocità, qualunque sieno i valori dei coefficienti, dovranno essere separatamente integrali u, v, w, p, q, r . Il che ci autorizza a concludere, che la suddetta forza viva è la più generale, che competa ad un sistema, che ammetta i sei integrali in questione.

2° Passando ora al caso in cui cinque delle trasformazioni date e cinque soltanto sieno indipendenti, supponiamo, che tali sieno $Q_1 f, Q_2 f, \dots, Q_5 f$ e che si abbia:

$$Q_6 f = \sum_{i=1}^5 \lambda_i Q_i f.$$

Le funzioni λ dovranno soddisfare in virtù delle (1) alle relazioni:

$$\begin{aligned} Q_1 \lambda_1 &= 0, & Q_1 \lambda_2 &= 1, & Q_1 \lambda_3 &= \lambda_5, & Q_1 \lambda_4 &= 0, & Q_1 \lambda_5 &= 0, \\ Q_2 \lambda_1 &= -1, & Q_2 \lambda_2 &= 0, & Q_2 \lambda_3 &= -\lambda_4, & Q_2 \lambda_4 &= 0, & Q_2 \lambda_5 &= 0, \\ Q_3 \lambda_1 &= -\lambda_5, & Q_3 \lambda_2 &= \lambda_4, & Q_3 \lambda_3 &= 0, & Q_3 \lambda_4 &= 0, & Q_3 \lambda_5 &= 0, \\ Q_4 \lambda_1 &= \lambda_1 \lambda_5, & Q_4 \lambda_2 &= -\lambda_3 + \lambda_2 \lambda_5, & Q_4 \lambda_3 &= \lambda_3 + \lambda_2 \lambda_5, & Q_4 \lambda_4 &= \lambda_1 \lambda_5, & Q_4 \lambda_5 &= 1 + \lambda_5^2, \\ Q_5 \lambda_1 &= \lambda_5 - \lambda_1 \lambda_4, & Q_5 \lambda_2 &= -\lambda_2 \lambda_4, & Q_5 \lambda_3 &= -\lambda_1 - \lambda_3 \lambda_4, & Q_5 \lambda_4 &= -1 - \lambda_4^2, & Q_5 \lambda_5 &= -\lambda_1 \lambda_4. \end{aligned}$$

Dico, che le λ sono necessariamente indipendenti. Perchè ciò abbia luogo bisogna che il loro determinante funzionale

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial \lambda_1}{\partial q_1} & \frac{\partial \lambda_1}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial \lambda_1}{\partial q_5} \\ \frac{\partial \lambda_2}{\partial q_1} & \frac{\partial \lambda_2}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial \lambda_2}{\partial q_5} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial \lambda_5}{\partial q_1} & \frac{\partial \lambda_5}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial \lambda_5}{\partial q_5} \end{vmatrix}$$

non sia zero, ovvero anche, che sia diverso da zero il determinante

$$\Delta = \begin{vmatrix} Q_1 \lambda_1 & Q_2 \lambda_1 & \dots & Q_s \lambda_1 \\ Q_1 \lambda_2 & Q_2 \lambda_2 & \dots & Q_s \lambda_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Q_1 \lambda_s & Q_2 \lambda_s & \dots & Q_s \lambda_s \end{vmatrix}$$

che differisce dal primo solo per un fattore (finito). Nel nostro caso trovando, che

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0 & 1 & \lambda_s & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -\lambda_1 & 0 & 0 \\ -\lambda_s & \lambda_1 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_1 \lambda_s & -\lambda_s + \lambda_2 \lambda_s & \lambda_2 + \lambda_3 \lambda_s & \lambda_1 \lambda_s & 1 + \lambda_s^2 \\ \lambda_s - \lambda_1 \lambda_s & -\lambda_s \lambda_s & -\lambda_1 - \lambda_3 \lambda_s & -1 - \lambda_s^2 & -\lambda_1 \lambda_s \end{vmatrix} = -1 - \lambda_s^2 - \lambda_s^2 < 0,$$

concludiamo, come avevamo asserito, che le λ sono indipendenti.

Si consideri ora un fuso di rotazione immerso in un fluido incompressibile indefinito, e si assuma come asse mobile z l'asse di rotazione, mentre per assi x, y si assumono due assi normali fra loro e all'asse z ma del resto comunque orientati.

La forza viva di un tal corpo è espressa da ¹⁾:

$$2T = c_{11} (u^2 + v^2) + c_{22} w^2 + c_{33} (p^2 + q^2) + 2c_{13} (uq - vp) + c_{66} r^2.$$

Se si osserva ora, che :

$$c_{66} = C - \mu \int ds \phi_s \frac{\partial \phi_s}{\partial n},$$

C essendo il momento d'inerzia rispetto l'asse z , e ϕ_s una funzione armonica la cui derivata normale è definita alla su-

1) Kirchhoff. Loc. cit.

perficie del corpo, alla quale è esteso l'integrale dalla formula :

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = x \cos(ny) - y \cos(nx),$$

si trova, che c_{∞} tende allo zero, quando la sezione del fuso diminuisce indefinitamente. Al limite la forza viva sarà data dalla

$$(2) \quad 2T = c_{11}(u^2 + v^2) + c_{33}w^2 + c_{11}(p^2 + q^2) + 2c_{13}(uq - vp).$$

Ora tale fuso (geometricamente assimilabile con un segmento rettilineo) costituisce un sistema con cinque gradi di libertà, che ammette i sei integrali fondamentali ¹⁾ :

$$(3) \quad \left\{ \begin{array}{l} J_1 = \alpha_1 \frac{\partial T}{\partial u} + \alpha_2 \frac{\partial T}{\partial v} + \alpha_3 \frac{\partial T}{\partial w}, \\ J_2 = \beta_1 \frac{\partial T}{\partial u} + \beta_2 \frac{\partial T}{\partial v} + \beta_3 \frac{\partial T}{\partial w}, \\ J_3 = \gamma_1 \frac{\partial T}{\partial u} + \gamma_2 \frac{\partial T}{\partial v} + \gamma_3 \frac{\partial T}{\partial w}, \\ J_4 = (\gamma_1 \beta_2 - \beta_1 \gamma_2) \frac{\partial T}{\partial u} + (\gamma_2 \beta_3 - \beta_2 \gamma_3) \frac{\partial T}{\partial v} + \\ \quad + (\gamma_3 \beta_1 - \beta_3 \gamma_1) \frac{\partial T}{\partial w} + \alpha_1 \frac{\partial T}{\partial p} + \alpha_2 \frac{\partial T}{\partial q}, \\ J_5 = (\alpha_1 \gamma_2 - \gamma_1 \alpha_2) \frac{\partial T}{\partial u} + (\alpha_2 \gamma_3 - \gamma_2 \alpha_3) \frac{\partial T}{\partial v} + \\ \quad + (\alpha_3 \gamma_1 - \gamma_3 \alpha_1) \frac{\partial T}{\partial w} + \beta_1 \frac{\partial T}{\partial p} + \beta_2 \frac{\partial T}{\partial q}, \\ J_6 = (\beta_1 \alpha_2 - \alpha_1 \beta_2) \frac{\partial T}{\partial u} + (\beta_2 \alpha_3 - \alpha_2 \beta_3) \frac{\partial T}{\partial v} + \\ \quad + (\beta_3 \alpha_1 - \alpha_3 \beta_1) \frac{\partial T}{\partial w} + \gamma_1 \frac{\partial T}{\partial p} + \gamma_2 \frac{\partial T}{\partial q}, \end{array} \right.$$

legati da una sola relazione lineare.

1) Kirchhoff. Loc. cit. Kap. 6.

Infatti moltiplicando i tre ultimi per α, β, γ , e sommando si ha:

$$-(\alpha\alpha_2 + \beta\beta_2 + \gamma\gamma_2) \frac{\partial T}{\partial u} + (\alpha\alpha_1 + \beta\beta_1 + \gamma\gamma_1) \frac{\partial T}{\partial v} = \alpha_2 J_4 + \beta_2 J_5 + \gamma_2 J_6.$$

Moltiplicando i primi tre rispettivamente per $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$, oppure per $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2$ e sommando si hanno le altre due relazioni:

$$\frac{\partial T}{\partial u} = \alpha_1 J_1 + \beta_1 J_2 + \gamma_1 J_3,$$

$$\frac{\partial T}{\partial v} = \alpha_2 J_1 + \beta_2 J_2 + \gamma_2 J_3,$$

Sostituendo questi valori delle $\frac{\partial T}{\partial u}, \frac{\partial T}{\partial v}$ nella prima si ottiene:

$$J_1 (\gamma\beta_2 - \beta\gamma_2) + J_2 (\alpha\gamma_2 - \gamma\alpha_2) + J_3 (\beta\alpha_2 - \alpha\beta_2) = \alpha_2 J_4 + \beta_2 J_5 + \gamma_2 J_6,$$

ovvero

$$(4) \quad J_6 = \frac{\gamma\beta_2 - \beta\gamma_2}{\gamma_2} J_1 + \frac{\alpha\gamma_2 - \gamma\alpha_2}{\gamma_2} J_2 + \frac{\beta\alpha_2 - \alpha\beta_2}{\gamma_2} J_3 - \frac{\alpha_2}{\gamma_2} J_4 - \frac{\beta_2}{\gamma_2} J_5.$$

Che J_1, J_2, \dots, J_6 non sieno legati da alcun'altra relazione ci si convince subito pensando, che, potendosi fra questa e la (4) eliminare J_6 , si otterrebbe una relazione fra i primi cinque soltanto. Ora questo non è possibile, perchè considerando nelle (3) i primi cinque come altrettante forme lineari nelle derivate di T rispetto a u, v, w, p, q , (derivate, che, per essere la T definita in questi argomenti, sono indipendenti) si vede, che esse sono indipendenti, perchè il loro determinante non è identicamente nullo.

Introducendo inoltre le coordinate polari ϑ, ϕ dell'asse z , ci si convince immediatamente, che i coefficienti di J_1, J_2, \dots, J_5 nella (4) sono indipendenti.

Possiamo allora concludere, che il gruppo Γ_6 , le cui trasformazioni si ottengono dagli integrali (3) (introducendo le variabili $\alpha, \beta, \gamma, \vartheta, \phi$, coordinate lagrangiane del fuso, e le

loro coniugate) è simile al gruppo G_6 , le cui trasformazioni sono $Q_1 f, Q_2 f, \dots, Q_6 f$ e concludere che dall'uno all'altro si può passare mediante una trasformazione di variabili.

La forza viva (2), dovendo essere integrale delle equazioni estese alle velocità, che si traggono dalle trasformazioni del gruppo Γ_1 , qualunque sieno i valori dei coefficienti, dovranno essere separatamente integrali

$$u^2 + v^2, \quad w, \quad p^2 + q^2, \quad uq - vp,$$

il che ci autorizza a concludere, che la (2) è l'espressione più generale della forza viva, che compete al nostro sistema.

Come dimostra il Kirchhoff mediante una opportuna trasformazione di coordinate, che corrisponde a spostare l'origine degli assi mobili lungo l'asse di rotazione, si può dare alla forza viva in questione la forma

$$2T = c_{11}(u^2 + v^2) + c_{33}w^2 + c_{44}(p^2 + q^2),$$

che introdotte le coordinate lagrangiane $\alpha, \beta, \gamma, \vartheta, \phi$ assume l'aspetto:

$$2T = c_{11}(\alpha'^2 + \beta'^2 + \gamma'^2) + (c_{33} - c_{11})\{\alpha' \sin \vartheta \cos \phi + \beta' \sin \vartheta \sin \phi + \gamma' \cos \vartheta\}^2 + c_{44}(\vartheta'^2 + \sin^2 \vartheta \phi'^2).$$

3° Supponiamo ora, che quattro e quattro soltanto delle forme date sieno indipendenti, e tali sieno ad esempio $Q_1 f, Q_2 f, Q_3 f, Q_4 f$, in modo che per le altre due si abbia

$$Q_{4+i} f = \sum_1^4 \lambda_{ij} Q_j f \\ (i = 1, 2).$$

Tenendo conto delle (1) si trae:

$$\begin{array}{llll} Q_1 \lambda_{11} = 0, & Q_1 \lambda_{12} = 0, & Q_1 \lambda_{13} = -1, & Q_1 \lambda_{14} = 0, \\ Q_2 \lambda_{11} = 0, & Q_2 \lambda_{12} = 0, & Q_2 \lambda_{13} = -\lambda_{14}, & Q_2 \lambda_{14} = 0, \\ Q_3 \lambda_{11} = 1, & Q_3 \lambda_{12} = \lambda_{14}, & Q_3 \lambda_{13} = 0, & Q_3 \lambda_{14} = 0, \\ Q_4 \lambda_{11} = -\lambda_{31}, & Q_4 \lambda_{12} = -\lambda_{32} - \lambda_{12}, & Q_4 \lambda_{13} = \lambda_{12} - \lambda_{33}, & Q_4 \lambda_{14} = -\lambda_{34}. \end{array}$$

$$\begin{aligned}
Q_1 \lambda_{21} &= 0, & Q_1 \lambda_{22} &= 1, & Q_1 \lambda_{23} &= 0, & Q_1 \lambda_{24} &= 0, \\
Q_2 \lambda_{21} &= -1, & Q_2 \lambda_{22} &= 0, & Q_2 \lambda_{23} &= -\lambda_{24}, & Q_2 \lambda_{24} &= 0, \\
Q_3 \lambda_{21} &= 0, & Q_3 \lambda_{22} &= -\lambda_{24}, & Q_3 \lambda_{23} &= 0, & Q_3 \lambda_{24} &= 0, \\
Q_4 \lambda_{21} &= -\lambda_{11}, & Q_4 \lambda_{22} &= -\lambda_{12} - \lambda_{23}, & Q_4 \lambda_{23} &= \lambda_{22} - \lambda_{13}, & Q_4 \lambda_{24} &= -\lambda_{14}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
-\lambda_{12} - \lambda_{11} \lambda_{14} - \lambda_{23} + \lambda_{21} \lambda_{24} &= 0, \\
-\lambda_{13} \lambda_{14} - \lambda_{23} \lambda_{14} + \lambda_{22} \lambda_{24} - \lambda_{13} \lambda_{24} &= 0, \\
\lambda_{21} + \lambda_{23} \lambda_{14} - \lambda_{13} \lambda_{14} + \lambda_{23} \lambda_{24} &= 0, \\
\lambda_{14}^2 + \lambda_{14} \lambda_{24} &= 1.
\end{aligned}$$

Facilmente si vede, che un tal gruppo di trasformazioni non è possibile per il fatto, che non si possono determinare delle funzioni λ , che soddisfacciano alle relazioni volute.

Infatti dalla 4^a delle identità del terzo gruppo ho:

$$2 \lambda_{14} Q_4 \lambda_{14} + \lambda_{14} Q_4 \lambda_{24} + \lambda_{24} Q_4 \lambda_{14} = 0,$$

e in virtù delle relazioni del primo e secondo gruppo

$$-2 \lambda_{14} \lambda_{24} - \lambda_{14}^2 - \lambda_{24}^2 = 0,$$

cioè

$$\lambda_{14} = -\lambda_{24},$$

in virtù della quale la quarta del terzo gruppo diventa

$$\lambda_{14}^2 - \lambda_{14}^2 = 1,$$

che è assurda.

4° Nel caso in cui tre e tre soltanto delle trasformazioni ammesse dal sistema sieno indipendenti, poichè come tali possiamo sempre scegliere le $Q_1 f$, $Q_2 f$, $Q_3 f$, possiamo concludere usando delle stesse considerazioni svolte al n. 2 del § 4, che la forza viva di un sistema con tre gradi di libertà, che ammette il gruppo di trasformazioni di cui ora è parola, è riducibile a quella di un punto materiale mobile nello spazio ordinario.

§ 10. Dimostriamo ora, che la ricerca della espressione più generale della forza viva di un sistema con n gradi di libertà,

la quale ammette un gruppo G_r , le cui trasformazioni infinite-
sime

$$X_k f = \sum_1^n \xi_{kh} \frac{\partial f}{\partial x_h}$$

$$(k = 1, 2, \dots, r),$$

sono tali, che ρ soltanto delle forme $X_k f$ ($k = 1, 2, \dots, r$) sieno
indipendenti, mentre le altre $r - \rho$ sono funzioni lineari di
quelle, è ricondotto alla ricerca della espressione più generale
della forza viva, che ammette un gruppo d'ordine r in ρ va-
riabili soltanto.

Infatti, poichè le equazioni

$$X_1 f = 0, \quad X_2 f = 0, \quad \dots, \quad X_r f = 0,$$

costituiscono un sistema completo e ρ fra esse sono indipen-
denti, potremo asserire, ch'esse ammettono $n - \rho$ integrali
indipendenti

$$\Phi_1(x_1 \dots x_n) = \text{cost}, \dots, \quad \Phi_{n-\rho}(x_1 \dots x_n) = \text{cost}.$$

Si eseguisca la trasformazione di variabili:

$$y_1 = \Phi_1, \quad y_2 = \Phi_2, \dots, \quad y_{n-\rho} = \Phi_{n-\rho}, \quad y_{n-\rho+1} = x_{n-\rho+1}, \dots, \quad y_n = x_n$$

e avremo:

$$X_k f = Y_k f = \sum_1^n \xi_{kh} \sum_1^n \frac{\partial f}{\partial y_s} \frac{\partial y_s}{\partial x_h}.$$

ovvero indicando con η_{ks} ciò che divengono le ξ_{ks} quando si
esprimono per le y_1, y_2, \dots, y_n , e notando che

$$\sum_1^n \eta_{kh} \frac{\partial y_s}{\partial x_h} = 0$$

$$(s = 1, 2, \dots, n - \rho),$$

$$\sum_1^n \eta_{kh} \frac{\partial y_s}{\partial x_h} = \eta_{ks}$$

$$(s = n - \rho + 1 \dots n),$$

potremo scrivere

$$Y_k f = \sum_{s=\rho+1}^n \eta_{ks} \frac{\partial f}{\partial y_s} \\ (k = 1, 2, \dots, r).$$

Indicando con Γ_r il gruppo, che ha quali trasformazioni infinitesime le $Y_k f$, possiamo asserire, ch'esso è isomorfo al gruppo G_r , e di più, che questo è simile al gruppo definito dalle equazioni in termini finiti.

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{l} y'_j = y_j \\ \qquad \qquad \qquad (j = 1, 2, \dots, n - \rho), \\ y'_i = f_i(y_1, y_2, \dots, y_{n-\rho}; y_{n-\rho+1}, \dots, y_n; a_1, a_2, \dots, a_r) \\ \qquad \qquad \qquad (i = n - \rho + 1, n - \rho + 2, \dots, n), \end{array} \right.$$

le ultime ρ essendo quelle che definiscono il gruppo Γ_r , e a_1, a_2, \dots, a_r essendo i suoi parametri.

Per determinare ora le espressioni più generali delle forze vive, che ammettono i gruppi considerati nei paragrafi precedenti, osserviamo, che il gruppo Γ_r si può considerare come un gruppo in ρ variabili, perchè le altre $n - \rho$ entrano nelle sue trasformazioni infinitesime come semplici parametri.

Supposto ora di aver determinati tutti i possibili tipi, non simili fra loro, di gruppi in ρ variabili dotati della struttura in questione, si potrà sceglierne fra essi uno determinato Γ_r , che sarà simile a Γ_r quando per i parametri di questo si sieno fissati opportuni valori costanti.

Il gruppo (1) è quindi simile al gruppo

$$(2) \quad \left\{ \begin{array}{l} y'_j = y_j \\ \qquad \qquad \qquad (j = 1, 2, \dots, n - \rho), \\ y'_i = F_i(y_{n-\rho+1}, y_{n-\rho+r}, \dots, y_n; b_1, b_2, \dots, b_r) \\ \qquad \qquad \qquad (i = n - \rho + 1, \dots, n). \end{array} \right.$$

e questo di conseguenza sarà simile a G_r . Esisterà quindi una trasformazione di variabili

$$y_h = y_h(x_1, \dots, x_n) \\ (h = 1, 2, \dots, n),$$

per cui dall'uno si passerà all'altro.

È chiaro allora, che per determinare il sistema integrale delle equazioni differenziali estese alle velocità, che si traggono dalle trasformazioni del gruppo (2) basta determinare gli integrali delle equazioni relative al gruppo I^r, e ad essi aggiungere:

$$\begin{aligned} y_1 &= \text{cost}, & y_2 &= \text{cost}, & \dots & y_{n-p} &= \text{cost}, \\ y'_1 &= \text{cost}, & y'_2 &= \text{cost}, & \dots & y'_{n-p} &= \text{cost}. \end{aligned}$$

L'espressione più generale della forza viva domandata sarà la forma quadratica più generale possibile costrutta con questi integrali. A maggiore schiarimento diamo qualche esempio.

1. La forza viva di un sistema con n gradi di libertà, che ammetta i tre integrali delle quantità di moto è riducibile alla:

$$T = \frac{1}{2} f(x_1, x_2, \dots, x_n) (x_1'^2 + x_2'^2 + x_3'^2) + \frac{1}{2} \sum_{rs}^n a_{rs}(x_1, x_2, \dots, x_n) x_r' x_s',$$

la f e le a_{rs} essendo simboli di funzioni arbitrarie (pel confronto V. § 5).

2. La forza viva di un sistema con n gradi di libertà, che ammetta i tre integrali delle aree cui corrispondano tre forme $Q_1 f$, $Q_2 f$, $Q_3 f$ indipendenti è riducibile alla:

$$\begin{aligned} T = & \frac{2}{1 + x_1'^2 + x_2'^2 + x_3'^2} \left\{ A(x_1, \dots, x_n) [x_1' + x_2 x_3' - x_3 x_2']^2 + \right. \\ & + B(x_1, \dots, x_n) [x_2' + x_1 x_3' - x_3 x_1']^2 + C(x_1, \dots, x_n) [x_3' + x_2 x_1' - x_1 x_2']^2 \left. \right\} + \\ & + \frac{1}{2} \sum_{rs}^n a_{rs}(x_1, \dots, x_n) x_r' x_s', \end{aligned}$$

anche qui indicandosi con A , B , C , a_{rs} simboli di funzioni arbitrarie.

Osservazione. — Esaurita così la questione, che m'ero proposta, mi permetto di aggiungere una considerazione riguardo un fatto, che ho avuto occasione di notare al n. 1 del § 6. Col solito processo usato in questo studio sono arrivato a con-

cludere, che la forza viva tipica di un sistema con tre gradi di libertà, cui sieno permessi due integrali delle quantità di moto, e l'integrale delle aree relativo al terzo asse è quella di un corpo rigido immerso in un fluido incompressibile, indefinitamente esteso, che scorre lungo una vite, il cui asse possa traslare in modo, che un suo punto rimanga sempre in un piano ad esso normale. Ho però concluso allora, che si poteva considerare più semplicemente qual forza viva tipica quella dello stesso corpo considerato però nel vuoto, e ciò perchè si poteva ridursi dall'una all'altra, mediante un semplice cambiamento di parametri.

Questo fatto induce a concludere, che, analiticamente, la dinamica nei due casi è la medesima, e che quindi, come nel caso più semplice del corpo nel vuoto, così anche nell'altro il numero delle costanti essenziali è uguale ad 1.

È chiaro quindi, quanto sia interessante, rispetto ai vari tipi qui enumerati, il problema della ulteriore loro riducibilità mediante cambiamento di variabili, in modo da mettere in evidenza (con linguaggio geometrico) le varietà non applicabili in essi contenute.

La questione presenta interesse soltanto, quando nella espressione della forza viva sieno contenuti degli elementi arbitrari; in particolare dunque i casi da me trattati, che contengono delle costanti.

Così ad esempio la forza viva considerata al n. 1 del § 9 contiene 21 costanti che si possono però ridurre a 15, disponendo opportunamente della posizione dell'origine degli assi mobili e della loro orientazione.

Vien naturale allora la domanda: quante di queste sono essenziali?

Ecco la questione che mi propongo di studiare, appena potrò dedicarmivi.

Padova, 1° Aprile 1901.

SULL' ATTRITO INTERNO NELLE SOLUZIONI DI ALLUME DI CROMO.

Nota del Dott. EFISIO FERRERO ¹⁾.

Nel determinare il coefficiente d'attrito in alcune soluzioni saline, ho preso in considerazione speciale quelle di allume di cromo, per lo strano modo di comportarsi di questo sale.

Si sa come queste soluzioni siano di un color violetto-rossastro, e cristallizzabili in bei cristalli ottaedri, se ottenute ad una temperatura ordinaria, e come sotto l'azione del calore, ad una temperatura superiore ai 60° esse assumano un bel color verde e non diano più cristalli, ma lasciate in riposo, dopo un certo tempo non breve, lentamente riacquistino le primitive proprietà. Questo cambiamento di colore è dovuto alla scomposizione in un sale basico di color verde e in un acido libero, come lo dimostrano l'esperienze del Recoura ²⁾ sul solfato cromico.

Il Monti, in una interessante Memoria ³⁾, conferma questa teoria, ed accenna alle singolari proprietà fisiche delle soluzioni di allume di cromo, e fra le più importanti: al diminuire, col cambiamento di colore, della densità, dell'indice di rifrazione ⁴⁾, della resistenza elettrica, alla variazione dello spettro d'assorbimento ecc.

Anche l'attrito interno in queste soluzioni diminuisce col cambiamento di colore, e questo fatto fu osservato, fra gli altri, dal D'Arcy ⁵⁾, mentre lo Sprung ⁶⁾ l'aveva riscontrato anche nel solfato di cromo.

1) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Fisica della R. Università di Torino.

2) Recoura. Ann. de Chim. et de Phys. Serie 7, 1895.

3) Monti. Reale Acc. delle Scienze di Torino, 1894-95.

4) Sorét, Borel e Dumond. Archives des Sciences Physiques et Nat. T. I, II, 1896.

5) D'Arcy. Philosophical Magazine. S. 5, Ottobre 1889.

6) Sprung. Pogg. Ann., 159, 1876, pag. 34.

Mi sono proposto di studiare quale relazione esiste fra il mutamento di colore e il mutamento della resistenza d'attrito, determinando a quale temperatura avvenga quest'ultimo fenomeno.

Ho proceduto nel seguente modo: preparata una soluzione violetta ne ho determinato l'attrito interno alla temperatura di 20°,5, quindi ho portato successivamente la soluzione a temperature diverse fra i 50° circa e gli 85°, usando precauzioni per diminuire il più possibile l'evaporazione, e ogni volta ho lasciato raffreddare lentamente la soluzione per determinarne l'attrito sempre alla stessa temperatura di 20°,5. Il metodo tenuto fu quello di Poiseuille.

Espongo nelle seguenti tabelle i risultati delle esperienze di due concentrazioni diverse, facendo notare che essi sono le medie di almeno tre osservazioni.

Indico:

con θ le temperature a cui furono portate successivamente le soluzioni;

con η il valore del coefficiente d'attrito interno espresso nel sistema C. G. S. e calcolato a 20°,5.

Per la costruzione delle curve ho preso per ordinate i valori di η , e per ascisse le temperature θ .

Soluzione N. 1.

Conc. 20,5 %

Dens. 20°,5 1,07611

θ	COLORE	η (C. G. S.) a 20°,5	
20,5	Violetto	0,014168	$141,68 \times 10^{-4}$
52,5	»	0,014119	$141,19 \times 10^{-4}$
58,0	Violetto-verde	0,013992	$139,92 \times 10^{-4}$
60,2	Verde	0,013741	$137,41 \times 10^{-4}$
63,0	»	0,013531	$135,31 \times 10^{-4}$
66,2	»	0,013413	$134,13 \times 10^{-4}$
70,0	»	0,013237	$132,37 \times 10^{-4}$
75,0	»	0,013070	$130,70 \times 10^{-4}$
80,5	»	0,012946	$129,46 \times 10^{-4}$
83,0	»	0,012943	$129,43 \times 10^{-4}$
85,0	»	0,012945	$129,45 \times 10^{-4}$

Soluzione N. 2.

Conc. 13,75 %

Dens. 20°,5 1,04750

θ	COLORE	η (C. G. S.) a 20°,5	
20,5	Violetto	0,012609	$126,09 \times 10^{-4}$
52,5	»	0,012619	$126,19 \times 10^{-4}$
55,0	Violetto-verde	0,012384	$123,84 \times 10^{-4}$
60,0	Verde	0,012099	$120,99 \times 10^{-4}$
65,0	»	0,011982	$119,82 \times 10^{-4}$
70,0	»	0,011893	$118,93 \times 10^{-4}$
75,2	»	0,011884	$118,84 \times 10^{-4}$
81,2	»	0,011854	$118,54 \times 10^{-4}$
85,0	»	0,011854	$118,54 \times 10^{-4}$

Dai risultati dell'esperienza e dall'esame delle curve, si può concludere:

1) che l'attrito interno nelle soluzioni di allume di cromo, comincia a subire una lieve diminuzione in prossimità ai 55°, alla quale temperatura corrisponde, all'incirca, il cambiamento di colore dal violetto al verde; e che esso attrito va sempre diminuendo al crescere della temperatura fin verso gli 80°, dove assume un valore quasi costante.

La variazione dell'attrito comincia dunque alla temperatura a cui avviene il mutamento di colore e si prolunga per circa 25° al disopra di essa.

2) La differenza d'attrito fra le due soluzioni violette e verdi diminuisce col diminuire della concentrazione.

Torino, Marzo 1901.

OSSERVAZIONI INTORNO AD UN PRECEDENTE LAVORO
SULLA DEFORMAZIONE DEI CONDENSATORI.

Nota di M. CANTONE e F. SOZZANI.

Riferendoci al nostro lavoro inserito nel fascicolo Settembre-Ottobre di questo giornale, ed avente per titolo «*Nuove ricerche sulla deformazione dei condensatori*» crediamo necessario avvertire che per equivoco furono riportati nella tab. II, eccezione fatta per il term. cond. n° 8, i valori di λ , τ e 3λ che si ottennero nei calcoli preliminari, fatti durante le ricerche sulle variazioni di volume interno e di lunghezza (cioè prima ancora che fossero noti i valori di K), ponendo provvisoriamente $K=5$.

Noteremo intanto che siccome per ciascun condensatore il rapporto fra le τ e le corrispondenti λ non dipende dal valore di K , le deduzioni che si riferiscono alla determinazione di k , per mezzo delle esperienze fatte col primo metodo rimangono immutate. D'altro canto, tenendo presente che i valori di λ e τ servivano a mostrare l'accordo fra i risultati avuti coi vari condensatori, e considerando che questo accordo è posto ancora meglio in evidenza ove per ciascuno dei tubi adoperati si assumano i valori esatti di K in base ai quali furono eseguiti i calcoli definitivi, nulla è da modificare su ciò che si disse a quel proposito nella discussione dei risultati relativi alle prime ricerche di elettrostrizione. Del resto quello che a noi più importa di rilevare è che i valori di k_1 , alla cui deduzione mirava la prima parte del nostro studio, sono indicati nella tabella quali si ebbero dai calcoli definitivi, cioè ponendo per ciascun condensatore il valore di K che ad esso compete: e se per quanto riguarda i term. cond. n° 6, n° 8 e n° 11, le k_1 segnate debbono essere sostituite rispettivamente da 1,86, 4,42 e 3,45, come abbiamo potuto accertare rivedendo i calcoli che diedero i numeri delle ultime colonne, riescono meglio giustificati i nostri apprezzamenti sul sensibile accordo

fra le k_1 , poichè quelle sostituzioni rendono meno marcate le divergenze.

Osserveremo in ultimo che nel dedurre le ϵ calc. per $k_2=0$ non si tenne conto della parentesi grande che compare a secondo membro dell'ultima relazione a pag. 29; e siccome ciò porta a conseguenze un po' diverse da quelle cui eravamo pervenuti, stimiamo opportuno trascrivere la tab. XXVI nella forma esatta.

N.°	R_2	δ	k_1	ϵ (oss.)	ϵ (calc.) per $k_2=k_1$	ϵ (calc.) per $k_2=0$
	cm	cm				
3	0,548	0,177	2,72	5,59	2,36	4,11
5	0,440	0,204	3,88	7,27	3,34	6,83
8	0,914	0,068	2,61	0	0,54	0,92
12	0,676	0,137	2,13	2,20	1,44	2,25
15	0,524	0,136	2,38	2,97	1,86	3,10
17	0,688	0,047	2,29	0,44	0,52	0,83
19	0,630	0,058	2,00	1,41	0,66	1,02
20	0,894	0,133	1,95	1,95	1,06	1,56
21	0,866	0,135	2,10	3,85	1,04	1,69

Da questi risultati è lecito argomentare che i valori di k_2 sono compresi fra i limiti $k_2=k_1$ e $k_2=0$; ma non possiamo dire che i valori più probabili sieno vicini al primo limite; sicchè, mentre dalle nostre esperienze viene provato che con una trazione perpendicolare alle linee di forza cresce la costante dielettrica del vetro, in modo nettamente apprezzabile quanto all'ordine di grandezza della variazione, nel caso di una trazione nel senso delle linee di forza pare assodato che il coefficiente relativo alle variazioni della costante dielettrica sia dello stesso segno dell'altro e di un ordine di grandezza non superiore.

Non possiamo dar termine a questa Nota senza esprimere i nostri più vivi ringraziamenti al sig. P. Sacerdote, il quale colla gentilezza che tanto lo distingue ha voluto attirare la nostra attenzione sulle inesattezze da lui poste in chiaro per mezzo dei dati stessi forniti dalla nostra precedente pubblicazione.

DESCRIZIONE DI UN APPARECCHIO PER LA DETERMINAZIONE DELLA DENSITÀ
E DELLA MASSA DI QUANTITÀ MINIME DI UN SOLIDO.

Nota di G. GUGLIELMO ¹⁾.

Nella determinazione della densità di un solido di piccola massa è possibile ottenere il peso del solido nell' acqua con una precisione maggiore di quella che consentono i mezzi ordinari della bilancia idrostatica e della boccetta, servendosi dell' apparecchio seguente ²⁾. Esso consta essenzialmente di un areometro colla massa asimmetrica, il quale immerso completamente nell' acqua ed appoggiato con una estremità, ripiegata ad angolo retto, sopra un piano orizzontale se esso tende ad andare a fondo, oppure sotto e contro di questo piano se tende a venire a galla, s' inclina più o meno secondo il peso, le dimensioni, la forma dell' areometro e la densità del liquido. Collocando il solido in modo opportuno alla estremità libera dell' areometro, oppure ad una distanza nota dall' asse d' inclinazione, osservando la deviazione che ne risulta, si può determinare il peso del solido nell' acqua sia paragonando tale deviazione con quella che produce un peso noto, sia determinando qual peso noto occorre per produrre una uguale deviazione in condizioni identiche, e si può quindi calcolare nel modo solito la densità cercata.

Con questo metodo si evita l' errore causato dalla tensione superficiale del liquido che circonda il filo di sospensione del corpo, nel caso di determinazioni fatte colla bilancia idrostatica ed inoltre si diminuisce l' attrito, che è sensibile anche nelle migliori bilancie. Le variazioni di temperatura potrebbero influire sulla spinta del liquido e quindi sulla inclinazione dell' areometro, ma le determinazioni sono di sì breve durata da permettere di tenere all' aria libera, senza alcuna difesa, il recipiente in cui si immerge l' areometro.

1) Dalla R. Accad. dei Lincei, vol. 9, 2° sem., ser. 5, fasc. 8.

2) Rend. Accad. dei Lincei, 1900, 1° semestre.

Per piccolissime quantità di solido le ordinarie bilancie comporterebbero poca precisione per le determinazioni dei pesi nell'aria; e riuscirebbe inutile la precisione data dal solo areometro nella determinazione del peso nell'acqua; è preferibile in questo caso determinare la densità servendosi soltanto dell'areometro, osservando il peso apparente del solido in due liquidi di densità molto diverse e note.

Se x e D sono la massa e la densità del solido, p , p' i pesi apparenti del medesimo nei liquidi di densità δ δ' , sarà:

$$p = x \left(1 - \frac{\delta}{D} \right), \quad p' = x \left(1 - \frac{\delta'}{D} \right)$$

$$\frac{p}{p'} = \frac{D - \delta}{D - \delta'}$$

$$D - \delta = \frac{p}{p - p'} (\delta' - \delta), \quad x = \frac{p D}{D - \delta}$$

Se $\delta = 1$ e $\delta' - \delta = 2$, ciò che si ottiene facilmente con una miscela di bromuro d'etilene con poco liquido meno denso, sarà $D - 1 = p : (p - p')$. Questo metodo permette di ottenere la densità e la massa di quantità piuttosto piccole d'un solido, con una precisione poco diversa da quella che si ottiene colla bilancia per quantità maggiori. Se A , B , C sono rispettivamente il punto fisso, il centro di gravità ed il centro di spinta dell'areometro, per l'equilibrio stabile, sarà necessario che questi tre punti stiano in uno stesso piano verticale, e che B e C stiano dallo stesso lato rispetto alla verticale condotta per A e che la AB stia al di sotto della AC ; se inoltre P e Q sono il peso dell'areometro ed il valore della spinta, L ed L' le distanze BA , CA dei rispettivi centri dal punto fisso se θ , θ' sono gli angoli che la AB e la AC fanno colla orizzontale, per l'equilibrio, dovrà essere:

$$P L \cos \theta = Q L' \cos \theta'.$$

Se $L \cos \theta < L' \cos \theta'$ dovrà essere $P > Q$, l'areometro tenderà ad andare al fondo del liquido e dovrà essere appoggiato colla estremità, appositamente foggjata, sopra un piano orizzontale affinchè l'areometro assuma l'inclinazione conveniente per

l'equilibrio; se invece $L \cos \theta > L' \cos \theta'$, dovrà essere $P < Q\delta$, l'areometro tenderà a venire a galla, e perchè assuma l'inclinazione conveniente dovrà essere appoggiato con l'estremità suddetta sotto e contro un piano orizzontale.

Se collochiamo sull'areometro un peso p e supponiamo che il suo punto d'applicazione si trovi sulla AC , che è l'asse di figura dell'areometro, ad una distanza l dal punto fisso, esso farà deviare l'areometro di un angolo α verso il basso e per l'equilibrio dovrà essere:

$$P L \cos (\alpha \pm \theta) = (Q L' \delta + pl) \cos (\alpha \pm \theta')$$

ossia dividendo per l'uguaglianza precedente e per $\cos \alpha$:

$$1 \mp \tan \theta \tan \alpha = \left(1 + \frac{pl}{QL' \delta}\right) (1 \mp \tan \theta' \tan \alpha)$$

e se $pl : QL' \delta$, θ e θ' sono molto piccoli, si avrà:

$$pl = QL' \delta (\tan \theta' - \tan \theta) \tan \alpha = k \tan \alpha.$$

La costante k si può determinare osservando la deviazione α che si ottiene per un valore noto di pl .

Per dedurre i valori di $\tan \alpha$ si preferisce fra i vari metodi, osservare l'immagine di una scala prodotta da uno specchio fissato all'areometro, verticalmente se le pareti del recipiente sono trasparenti o piane, orizzontalmente se il recipiente è opaco.

È da notare che la deviazione subita dal raggio riflesso è 2α e che col cannocchiale si osserva la tangente della deviazione del raggio rifratto all'uscita dal recipiente, cioè di un angolo β tale che $\sin \beta = n \sin 2\alpha$, essendo n l'indice di rifrazione del liquido. Se α non supera i 3° , si può ammettere che β ed α siano proporzionali e quindi $pl = k' \tan \beta$, dove k' si determina come k . Per grandi deviazioni bisogna che la superficie dello specchio come anche quelle delle pareti del recipiente sieno perfettamente piane.

Questi areometri si compongono di una bolla sferica di vetro, munita da un lato di un tubo sottile e graduato più o meno lungo, e dall'altro delle punte d'appoggio; la loro forma non ha molta influenza sul loro modo di funzionare. Per



mantenere alquanto stabile il piano verticale nel quale devia l'areometro, esso si fa appoggiare sopra due punte che terminano sopra una linea perpendicolare all'asse dello strumento. Queste due punte si appoggiano sopra una striscia di vetro da specchi posta col suo piano orizzontale nell'interno del recipiente, a metà altezza.

Gli areometri più comodi e più precisi sono quelli lunghi complessivamente 7 o 10 cm. colla bolla vicina alle punte di appoggio, essi assumono rapidamente la posizione d'equilibrio nella quale si mantengono immobili se il recipiente è piccolo, e permettono di apprezzare facilmente la posizione media.

Un filo di piombo verticale spesso circa 2 mm. attaccato sopra o sotto l'areometro, accorciato e piegato nei diversi sensi, permette di regolare il peso dell'apparecchio, dare la voluta sensibilità e fare in modo che il centro di gravità si trovi nel piano d'inclinazione.

Per evitare gli errori prodotti dalla variazione di posizione dei corpi si può far uso di due disposizioni diverse, una adatta per solidi regolari e non pesanti più di 1 cgr., l'altra per solidi di forma e peso qualsiasi.

Nel primo caso una striscia di lamina sottile d'ottone, lunga circa un cm., larga 4 mm. piegata longitudinalmente ad angolo retto viene fissata con ceralacca presso l'estremità dell'areometro, colla cavità rivolta verso l'alto e colla costola orizzontale e perpendicolare all'asta; il centro di gravità del solido immerso nell'acqua entro la cavità si trova press'a poco sulla costola. I pesi noti sono di filo di platino, diritti, ma coll'estremità ripiegata ad anello per toglierli facilmente

Nel caso che il peso superi parecchi decigrammi, si trova comodo l'uso di un piattello fissato alla sommità d'una bolla galleggiante, convenientemente zavorrata per non capovolgersi. — Alla estremità inferiore di questa bolla viene legato un filo di bozzolo che sostiene un doppio anello di filo d'ottone nel quale entrano le due estremità d'un coltello fissato all'areometro col taglio rivolto in basso.

L'areometro è regolato in modo che senza piattello stia quasi orizzontale; poscia adattatovi il piattello galleggiante, si carica questo con pesi noti finchè affondi e si disponga oriz-

zontalmente, quindi si pone sul piattello il solido di cui si cerca il peso apparente e si tolgono pesi noti in modo da ottenere l'inclinazione di prima.

È utile disporre due ostacoli convenienti per limitare la deviazione dell'areometro in entrambi i sensi; si può far uso di due grossi fili d'ottone ripiegati in forma di U quadro, appesi o fermati colle estremità all'orlo del recipiente.

Si è determinata la densità di vari solidi pesanti da 2,5 milligr. a 0,2357 gr., osservando il peso nell'aria colla bilancia, ed il peso nell'acqua coll'areometro, per sostituzioni con pesi noti equivalenti.

L'accordo fra i risultati di ciascuna serie, ed anche fra risultati di serie diverse, eseguite con diversi areometri ma relative ad uno stesso solido, supera ordinariamente il centesimo di milligrammo e talvolta raggiunge il cinquecentesimo di milligrammo.

LIBRI NUOVI

PRONTUARIO DELLE MONETE, PESI E MISURE INGLESI RAGGUAGLIATE AL SISTEMA METRICO DECIMALE,

per l' Ing. ITALO GHERSI.

(Manuali Hoepli 1901).

La collezione Hoepli si è arricchita di questo utile manuale.

L'ausilio di intermediarii di uso facile che sostituiscono alle regole teoriche il risultato numerico, è di sommo vantaggio nella pratica della vita commerciale e industriale.

Questo prontuario entra nel numero delle pubblicazioni di tal genere.

Esso è fornito di 47 tabelle di conti fatti e di 40 nitide riproduzioni in fotozincotipia delle monete inglesi, grandezza naturale, avente corso legale.

G. CARRO CAO.

CONTRIBUTION TO PHOTOGRAPHIC OPTICS,
di O. LUMMER.

(Traduzione con aggiunte di S. P. Thompson — Londra, Macmillan e C. 1900).

Il libro del Lummer contiene in forma concisa e ordinata tutto quanto occorre per la costruzione degli obiettivi fotografici, tenendo conto delle diverse specie di aberrazioni che si presentano in tali sistemi di lenti, e indicando il modo di correggerle. Ciò fa il Lummer seguendo la teoria di L. von Seidel, che il Thompson espone in un'appendice. — Altra aggiunta del Thompson si riferisce agli obiettivi inglesi recenti e alle lenti destinate alla telefotografia. — Il libro del Lummer riuscirà di grande vantaggio non solo ai costruttori di apparecchi ottici, ma anche a chiunque si occupi di studi teorici, perchè contiene assai cose che non si trovano in altre monografie, nè sono esposte nei trattati generali.

A. S.

**LEHRBUCH DER ELEKTROTECHNIK ZUM GEBRAUCHE BEIM UNTERRICHT
 UND ZUM SELBSTUDIUM,**
di E. STÖCKHARDT.

(Lipsia, Veit e C. 1901).

Dopo aver esposto sommariamente quelle parti della meccanica e della teoria generale dell'elettricità che interessano più da vicino lo studio dell'elettrotecnica, l'A. si trattiene a descrivere i metodi e gli apparecchi di misura che si richiedono nelle applicazioni scientifiche e industriali. Negli ultimi quattro capitoli son descritte le dinamo e i motori per correnti continue e per correnti alternanti, e sono esposte le nozioni relative alle correnti polifasi.

Il libro è destinato a coloro che avendo già assai pratica nell'elettrotecnica, desiderano avere delle nozioni teoriche che possano loro interessare. La trattazione della elettrotecnica vera e propria è poi tale da mettere il lettore in grado di intendere le Memorie speciali che vengono pubblicate nei periodici scientifici.

A. S.

DIE WISSENSCHAFTLICHEN GRUNDLAGEN DER ANALYTISCHEN CHEMIE.**W. OSTWALD.**

(Leipzig, Wilhelm Engelmann, 1901).

È un volume elegantemente legato di pagg. 220. Questo manuale dell' illustre scienziato tedesco si differenzia da tutti gli ordinari trattati di analisi, che sono generalmente una nuda esposizione delle diverse proprietà dei singoli corpi. L' A. — poco curandosi di dare nozioni troppo particolari — espone le dottrine generali che devono servire di base alla chimica analitica: tratta dei metodi generali di riconoscimento delle varie sostanze sì fisici che chimici, si dilunga attorno alla teoria delle soluzioni, mettendo bene in rilievo le proprietà dei singoli joni, e attorno agli equilibri chimici, mostrando come quasi sempre in luogo delle reazioni complete espresse dalle ordinarie equazioni avvengano invece delle reazioni incomplete. Sono pure notevoli i capitoli in cui parla della velocità di reazione, dell' idrolisi, della precipitazione.

Appunto per non nuocere al carattere generale del libro l' autore è assai conciso nella seconda parte, in cui ricorda le proprietà caratteristiche dei singoli joni.

L' opera è con questa alla terza edizione notevolmente ampliata e migliorata. È inutile che io ricordi qui il favore con cui furono accolte dagli studiosi le due prime edizioni che ebbero l' onore di essere tradotte in inglese e in russo: non minore fortuna avrà indubbiamente questa terza.

GUIDO GIGLI.

RECENTI PROGRESSI NELLE APPLICAZIONI DELL' ELETTRICITÀ,**di RINALDO FERRINI.**

(Terza edizione di pag. 288 con 190 figure — Milano, Hoepli 1901).

Su questa terza edizione dell' opera del Prof. Ferrini è opportuno che sia richiamata l' attenzione degli studiosi, avendosi con essa un lavoro interamente nuovo. Esso si discosta principalmente dalle edizioni anteriori in quanto che, oltre es-

sere presupposta la conoscenza delle leggi fondamentali dell'elettricità, anche le teorie che trovano posto nei trattati generali e le descrizioni di macchine ed apparecchi ormai non nuovi sono richiamate solo in succinto riassunto. Così all'Opera torna ad essere appropriato il titolo « *Recenti progressi ecc.* ».

L'Opera è divisa in tre parti. Nella prima l'Autore svolge rapidamente la teoria dei fenomeni elettromagnetici, e tratta i problemi inerenti, servendosi a seconda dei casi dell'analisi matematica o di metodi grafici; è aggiunta una esposizione del metodo simbolico di Ch. P. Steinmetz e ne è fatta l'applicazione ad alcuni problemi relativi alle correnti alternanti.

Nella seconda parte son trattate le questioni sulla trasmissione e la utilizzazione della potenza elettrica. Qui l'Autore piuttosto che diffondersi nella descrizione delle macchine e dei loro numerosissimi perfezionamenti, tratta estesamente dal punto di vista teorico e da quello tecnico le questioni che i costruttori intesero risolvere, aggiungendo diffuse notizie sui più importanti impianti elettrici compiuti di recente. L'Autore termina passando in rivista le applicazioni varie, che negli ultimi anni ha avuto l'elettricità, quali i raggi di Röntgen, il sincronografo di Crehore e Squier, il telegrafo senza fili Marconi, i forni elettrici ecc.

DUILIO GIGLI.

RIVISTA

Physikalische Zeitschrift. N°. 40-52, 1900.

VINCENT GEORGE. *Sulla grossezza degli strati di passaggio* (pp. 429-430). — *N. Cimento*, T. 11, pag. 361.

STARK J. *Sopra correnti incrociate nei gas* (pp. 430-431) e *Sullo studio della conducibilità nei gas mediante correnti trasversali* (pp. 432-433). — L'A. considerato il caso in cui si mandino due correnti elettriche, incrociate in un conduttore, passa all'esame sperimentale nei gas, mandando due correnti attraverso a due tubi messi a croce. Se la parte comune ai due tubi è riempita della luce positiva di una delle correnti, allorchè si manda anche l'altra diventa oscura lungo una diagonale, e presenta il massimo di

luminosità verso gli altri due vertici. La luce negativa varia assai meno mandando le due correnti sia separatamente, sia incrociate.

Ne viene che la luce positiva segue la legge della ripartizione delle linee di corrente; la negativa no.

In seguito servendosi di un tubo cilindrico a gas rarefatto munito di varie coppie di elettrodi trasversali e percorso da una corrente, determina la resistenza del gas nei vari punti.

L'A. trova che in un gas reso luminoso dalla scarica la conducibilità è maggiore nelle parti luminose che non nelle regioni oscure immediatamente vicine, e che inoltre nella luce positiva la conducibilità cresce colla densità della corrente.

MEYER STEFAN. *Sulla suscettività magnetica e sui volumi atomici* (pp. 433-434).

TOMMASINA THOMAS. *Sopra alcune azioni fotochimiche prodotte dal filo eccitatore di onde elettriche* (pp. 435-437). — *Nuovo Cimento*, Vol. XII, 1900, p. 224.

STARK J. *Osservazioni teoriche sul passaggio della corrente elettrica nei gas* (pp. 439-442).

SCHUBERT J. *Nella teoria della conduzione termica nel suolo terrestre* (pp. 442-445). — L'A. deduce dalla teoria di Fourier che la quantità di calore del suolo che si trova al disotto di un piano la cui temperatura vari periodicamente, segue queste variazioni con un ritardo di un ottavo del periodo; che così viene a essere di un mese e mezzo per le variazioni annue, di tre ore per le diurne, e trova che in generale ciò si verifica praticamente.

BÖRNSTEIN R. *Distribuzione della pressione atmosferica e declinazione della luna* (pp. 446-448). — In una comunicazione precedente (*Phys. Zeitschr.* pp. 54-56) l'A. esaminando le pressioni in varie stazioni affermava l'esistenza di una relazione tra pressione e declinazione, presentando quella un massimo e un minimo ad ogni lunazione.

In questo articolo esamina altri dati raccolti, alcuni dei quali affermano la stessa relazione, e trova che in periodi diversi la relazione varia di carattere e che in un periodo di 75 anni non si riscontra più, così che se esiste, il periodo della sua variazione non è riconoscibile nei 75 anni esaminati.

MOORE B. E. *La polarizzazione e la resistenza interna del voltmetro cuprico* (pp. 449-450). — *Nuovo Cimento*, Vol. XI, pag. 363.

VILLARI EMILIO. *Come le cariche elettriche tolgano ai gas ionizzati la virtù scaricatrice* (pp. 451-452). — *Nuovo Cimento*, Vol. XII, pp. 17-33).

VAN AUBEL EDMOND. *Sui calori specifici delle leghe* (pp. 452-453). — L'A. confronta i risultati ottenuti dai vari sperimentatori con quelli che si possono calcolare in base alla formola di Regnault, quindi si ferma a una divergenza grande tra i risultati di D. Mazzotto e di W. Spring sulla lega di Lipowitz, proponendosi di ritornare sull'argomento.

VIOL O. *Oscillazioni meccaniche di fili elettricamente luminosi* (pp. 465-466). — Unendo un filo al polo negativo di una macchina ad influenza, mediante uno spinterometro, il filo luminoso, oscilla, e c'è relazione tra il numero dei ventri e la distanza esplosiva.

SCHMIDT G. C. *Sulla fluorescenza del chinino* (pp. 466-467). — Gli ioni dei corpi alogeni tolgono la fluorescenza alle soluzioni di solfato e di bisolfato di chinino. Però lo spettro d'assorbimento non ne viene affatto alterato. Ne deduce che gli alogeni non hanno sul chinino un'azione chimica ma di presenza.

DE HEEN P. *Le proiezioni dell'etere* (pp. 473-474). — L'A. suppone che da ogni centro di scotimento dell'etere, esso venga proiettato con grande velocità; e che in questo suo movimento possa trascinare sia le cariche elettriche dei corpi che incontra, sia gli ioni dei gas molto rarefatti.

In questo modo, nei tubi di Crookes l'etere proiettato dal catodo trascina la materia *radiante* e mentre questa si ferma urtando contro il vetro, esso l'attraversa e dà origine ai raggi di Röntgen; così un fascio di raggi di Röntgen che colpisca in modo opportuno un radiometro trascina nella sua direzione la materia ponderale e questa mette in moto le alette.

Centri di proiezione dell'etere sono p. es. i corpi caldi come le fiamme; il polo negativo di una macchina elettrostatica; così che si tratta di un fenomeno generale che ha il massimo d'intensità nei raggi di Röntgen.

Anche il sole irradia etere dando origine alle varie apparenze della corona solare; delle comete; delle nostre aurore polari ecc.

VAN AUBEL EDMOND. *Sulle proprietà fisiche del cobalto e del nichel* (pp. 474-476). — Studio critico che l'A. si propone di completare sperimentalmente.

HIMSTEDT F. *Alcune ricerche sopra i raggi di Becquerel e di Röntgen* (pp. 476-478). — L'A. descrive una lunga serie di esperienze fatte con un preparato del Giesel e coi raggi di Röntgen, tra le quali cito l'azione nota sulla distanza esplosiva; dimostra che l'azione scaricatrice del preparato non varia raffreddandolo al punto di solidificazione dell'alcool; che l'occhio perde presto la sensibilità per queste radiazioni, che sono anche sensi-

bili all'occhio di certi ciechi, e infine che entrambe le radiazioni fanno diminuire la resistenza del selenio.

ABEGG R. *Osservazione sul potere conduttore di soluzioni di ammoniacca* (p. 478).

PASCHEN F. *Un tubo di Geissler con elettrodi di mercurio per lo studio del fenomeno di Zeeman* (pp. 478-480). — Tra i due elettrodi di mercurio il tubo è capillare ed ha l'asse nella direzione di una finestra chiusa mediante una lastra di fluorina.

La parte capillare sta tra i poli dell'elettrocalamita.

RUNGE C. e PASCHEN F. *Studio del fenomeno di Zeeman nello spettro del mercurio* (pp. 480-481). — Gli A. fanno uso del tubo precedente e descrivono sommariamente il comportamento di ogni linea.

HAGENBACH AUG. *Sulla condusione elettrolitica nei gas in vicinanza del punto critico* (pp. 481-483). — L'A. esamina soluzioni di NaJ e NaBr in anidride solforosa liquida e trova che allorchè gli elettrodi pescano nel liquido si ha una resistenza che cresce al crescere della temperatura con andamento accelerato fino al punto critico dopo del quale seguita ad aumentare molto più lentamente; allorchè gli elettrodi si trovano nel vapore, la resistenza è infinita fino a qualche grado sotto il punto critico poi diminuisce fino ad esso per aumentare dopo averlo oltrepassato.

Quest' elettrolita nel punto critico presenta anche una debole polarizzazione.

TROWBRIDGE J. *La produzione dei raggi X mediante corrente di accumulatori* (pp. 493-494). — L'A. impiega una batteria di 20,000 accumulatori in serie col tubo e con una resistenza di acqua distillata.

Per avviare il tubo è necessario scaldarlo. Attribuisce molta importanza alla presenza di gas occlusi.

PUCCIANI LUIGI. *Ancora sugli spettri d'assorbimento nell'ultrarosso* (pp. 494-497). — *Nuovo Cimento*, Vol. XI, p. 241.

TOEPLER MAX. *Sopra una scarica spiraliforme* (pp. 497-498). — L'A. si occupa dell'argomento trattato anche da E. Ruhmer, (*N. Cim.* Vol XII, pag. 328) servendosi di tubi a vuoto di varie dimensioni, descrivendo le condizioni in cui si produce e le numerose particolarità.

PIERCE G. W. *Sull'impiego del radiomicrometro per la misura di brevi onde elettriche* (pp. 509-513). — L'oscillatore, del tipo Righi-Lebedew, è fatto mediante fili di platino con punte d'iridio.

Il risonatore è come quello di Clemencic molto impiccolito, ed è fatto da due cilindretti di rame i cui estremi affacciati sono uniti da fili di costantana e di manganina ad essi saldati.

Il risonatore, fa parte della sospensione di un microradiometro analogo a quello del Boys. L'interruttore è del tipo di Foucault.

Le deviazioni del ricevitore sembrano proporzionali all'intensità delle onde. L'A. ripete le esperienze sulla trasparenza del legno nelle varie direzioni.

BEVIER LOUIS. *Analisi acustica delle vocali mediante registrazione fonografica* (pp. 525-527). — *N. Cim.*, Vol. XI, pag. 366.

HEYDWEILLER ADOLF. *Sulle variazioni di peso nelle trasformazioni fisiche e chimiche* (pp. 527-529). — L'A. comunica i risultati di numerose esperienze eseguite in modo analogo a quelle del Landolt, in una delle quali (dissoluzione di $61,8 \text{ Cu SO}_4 + 5\text{H}_2\text{O}$ in g. 147 di acqua) il peso diminuisce di 0,1 mmg.

FORCH O. *Fotografie del lampo con camera mobile* (p. 541). — L'A. discutendo tre fotografie da lui prese durante un temporale dice che la larghezza dell'immagine di un fulmine, dipende da due movimenti, uno proprio del fulmine, dovuto al vento, l'altro della camera.

ZEEMAN P. *Un'esperienza sulla cosiddetta propagazione anomala delle onde* (pp. 542-543). — Il Gouy scopri che quando un'onda attraversa un punto od una linea focale, viene ritardata di $\frac{\lambda}{2}$ o

di $\frac{\lambda}{4}$. Lo Zeeman riesce a mostrare il ritardo attraverso a un punto focale servendosi di una lente di calcite, piano-convessa coll'asse cristallografico sulla faccia piana, la quale perciò ha due fuochi, e di una lastra pure di calcite a faccie piane e parallele all'asse, il quale dev'essere a 90° da quello della lente. La lente e la lastra si trovano tra due nicol e la luce che attraversa questo sistema dà origine a degli anelli colorati analoghi a quelli di Newton tali che conformemente alla deduzione di Gouy allorchè hanno il centro luminoso se si trovano tra i due fuochi della lente, lo hanno oscuro al di là.

FRITSCH CARL. *Una nuova disposizione della fenditura negli apparecchi spettrali* (pp. 543-544). — La fenditura viene a essere il solco tracciato con una punta d'acciaio o col diamante sull'argento di una lastra da specchi, come per fare un risonatore del Righi.

HALI, EDWIN H. *Sul potere conduttore termico del ferro* (pp. 544-547). — *Nuovo Cimento*, Vol. XII, pag. 62.

BAKER WILL C. *Esperienze da lezione sui movimenti ondulatori* (p. 557). — *Nuovo Cimento*, XI, p. 365.

CAPPS E. V. *Determinazione del valore della fenditura per spettrofotometria* (pp. 558-560). — Per eliminare l'errore proveniente dal fatto che la luce trasmessa non è proporzionale alla larghezza della fenditura, l'A. determina curve che diano le deviazioni dalla proporzionalità della luce trasmessa per date larghezze della fenditura e per dati colori.

MERRILL J. F. *Influenza della temperatura, della pressione, della soluzione e della grandezza dell'anodo sui depositi ottenuti nel voltmetro ad argento* (p. 560). — *Nuovo Cimento*, vol. XI, p. 365.

BREDIG G. ed HAHN O. *L'ampermanometro* (pp. 561-562). — Un voltmetro per la preparazione del gas tonante comunica con un manometro ad aria libera, e coll'esterno attraverso a un tubo capillare. Lo sviluppo del gas vi determina una pressione che dipende dal diametro del tubo, dall'attrito del gas, e dall'intensità della corrente; e quindi mantenendo costante il diametro del tubo e la temperatura il manometro indicherà l'intensità della corrente.

HUMPHREYS W. J. *Variazione prodotta nella lunghezza della scintilla di una macchina elettrica da una piccola scintilla al catodo* (p. 573). — *Nuovo Cimento*, vol. XII, p. 62.

WINSLOW AUSTIN LOUIS. *Variazione di lunghezza del ferro dolce in un campo magnetico alternato* (pp. 573-574). — *Nuovo Cimento*, vol. XI, p. 366.

FORCH CARL. *Un'esperienza da lezione sulla pressione dei gas* (pp. 574-575). — L'A. ne descrive due disposizioni; la più semplice consiste nel regolare una bottiglia di Mariotte per un lento efflusso, essendo il tubo che sbocca libero nell'aria masticiato a un lungo tubo di gomma, al cui estremo sta un imbuto rivolto in basso o in alto a seconda del gas che vi si manda dentro. L'efflusso varia moltissimo se vi si manda gas illuminante o aria o anidride carbonica.

STEVENS JAMES S. *Azione della magnetizzazione sull'elasticità delle aste* (p. 593). — *Nuovo Cimento*, vol. XI, p. 365.

CHILD C. D. *Su una teoria della dissociazione dell'arco elettrico e sulla velocità degli ioni che proietta* (pp. 593-595). — La prima parte di quest'articolo si trova già in riassunto a p. 364 del vol. XI, nella seconda l'A. dimostra che realmente nell'arco tra carboni la velocità degli ioni positivi è maggiore di quello dei negativi; nell'arco tra metalli, la cosa è incerta.

Un altro esempio nel quale la velocità del ione positivo è più grande di quella del negativo si ha soffiando la fiamma del cannello ossidrico sul carbone.

LONGDEN A. C. *Sulla resistenza elettrica di sottili strati depositi da scariche catodiche* (pp. 605-606). — Come è noto mediante scariche nei tubi a vuoto si ottengono depositi metallici sul vetro opposto al catodo. La resistenza elettrica di questi strati dipende dallo spessore, e ne dipende pure la sua variazione colla temperatura, variazione che può anche essere negativa, ed è sempre minore che negli stessi metalli in fili. Scegliendo strati di spessore tale da presentare una resistenza indipendente dalla temperatura, si possono costruire facilmente resistenze assai grandi e costanti.

GUYE PH. A. e FRIDERICH L. *Calcoli dell'equazione dei liquidi* (pp. 606-608). — Gli A. calcolano un gran numero delle costanti a e b dell'equazione di Van der Waals

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT.$$

A. AMERIO.

Wiedemann's Annalen. Vol. 68, N. 6, 1899.

WIENER O. *Osservazioni di frangie nello sviluppo di una lastra di Daguerre esposta alla luce, con uno strato di ioduro d'argento in forma di cuneo* (pp. 145-148).

SCHOLL H. *Sulle modificazioni dell'ioduro d'argento alla luce e sul metodo di Daguerre* (pp. 149-182). — Nella sua memoria celebre sulle onde stazionarie, Wiener emetteva l'idea che esse dovessero avere una parte importante nella daguerrotipia. In appoggio a questa idea egli fece fin dal 1890, quando era ancora a Strasburgo, alcune prove preliminari che pubblica in questa nota nello stesso tempo che il suo allievo Scholl pubblica i risultati di esperienze più complete intraprese, sotto la sua direzione, a Giessen.

MACK K. *Studio sperimentale sulla forma di alcune correnti che possono formarsi nei liquidi* (pp. 183-195). — Se in un tubo verticale di sezione circolare si fa arrivare con una certa velocità dell'acqua colorata nell'acqua incolore, la prima dà origine a una corrente che prende forme diverse a seconda delle circostanze dell'esperienza. L'A. descrive con cura tutte le forme che egli ha osservato facendo variare la velocità del getto d'acqua colorata.

HILLERS W. *Sull'influenza della pressione dei gas sopra le correnti elettriche prodotte dai raggi di Röntgen* (pp. 196-232). — L'A. trova i seguenti risultati:

1° L'umidità dell'aria non ha influenza apprezzabile sulle correnti elettriche prodotte dai raggi di Röntgen fra i metalli studiati: alluminio e rame.

2° Quest'umidità non modifica in modo apprezzabile la tensione che esiste fra questi due metalli.

3° Le conducibilità dell'aria, dell'anidride carbonica e dell'idrogeno sotto la pressione atmosferica stanno fra loro come i numeri 1:1,18; 0,50.

4° L'A. termina dando come valore approssimativo del rapporto fra il grado di dissociazione dell'idrogeno e quello dell'aria il numero 0,29.

Per l'anidride carbonica il rapporto in questione è sensibilmente eguale a 1.

WEHNELT A. *Interruttore elettrolitico* (pp. 233-272). — In questa lunga e dotta memoria l'A. studia dapprima partitamente l'influenza delle varie parti del circuito sul numero delle interruzioni dell'interruttore elettrolitico, e quindi i fenomeni che avvengono all'elettrodo attivo.

Mostra poi alcune curve di corrente di quest'interruttore, e dà una spiegazione del modo con cui esso funziona.

Finalmente descrive alcune forme speciali di interruttore elettrolitico e ne indica le varie applicazioni.

SIMON H. TH. *Legge del funzionamento dell'interruttore di Wehnelt* (pp. 273-293). — L'A. si propone di fissare la legge numerica dell'interruttore; e a tale effetto interpreta i fatti osservati riferendosi alle esperienze anteriori e alle idee di Richarz sulla resistenza al passaggio da piccoli elettrodi di platino; ciò che lo conduce ad una formula che in seguito discute e sottopone al controllo delle sue misure. Queste ultime si riferiscono alla frequenza delle interruzioni ottenute coll'apparecchio di Wehnelt funzionante nelle condizioni sperimentali le più svariate.

L'A., lasciando da parte l'azione elettrolitica della corrente attribuisce soltanto alla sua azione calorifica l'effetto dell'interruzione.

HIMSTEDT F. *Sopra la scarica dalle punte colle correnti di alta frequenza* (pp. 294-305). — L'A. dimostrò già che se si fa comunicare una punta con uno dei poli del secondario di un trasformatore di Tesla, un disco metallico isolato posto di fronte a questa punta si carica sempre positivamente, qualunque sia il senso della corrente primaria.

Proseguendo ora lo studio di questo fenomeno trova che ciò dipende dalla dissimetria del secondario. Il segno della carica presa dal disco dipende dalla distanza fra il disco e la punta; la

carica è positiva per le distanze inferiori ad un certo limite; ed è negativa per le distanze superiori.

DONLE W. *Ricerche sulla determinazione dell'ordine di grandezza della pressione nei radiometri* (pp. 306-315). — L'A. misura direttamente la pressione prodotta sull'aletta di un radiometro sotto l'influenza di diverse sorgenti di luce, servendosi della torsione di una sospensione bifilare.

A 50 cm. di distanza, normalmente all'aletta, la lampada Hefner esercita una pressione di 7×10^{-5} dine per centimetro quadrato; la lampada Argand da 70×10^{-5} a 80×10^{-5} dine per centimetro quadrato; il becco Auer da 40×10^{-5} a $50 \cdot 10^{-5}$ dine per centimetro quadrato.

LIEBENOW C. *Sulla termodinamica delle pile termoelettriche* (pp. 316-324). — L'A. dà delle teorie dinamiche dei fenomeni termoelettrici, nelle quali parte dall'ipotesi che è la tendenza del calore di passare per conduzione dai corpi di una temperatura a quelli di temperatura più bassa, la quale produce le forze termoelettriche.

Egli perviene così a delle espressioni numeriche di forze termoelettriche, degli effetti Peltier e Thomson, che concordano coi risultati sperimentali, almeno in quanto all'ordine di grandezza.

MEYER STEFAN. *Sulle proprietà magnetiche dei corpi semplici* (pp. 325-334). — L'A. riferisce i risultati di misure effettuate col metodo della bilancia, cioè equilibrando per mezzo di pesi posti in uno dei piatti l'azione del campo di un'elettrocalamita sul corpo da studiare sospeso all'altro piatto.

LANG VON VIKTOR. *Sulle vibrazioni trasversali dei fili di caoutchouc* (pp. 335-342). — Quando si tende progressivamente un filo di caoutchouc, il suono emesso facendolo vibrare trasversalmente diventa sempre più acuto, ma i numeri di vibrazioni dei suoni ottenuti non sono quelli che si calcolerebbero colla formula classica

$$N = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{Mg}{lm}},$$

nella quale M rappresenta la massa del peso tensore, l la lunghezza e m la massa del filo. L'A. mostra dapprima che, dopo aver messo una sopracarica, bisogna, per ottenere un suono costante, attendere lungamente. I numeri di vibrazione possono essere rappresentati assai esattamente colla formula

$$N = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{g}{m} \times \frac{M+a}{l+b}},$$

dove a e b sono, per un filo dato, ambedue costanti.

BENDER C. *Sull' indice di rifrazione dell' acqua pura o delle soluzioni saline normali* (pp. 343-350). — L'A. misura l' indice di rifrazione coll' apparecchio di Pulfrich, prendendo molte precauzioni per rendere la temperatura bene uniforme. I risultati ottenuti gli sembrano rendere necessario un termine in t e uno in t^2 per rappresentare l' influenza della temperatura.

BOLTZMANN L. e MACHE H. *Sopra una modificazione alla formula di Van der Waals* (pp. 350-351).

VOIGT W. *Sulla teoria dell' effetto Zeemann* (pp. 352-364). — L'A. continuando le sue ricerche sul fenomeno di Zeemann si propone in questa nota di render conto del comportamento di numerose righe diverso da quello del cangiamento magnetico che costituisce il tripletto normale di Zeemann.

ZENNECK J. *Controllo esatto della frequenza di una corrente alternata* (pp. 355-368). — L'A. descrive un procedimento ingegnoso e relativamente semplice per apprezzare la frequenza di una corrente alternata.

STRAUBEL R. *Sui coefficienti d' elasticità e sui moduli d' elasticità del vetro* (pp. 369-413). — Sono descritte un gran numero di determinazioni fatte con gran cura con metodi ottici analoghi a quelli che sono stati impiegati dal Cornu.

FISCHER K. T. *Spessore minimo di pellicole liquide* (pp. 414-440). — Il metodo che l'A. impiega è quello di Sohncke che consiste nel misurare il diametro del disco ottenuto facendo arrivare una massa molto piccola del liquido da studiare sopra un' altro liquido che serve di supporto. Tuttavia egli preferisce, come liquido di supporto, il mercurio all' acqua, e studia l' olio di ravizzone, l' olio di oliva, una soluzione acquosa di glicerina e una di acido solforico diluito.

Per l' olio di ravizzone l'A. pensa che questo spessore minimo debba essere inferiore a $3\ \mu$, per la soluzione di glicerina inferiore a $2\ \mu$, e per l' acido solforico diluito inferiore a $1\ \mu$.

WETZSTEIN G. *Su alcune deviazioni della legge di Poiseuille* (pp. 441-470). — L'A. determina il coefficiente di attrito interno misurando il tempo che una massa nota di liquido impiega per attraversare, a una temperatura data, un tubo capillare di dimensioni determinate, sotto una pressione più costante che è possibile.

I liquidi studiati sono. l' acqua, a 15° e a 10° ; l' etere, a 10° ; e il cloroformio, a 15° .

Per ognuno di questi liquidi il coefficiente η diminuisce quando la pressione P aumenta. Questa variazione può rappresentarsi con buonissima approssimazione per mezzo della formula

$$\eta = \frac{b}{p} + a,$$

dove b e a sono delle costanti che variano colla natura del liquido e un po' colle dimensioni dell'apparecchio.

L'A. spiega questa variazione di η ammettendo l'ipotesi di uno scioglimento dello strato esterno del liquido sulle pareti del tubo, e ne deduce, per l'attrito esterno λ , il valore

$$\lambda = \frac{4 \eta_i \eta}{R(\eta_i - \eta)},$$

dove R è il raggio del tubo e η_i il valore limite di η .

WALLBOTT H. *Del cambiamento di fase nella riflessione della luce sul mercurio* (pp. 471-495).

WALLBOTT H. *Dimostrazione, per mezzo di un fenomeno ottico, dell'esistenza di una componente normale della tensione superficiale* (pp. 496-499). — Nella prima memoria l'A. cerca di decidere se le divergenze che si notano fra l'osservazione e la teoria della riflessione metallica debbano attribuirsi a una imperfezione di quest'ultima, oppure a una specie di tensione superficiale dei corpi, che l'esperienza non saprebbe eliminare, o ancora a delle impurità accidentali che si potrebbero evitare.

Le esperienze dell'A. condurrebbero a quest'ultima interpretazione.

Il metodo impiegato consiste nel confrontare, per mezzo dello spettroscopio, le due serie di frangie di interferenza date, in luce riflessa, da una lamina sottile di cui la faccia posteriore è in contatto, parte coll'aria, parte col mercurio. Se ne deducono facilmente i cambiamenti di fase dovuti alla riflessione sul mercurio.

Nella seconda memoria l'A. ha potuto, collo stesso dispositivo, dedurre, dalle deformazioni osservate sulle frangie, le deformazioni che subisce in vicinanza della superficie libera del mercurio, uno strato sottile di gelatina, bagnata da questo metallo.

BOHR CH. *Solubilità dei gas nei liquidi; coefficienti di invasione e di evasione; loro definizione e loro misura; valori di queste costanti e del coefficiente di solubilità nel caso dell'anidride carbonica in soluzione nell'acqua e nelle soluzioni acquose di sal marino* (pp. 500-525). — L'A. definisce i coefficienti di invasione e di evasione e ne verifica alcune proprietà.

VOLLER A. e WALTER B. *Su ciò che avviene nell'interruttore di Wehnelt* (pp. 526-552). — Gli A. cominciano col constatare che nell'interruttore di Wehnelt il volume di gas raccolto al catodo coincide col volume teorico determinato dall'intensità della

corrente; questo gas poi è idrogeno con una debolissima quantità d'ossigeno che sembra provenire non dall'elettrolisi, ma dall'aria precedentemente disciolta nel liquido. La presenza anormale dell'idrogeno raccolto in gran quantità all'anodo non può dunque essere attribuita a oscillazioni di corrente perchè non si ritrova la quantità corrispondente d'ossigeno.

Prendendo l'elettrodo attivo come catodo si sa che si possono ottenere ancora interruzioni regolari, ma il filo di platino si distrugge rapidamente. Sostituendo al platino altri metalli, gli A. hanno osservato, nelle stesse condizioni, degli spettri *straordinariamente belli*.

Gli A. finalmente danno una spiegazione del modo di funzionare dell'interruttore.

TAMMANN G. *Sui limiti dello stato solido* (pp. 551-583).

WEHNELT A. *Sui raggi catodici* (pp. 584-593). — L'A. descrive dapprima alcune esperienze fatte per determinare se e come dei raggi catodici che vanno uno contro all'altro s'influenzano reciprocamente.

Queste esperienze, mentre permisero all'A. di concludere per una vera intersezione dei raggi catodici, lo portarono al tempo stesso alla scoperta di una nuova specie di raggi catodici che sembra sia sfuggita ai suoi predecessori. Oltre i raggi che sono diffusi dal catodo secondo tutte le direzioni, vi è dapprima un fascio di raggi k_1 , sensibilmente normali al catodo e convergenti, per conseguenza, se quest'ultimo è concavo; poi, contemporaneamente a questi raggi, che sono quelli comuni, vi sarebbero dei nuovi raggi k_2 , più difficili ad osservare, poichè il loro potere luminescente è molto più debole di quello dei precedenti; questi nuovi raggi sono indipendenti dalla curvatura e dall'inclinazione del catodo e si propagano, press'a poco, parallelamente all'asse del tubo formando un cilindro pieno avente per base tutta la superficie dell'elettrodo.

SUNDORPH TH. *Sulla causa delle variazioni di conducibilità di una polvere metallica* (pp. 594-597). — È una descrizione di alcune esperienze che si spiegano facilmente colla teoria di Lodge.

VOIGT W. *Cambiamento di forma della vibrazione luminosa per il suo passaggio in un mezzo dispersivo o assorbente* (pp. 598-603).

VOIGT W. *Spiegazione dell'allargamento e del rovesciamento delle righe spettrali che si producono in certe circostanze* (pp. 604-606).

SCHREBER K. *La misura delle grandezze elettriche* (pp. 607-614).

JAEGER G. *Sulla teoria cinetica dei liquidi* (pp. 615-617). — È la risposta ad una osservazione fatta all'A. dal Voigt.

STARK J. *Sopra la coagulazione delle soluzioni colloidali* (pp. 618-619). — Secondo l'A., la massima parte delle soluzioni colloidali non sono delle soluzioni propriamente dette, ma sono costituite da materie eccessivamente fini in sospensione.

FOMM L. *Sopra un nuovo fenomeno che accompagna le scariche nei gas rarefatti* (pp. 620-622).

LECHER E. *Alcune esperienze coll' interruttore di Wehnelt* (pp. 623-628). — È la descrizione di alcune esperienze che si riferiscono alla scintilla ottenuta con un rocchetto d' induzione a cui è collegato un interruttore di Wehnelt.

TAMMANN G. *Sopra i limiti dello stato solido* (pp. 629-657). — 1. Le curve di fusione hanno la loro concavità rivolta verso l'asse delle pressioni, quando il calore di fusione è positivo, sia per le curve ascendenti che per quelle discendenti. La stessa regola s' applica alle curve di trasformazione. Fa eccezione tuttavia il nitrato ammonico pel quale la curva di trasformazione è volta in senso inverso.

2. L'esperienza mostra che nelle condizioni di temperatura e di pressione in cui il calore di fusione si accosta al valor zero (acido acetico e dimetilammina) o anche raggiunge questo valore (acqua e ioduro d'argento), la differenza fra i volumi specifici del liquido e del corpo cristallizzato ha ancora un certo valore.

3. I valori di $\frac{dT}{dp}$, presi per varie sostanze alla stessa pressione, sono assai differenti gli uni dagli altri.

ABT A. *Sulle proprietà magnetiche dell'ematite* (pp. 658-673). — L'intensità di magnetizzazione dell'ematite cresce dapprima meno rapidamente del campo, poi più rapidamente, e in seguito di nuovo meno rapidamente, cioè l'andamento della curva è quello caratteristico dei corpi molto magnetici.

BOCK A. *Il getto bleu di vapore* (pp. 674-687). — Alcune sostanze, dette da Helmholtz *attive*, messe in presenza di un getto di vapor d'acqua, gli comunicano varie colorazioni, fra le quali si mostra particolarmente stabile una colorazione bleu. L'A. ottiene questo getto bleu di vapore inviando, contro il foro da cui il vapore sfugge, una corrente d'aria carica di acido cloridrico concentrato. Il colore che si ottiene è in tal caso completamente bleu; esso si avvicina molto al bleu del cielo: ciò che dà all'esperienza un grande interesse.

L'A. fa uno studio di questa colorazione bleu.

BERG O. *Studio qualitativo del meccanismo della scarica per mezzo dei raggi catodici e dei raggi di Goldstein* (pp. 688-697). — Le esperienze eseguite dall'A. lo portano alle seguenti conclusioni:

1. Le quantità di elettricità trasportate dai raggi catodici sono dello stesso ordine di grandezza di quelle messe in giuoco nelle scariche nei tubi rarefatti ordinari; i raggi catodici dipendono unicamente dalla differenza di potenziale.

2. I raggi di Goldstein sembrano doversi considerare come raggi anodici; le differenze fra questi raggi e i raggi catodici consistono principalmente nel fatto che essi eccitano una fosforescenza minore, che sono meno sensibili al campo magnetico, che sono diretti soprattutto verso il catodo, e che hanno nella scarica un'importanza minore.

GEIGEL R. *Sopra la polarizzazione della luce naturale per ripetute riflessioni totali* (pp. 698-704).

WEBER R. H. *Applicazione dello smorzamento delle correnti indotte alla determinazione della conducibilità delle leghe* (pp. 705-725). — Si può fare oscillare il corpo da studiare, messo per es. sotto la forma di cilindro, in un campo magnetico fisso, ovvero fare oscillare un magnete in vicinanza di una massa fissa del corpo; il metodo applicato a masse della medesima forma e di natura differente permette di dedurre il rapporto della conducibilità da quello dei decrementi. L'A. l'ha utilizzato sotto la prima forma per lo studio delle leghe rame-zinco, e sotto la seconda per quello delle amalgame di zinco.

RIECKE E. *Sull' energia spesa nel flusso di scintille di una macchina elettrostatica di Töpler* (pp. 729-739). — L'A. misurava l'energia consumata nel motore elettrico che metteva in moto la macchina. Una prima serie di esperienze fatte quando i poli erano in contatto, gli ha dato l'energia consumata dalla macchina. Sia T questa energia per secondo, n il numero dei giri; i risultati sono rappresentati press' a poco colla formula

$$\frac{T}{n} = a + b n,$$

cioè l'energia consumata per ogni giro è una funzione lineare crescente della velocità.

D'altra parte, l'A. ha misurato, per uno stesso numero di giri, l'energia consumata, sia quando i due poli erano in contatto, sia quando i due poli erano fra loro a una certa distanza in modo da ottenere un flusso continuo di scintille: la differenza rappresenta l'energia consumata in queste scintille.

HASCHKE E. e MACHE H. *Sulla variazione della pressione dovuta alle scintille* (pp. 740-751). — Gli elettrodi erano collegati ai capi di un trasformatore che dava 5200 volt; essi penetravano in un pallone, in cui si potevano fare arrivare differenti gas a una pressione che veniva misurata dal sollevamento dell'olio di vasellina in un tubo barometrico. Le esperienze hanno provato che l'aumento di pressione che si produce sul percorso delle scintille è dovuto a vapori metallici tolti dagli elettrodi. Esso, infatti, varia colla natura degli elettrodi e coll'energia consumata nella scarica.

SKINNER C. A. *Sulla caduta del potenziale anodico* (pp. 752-768). — Nei tubi a gas rarefatti esiste, nella scarica, una caduta di potenziale così all'anodo come al catodo; ma quella all'anodo è più rapida e molto più debole. Il gradiente nell'interno della guaina brillante che circonda l'anodo è trascurabile, e la caduta di potenziale è localizzata fra l'anodo e questa guaina. Questa caduta di potenziale anodica è indipendente dalla densità di corrente, qualunque siano le condizioni; essa cresce lentamente colla pressione del gas; ed è poco alterata dalle impurità del gas.

GRÜTZMACHER F. *Correzioni termometriche* (pp. 769-775).

WALTER B. *Sul modo di produzione della scintilla elettrica* (pp. 776-778).

SCHMIDT G. C. *Aggiunti al mio lavoro sulla « fluorescenza polarizzata »* (pp. 779-782). — Secondo Sonke i cristalli birefrangenti che sono fluorescenti emettono per fluorescenza luce polarizzata. L'A. aveva già citato delle eccezioni a questa regola; ora ne indica altre, fra cui l'acetato di potassio e d'uranile, che cristallizza in bei cristalli quadratici.

ROSENTHAL H. *Sull'assorbimento, emissione e riflessione dell'infrarosso per parte del quarzo della mica e del vetro* (pp. 783-800). — Le misure dell'A. si riferiscono principalmente alla regione infrarossa compresa fra le lunghezze d'onda 5μ e 10μ . I progressi realizzati nello studio dell'infrarosso gli hanno permesso di completare e di rettificare in alcuni punti i risultati anteriori di Rubens, Nichols, Boumann.

Lo studio del potere riflettore è stato fatto, secondo Rubens e Nichols, per mezzo di più riflessioni successive. Le tavole e le curve relative al potere riflettore del quarzo indicano molto nettamente, nella regione studiata, due massimi. Il primo massimo ($\lambda = 8,42\mu$) è nel posto in cui l'aveva trovato Nichols; il secondo ($\lambda = 9,08\mu$) è più allontanato dell'altro e più intenso di quel che non credesse Nichols.

Lo studio dell'emissione ha avuto bisogno di un gran numero di prove preliminari, riferentisi principalmente al dispositivo da impiegare per portare le sostanze da studiare a temperature determinate.

Un risultato interessante fornito da questo studio è che, nelle regioni in cui il potere riflettore passa per un massimo, il potere emissivo passa per un minimo.

FOROH E. *Sulla tensione superficiale delle soluzioni acquose* (pp. 801-816). — L'A. si propone prima di tutto di ricercare entro quali limiti, sia per i sali organici che per gli altri, esista una proporzionalità fra la variazione della tensione superficiale e la concentrazione. Egli trova che la proporzionalità esiste per il NaCl , Na_2SO_4 , NaNO_3 , per l'acido fosforico e per lo zucchero.

Passa poi a riscontrare se la regola del Traube sull'aumento dell'abbassamento molecolare della tensione superficiale colla diluizione è vera anche per altri acidi oltre gli acidi grassi per i quali fu dapprima enunciata; trova che essa non è vera neppure per tutti i termini della serie degli acidi grassi, ma soltanto per termini inferiori della serie, fino all'acido butirrico incluso.

HOLBORN L. e DAY A. *Sull'impiego del termometro ad aria per la misura delle temperature elevate* (pp. 817-852). — Dopo una storia accurata dei tentativi fatti per misurare le alte temperature con un termometro a gas, gli A. descrivono lo strumento di cui si sono serviti. Questo apparecchio non differisce che nei dettagli di costruzione dall'apparecchio del Bureau Internationale di pesi e misure. Ma, secondo le temperature da misurare, il serbatoio è costruito: in vetro di Jena, per le misure fra 200° e 500° ; in porcellana verniciata internamente per le misure superiori a 500° ; e in platino iridato.

DITTENBERGER W. e DIETZ R. *Sull'attitudine elettrolitica del cloruro di platino e del cloruro di stagno* (pp. 853-859).

SIMON TH. *Sopra un nuovo interruttore liquido* (pp. 860-868). — In una memoria precedente (*Wied. Ann.* 68, pag. 273, 1899) l'A. sviluppa una teoria dell'interruttore di Wehnelt, appoggiandosi unicamente sulla localizzazione del riscaldamento Joule in questo apparecchio. Partendo dall'idea fondamentale di questa teoria, se il fenomeno dell'interruzione nell'apparecchio di Wehnelt è dovuto al concentramento della corrente sull'elettrodo attivo, si deve arrivare allo stesso risultato restringendo fortemente la sezione del conduttore liquido in un altro punto; è là che sarà concentrato questa volta il riscaldamento Joule e che avverranno le vaporizzazioni e le interruzioni.

Simon modifica l'interruttore prendendo dunque una vasca di vetro divisa, da una lastra di vetro munita di un foro di 1 millimetro, in due scompartimenti contenenti ciascuno una grande lastra di piombo che serve da elettrodo.

L'interruttore così costruito ha le stesse proprietà dell'interruttore di Wehnelt.

SCHULTZE F. A. *Sulla determinazione dell'altezza dei suoni acutissimi* (pp. 869-883). — L'A., con due metodi diversi, trova dei risultati che sono d'accordo con quelli determinati, sui medesimi strumenti, da Stumpf e Meyer per mezzo dei suoni di differenza.

HAGA H. e WIND C. H. *La diffrazione dei raggi di Röntgen* (pp. 884-895). — In questa memoria è esposto l'insieme di molte ricerche effettuate allo scopo di determinare le lunghezze d'onda dei raggi X.

WIND C. H. *Sul significato dei fenomeni di diffrazione dei raggi di Röntgen* (pp. 896-901). — È una discussione e interpretazione dei fenomeni esposti nella memoria precedente.

HAËN (DE) E. *Sopra una sostanza radioattiva* (p. 902).

MAIER M. *Ricerche sulla diffrazione e la determinazione delle lunghezze d'onda dei raggi di Röntgen* (pp. 903-916). — L'A. crede di aver osservato la diffrazione dei raggi X usciti dalla parete di vetro di un tubo di Crookes; ma in realtà ha osservato semplicemente il minimo d'impressione fotografica che si produce fra due massimi, al centro del profilo di una fenditura illuminata da una seconda fenditura, e che non ha alcuna relazione colla diffrazione.

ESCHENHAGEN M. *Valori degli elementi del magnetismo terrestre a Potsdam per l'anno 1898* (pp. 917-918).

STARK J. *Scariche elettriche nei gas rarefatti, da carboni resi incandescenti per mezzo della corrente voltaica* (pp. 919-930).

STARK J. *Corrente elettrica nei gas rarefatti, fra un metallo e un carbone incandescenti* (pp. 931-941).

STARK J. *Corrente elettrica nei gas rarefatti portati ad alta temperatura* (pp. 942-948). — I. Le differenze d'azione esercitate da un bastone di vetro o da un bastone di resina elettrizzati sopra il filamento di carbone di una lampada ad incandescenza in attività conducono l'A. a concludere che il valore assoluto della tensione di scarica del carbone in un gas rarefatto diminuisce quando la temperatura si eleva, e questa diminuzione è incomparabilmente più rapida per le cariche negative che per quelle positive.

II. Una lampada ad incandescenza è munita di un elettrodo metallico. Questo, attraverso un galvanometro, è collegato ad uno

dei poli della pila che alimenta la lampada. La deviazione del galvanometro mostra che il globo è attraversato da una corrente che, se va dall'elettrodo al carbone, è più intensa di quello che sia se è diretta nell'altro senso. La conducibilità del gas rarefatto aumenta se la temperatura si eleva.

III. Se la lampada è munita di due elettrodi disposti simmetricamente rispetto al filamento di carbone, e se questi elettrodi comunicano con una pila, attraverso un galvanometro, si ottiene ancora una corrente la cui intensità evidentemente non dipende dalla direzione. L'A. osserva che questa intensità: 1. va crescendo colla temperatura del gas rarefatto, dapprima lentamente poi molto rapidamente; 2. è più grande quando il catodo è più grosso dell'anodo, e inversamente; 3. cresce più lentamente della forza elettromotrice.

M. PANDOLFI.

Philosophical Magazine. Vol. 49, Aprile 1900.

NAGAOKA H. e HONDA K. *Cambiamento di volume e di lunghezza di ovoidi di ferro, di acciaio e di nichel per la magnetizzazione* (pp. 329-343). — Misurando le variazioni di lunghezza con una leva ottica e quelle di volume con un dilatometro, gli A. hanno costatato che il ferro in campi deboli si allunga da 3 a 4 milionesimi della lunghezza iniziale, poi si raccorcia continuamente, e l'accorciamento giunge a $\frac{1}{100000}$ per un campo di 2200 C. G. S.

L'acciaio presenta i medesimi fenomeni, ma con variazioni minori di quelle del ferro. Il nichel invece fin da principio si contrae, e la contrazione, rapida in campi deboli, si avvicina presto a un valore limite.

La teoria di Kirchhoff della magnetostizione, mentre rende conto dei fenomeni qualitativamente, non serve a rappresentare completamente i risultati numerici ottenuti dagli autori.

AYRTON W. E. e MATHER T. *Considerazioni sull'uso del filo di guardia del Price nelle misure del potere isolante* (pp. 343-347). — Sono indicati i vantaggi che il metodo proposto da Price presenta nelle misure delle resistenze dei cavi telegrafici.

BAKER T. J. *Frequenza delle vibrazioni trasversali di una corda di caucciù* (pp. 347-351). — Se la lunghezza di una corda di caucciù si fa variare per effetto della trazione, l'altezza del suono reso varia molto finchè la lunghezza non è raddoppiata; ma quando la lunghezza varia dal doppio al sestuplo, il numero delle oscillazioni al secondo varia soltanto da 91 a 94.

Ciò è d'accordo con la formola

$$n = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{m}}$$

perchè avendo l'esperienza mostrato che la lunghezza cresce, fra 2,5 e 5 volte la lunghezza primitiva, proporzionalmente alla tensione T , e poichè la massa m dell'unità di lunghezza è inversamente proporzionale ad L , si vede che n deve crescere assai lentamente al crescere di L .

LODGE O. *Sulla controversia relativa alla f. e. m. di contatto del Volta* (pp. 351-383 e 454-475). — Secondo i sostenitori della teoria del contatto l'effetto Peltier non misura la f. e. m. locale al contatto di due metalli, ma bensì misura la velocità con la quale la detta f. e. m. varia con la temperatura; essi pongono cioè

$$\pi = T \frac{dE}{dT}.$$

Il Lodge fa osservare da prima che mentre π può riferirsi a un particolare contatto, la E significa invece, sempre, la f. e. m. totale del circuito. Dalle esperienze termoelettriche si può poi dedurre soltanto che la E può considerarsi come la differenza dei valori di una funzione $f(t)$ per due valori diversi di t ; ma niente autorizza a ritenere che $f(t)$ sia la forza elettromotrice di contatto del Volta. Ne segue che l'introduzione di un dielettrico o di un elettrolito nel circuito, coi due nuovi contatti che si vengono a formare, altera tutte le condizioni, in modo che non si può accettare, malgrado ciò che afferma Lord Kelvin, che la scoperta di Seebeck dimostri che la differenza di potenziale al contatto di due metalli vari con la temperatura. Infatti vi può essere una f. e. m. risultante anche senza differenza di temperatura; e tal f. e. m. può in parte esser di natura fisica, in parte di natura chimica.

Il Lodge ammette poi che due metalli a contatto assumano stati elettrici opposti, e dopo aver richiamato ciò che a tal proposito fu dimostrato da Lord Kelvin, egli precisa le sue idee in proposito, nei termini seguenti:

1). Due metalli, riuniti completamente o in parte mediante un liquido, sono quasi nella medesima condizione elettrica come se fossero uniti in tutto o in parte dall'aria. Non hanno alcuna carica, a meno di essere uniti metallicamente in uno o più punti. Però mantengono tal carica dopo che son separati, il mezzo interposto deve essere isolante, secco, privo affatto di liquido e di ogni radiazione di alta frequenza o di altra influenza ionizzante.

2). Se i metalli sono uniti metallicamente in alcuni punti ed elettroliticamente in altri, essi formano un elemento di pila e danno origine a una corrente continua.

3). Se i metalli sono riuniti tanto metallicamente che dielettricamente cioè se sono isolati fra loro eccetto che nel punto dove manca il dielettrico, si hanno le condizioni normali appropriate per la dimostrazione dall'effetto Volta; cioè si ha una caduta di potenziale nel dielettrico che separa i due metalli.

Il modo più sicuro e più chiaro di esprimersi è, secondo il Lodge, quello ora detto: cioè l'effetto Volta consiste nella carica opposta che acquistano il rame e lo zinco ben secchi quando sono posti a contatto, carica che risulta da una f. e. m. il cui valore dipende dallo stato delle loro superficie esterne. Mentre alcuni preferiscono dire che lo zinco e il rame a contatto presentano una differenza di potenziale, il Lodge ritiene che quei metalli sieno invece a potenziale diverso fino a che non sono posti a contatto e che quando il contatto è avvenuto essi acquistano un medesimo potenziale, divenendo opportunamente carichi. Nel dielettrico interposto si ha un gradiente del potenziale, che può mettere in moto l'ago di un elettrometro anche senza che i metalli sieno separati. E dopo la separazione il gradiente resta lo stesso perchè diminuisce corrispondentemente la capacità al crescer della distanza. Per effetto di queste cariche opposte i due metalli si attirano anche se si toccano in qualche punto; ma le esperienze del Maiorana ed altre del Lodge che dimostrano tale attrazione, non servono affatto a decidere sulla sede della f. e. m. di contatto.

Il Lodge ritiene poi che le f. e. m. possono calcolarsi dalla differenza della energia di combinazione dei metalli con l'ossigeno (o con l'altro elemento attivo del mezzo); mentre Lord Kelvin le calcola dall'affinità chimica dei metalli, quantunque non neghi che potrà intervenire anche l'azione chimica fra il metallo e il mezzo ambiente.

Secondo il Lodge, adunque, vi è un affinità chimica fra l'ossigeno e un metallo, gli atomi d'ossigeno, carichi negativamente, circondano per es. un pezzo di zinco come uno strato di elettricità negativa circonda una sfera isolata. Ma qualunque sia la forza, o la differenza di potenziale fra lo zinco isolato e l'aria, essa è di natura chimica e può essere dovuta o ad un'attrazione specifica dello zinco per l'ossigeno o ad un'attrazione fra zinco ed elettricità — e finchè la superficie è omogenea, essa è inattiva.

Quando si stabilisce un contatto col rame, l'elettricità sfugge per quel contatto, gli atomi d'ossigeno si avvicinano di più alla superficie dello zinco che a quella del rame, e ciò costituisce l'ef-

fetto Volta. Lo stesso accade in una pila voltaica, nella quale l'elettrolito costituisce il dielettrico.

In una seconda Memoria il Lodge, seguendo il Nernst, espone con molta chiarezza i concetti fondamentali della teoria osmotica della pila, e mostra come possano stabilirsi le formule per la differenza di potenziale nei diversi casi che si presentano. Dopo di ciò, egli osserva che per rendersi conto dell'azione voltaica sono state formulate da Larmor e da J. J. Thomson le ipotesi degli electron o dei corpuscoli elettrizzati, secondo le quali ogni atomo sarebbe costituito da un numero più o meno grande di tali corpuscoli, e cioè l'atomo d'idrogeno da 500, quello di sodio da circa 10000, quello di mercurio da circa 100000, ecc.

Ogni corrente elettrica (eccettuata la corrente di spostamento nello spazio libero) sarebbe accompagnata da un trasporto di quei corpuscoli o di ioni carichi, tanto nei liquidi che nei metalli e nei gas; colla differenza che nei liquidi i corpuscoli mobili trasporterebbero seco tutto l'atomo, mentre nei gas si trasporterebbero o isolati dal resto dell'atomo o insieme a un aggregato considerevole di atomi, e nei solidi probabilmente un corpuscolo potrebbe muoversi soltanto da un atomo all'atomo contiguo.

Secondo questi concetti, ad un elettrodo un corpuscolo abbandonerebbe il suo ione e passerebbe nel metallo, nel quale sarebbe poi trasmesso da un atomo all'altro. Alla saldatura fra due metalli il corpuscolo passerebbe da un metallo all'altro, e da ciò potrebbe risultare un aumento o una perdita di energia, che potrebbero render conto della produzione di una forza elettromotrice e dei fenomeni Peltier e Seebeck.

Partendo poi da considerazioni relative ai fenomeni fotoelettrici, e dal fatto che nei gas i corpuscoli negativi sono assai più veloci di quelli positivi, il Lodge suppone che anche nei metalli la velocità dei corpuscoli negativi superi quella dei positivi. Lungo un conduttore metallico questi corpuscoli saranno sollecitati da una forza meccanica, e da una forza elettrica. La prima, se n è il numero dei corpuscoli presenti nell'unità di volume, e

$\frac{dp}{dx}$ è il gradiente della pressione che agisce su di essi, è data

da $\frac{1}{n} \frac{dp}{dx}$; la seconda, se e è la carica di un corpuscolo, e $\frac{dV}{dx}$ il

gradiente del potenziale, è data da $e \frac{dV}{dx}$; talchè se non v è corrente si deve avere

$$\frac{1}{n} \frac{dp}{dx} = e \frac{dV}{dx}$$

cioè

$$dp = n \epsilon dV.$$

Se a questi corpuscoli si possono applicare le leggi dei gas, si avrà

$$p = n m R T$$

onde

$$dV = \frac{m}{\epsilon} R T d \log (n T),$$

che è la f. e. m. agente lungo il gradiente di temperatura e che dà origine a un fenomeno termico reversibile. In questo modo, se si chiama σ il coefficiente dell'effetto Thomson, cioè il cosiddetto calore specifico dell'elettricità, si ha

$$\sigma = \frac{m}{\epsilon} R T \frac{d}{dT} \log (n T).$$

Per un circuito di due metalli a, b , si avrà:

$$\sigma_a - \sigma_b = R \epsilon T \frac{d}{dT} \log \frac{n_a}{n_b},$$

dalla quale si può avere l'effetto Peltier; perchè con la termodinamica ordinaria si ha

$$\int \frac{\sigma_a - \sigma_b}{T} dT = \frac{dE}{dT} = \frac{\Pi}{T}$$

da cui

$$\Pi = R \epsilon T \log \frac{n_a}{n_b}.$$

Il numero n dei corpuscoli attivi nell'unità di volume è funzione della temperatura, e la velocità con cui cambia dipende probabilmente dal numero di essi già presente e da un coefficiente caratteristico del metallo; sarà cioè $\frac{dn}{n} = \alpha dT$, e quindi si potrà porre

$$n_a = a e^{\alpha T} \quad n_b = b e^{\beta T}.$$

Ne risulta perciò

$$\Pi = R \epsilon T \log \frac{a}{b} + (\alpha - \beta) R \epsilon T^2.$$

Pel punto neutro si ha

$$T_0 = \frac{\log b - \log a}{\alpha - \beta},$$

e quindi

$$\sigma_1 = \alpha R \varepsilon T = k_1 T,$$

$$\theta_1 = \frac{1}{2} \alpha R \varepsilon (T_1^2 - T_2^2),$$

$$E = (\alpha - \beta) R \varepsilon (T_1 - T_2) \left(T_0 - \frac{1}{2} (T_1 + T_2) \right)$$

ossia

$$P_1 = \alpha R \varepsilon (T_0 - \bar{T}).$$

Si vede adunque che le ipotesi esposte conducono ad esprimere i fatti termoelettrici. Ma poichè σ è positivo per alcuni metalli e negativo per altri, e poichè l'effetto Hall è piccolissimo, si deve ritenere che le due specie di corpuscoli si muovano con velocità diverse u, v ; e tenendo conto di ciò si ha:

$$\sigma = R \varepsilon T \frac{1-r}{1+r} \frac{d \log (u T)}{dT}$$

dove $r = \frac{u}{v}$.

L'ipotesi che la materia eserciti un'attrazione specifica sull'elettricità, conduce a molte delle conclusioni medesime cui si giunge supponendo che l'elettricità positiva o negativa abbia entro le sostanze un calore specifico reale.

Supponendo che l'energia u di affinità dipenda dalla temperatura assoluta θ :

$$u = u_0 + \int \sigma d\theta,$$

e considerando un circuito chiuso platino-aria-zinco-rame-aria-platino, percorso dall'unità di carica elettrica, e scrivendo che la variazione totale dell'entropia s è nulla, si ottiene:

$$\frac{\Pi}{\theta} = s_2 - s_1 = \frac{d}{d\theta} (v_2 - v_1)$$

cioè

$$\frac{\Pi}{\theta} = \frac{dE}{d\theta},$$

dove Π è la somma di tutti gli effetti Peltier a diversi contatti, ed E è la forza elettromotrice totale del circuito.

LORD BLYTHWOOD e MARCHANT W. *Lo spettroscopio a scaglioni, e sue applicazioni allo studio delle linee principali dello spettro del mercurio in un campo magnetico* (pp. 384-403). — È descritto da prima il modo di montare lo spettroscopio immagi-

nato dal Michelson, e che consiste in una serie di 50 lastre di flint, dello spessore di mm. 7,5 poste le une sulle altre come i gradini di una scala, la larghezza di ciascun gradino essendo di mm. 0,5.

Gli A. hanno studiato con questo spettroscopio il fenomeno Zeemann sulle righe del vapor di mercurio. Applicando la formula di Larmor

$$n_1 - n_2 = \frac{e H}{2 \pi m v^2},$$

per il rapporto $\frac{e}{m}$ fra la carica e la massa di un ione, gli A. hanno trovato i valori seguenti

$\lambda = 0^{\mu},5790$	0,5758	0,5460	0,4958
$\frac{e}{m} = 17,2 \times 10^6$	$18,9 \times 10^6$	$20,5 \times 10^6$	28×10^6

GALT A. *Calore di combinazione dei metalli nella formazione delle leghe* (pp. 405-410). — Il metodo seguito consisteva nello sciogliere un peso conosciuto di lega e poi, nelle stesse condizioni lo stesso peso di un miscuglio dei due metalli formanti la lega, presi nelle stesse proporzioni che hanno nella lega, e nel tener conto delle temperature iniziali e finali nei due casi. Dalla differenza dei calori di soluzione nei due casi, si poteva dedurre il calore di combinazione dei due metalli.

Pel rame e lo zinco l'A. ha trovato che fino al 25 % di rame il calore di combinazione è negativo, poi è positivo, con un massimo corrispondente al 38 % circa di rame, che è prossimo alla formola Cu_2Zn_3 .

A. STEFANINI.

PIETRO SALVIONI, *gerente responsabile.*

SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA

Continuazione della Nota pubblicata a pag. CXVI.

Hanno pagato la quota pel 1900 i Soci:

Allegretti Mario	Martinotti Giuseppe
Arnò Riccardo	Masini Alberto
Brunè Edmondo	Mastricchi Felice
Casati Giuseppe	Moretto Pietro
Dall'Oppio Giuseppe	Ottolenghi Michele
Faè Giuseppe	Palazzo Luigi
Giazzi Ferdinando	Vassura Giuseppe

Hanno pagato la quota pel 1901 i Soci:

Andreasi Giuseppe	Lussana Silvio
Angelini Sebastiano	Marianini Abdènego
Bellati Manfredo	Martinotti Giuseppe
Bongiovanni Giuseppe	Masini Alberto
Calzecchi Temistocle	Morra Pietro Paolo
Cantone Michele	Naccari Andrea
Canuto Sebastiano	Oddone Emilio
Cattaneo Carlo	Pacinotti Antonio
Contino G.	Pierucci Francesco
Faè Giuseppe	Righi Augusto
Giazzi Ferdinando	Semmola Eugenio
Grassi Guido	Somigliana Carlo

BIBLIOTECA.

Oltre le pubblicazioni di cui il titolo fu già pubblicato nei fascicoli di Febbraio del 1898, 1899 e del Luglio 1900 sono pervenute alla Biblioteca della *Società Italiana di Fisica* anche le pubblicazioni seguenti:

Guillaume Ch. Ed. et Poincaré L. - Rapports présentés au Congrès International de Physique réuni a Paris en 1900. Vol. I, II, III.

Puccini Enrico. - Il concetto dell'infinitesimo nello studio della matematica elementare.

Oddone Emilio. - Ricerche strumentali in sismometria con apparati non pendolari.

Demchinschy N. - Y sommes-nous?

IL BIBLIOTECARIO

M. Pandolfi.

SU LA SCARICA ELETTRICA NEI GAS.

Esperienze di A. GARBASSO ¹⁾.

(in Torino).

§ 1. L'idea che i gas, come i liquidi, conducano per elettrolisi è entrata già da tempo nella scienza; e nell'opera di J. J. Thomson, *Recent researches on electricity and magnetism*, sono indicate e discusse le prove, che sembrano militare in favore di essa.

Non è molto l'ipotesi, che ci occupa, fece un altro passo verso l'attendibilità, in seguito alle esperienze del Pringsheim ²⁾, che constatò negli aeriformi il fenomeno della polarizzazione.

Si tratta sempre bensì di prove indirette e sembra desiderabile che si cerchi altra via, per giungere ad una dimostrazione più immediata della attendibilità di codesti concetti teorici. È ciò che ho procurato di fare; e, sebbene io riconosca di non avere risolto ancora definitivamente il problema, descriverò in questo lavoro alcune esperienze su le scariche elettriche, che non sono forse del tutto prive di interesse.

§ 2. Quando si parla di scariche si ammette tacitamente che il fenomeno sia sempre il medesimo, a qualunque pressione; la cosa in realtà appare ovvia, ma, considerando i fatti un po' più da vicino, è facile rilevare che, se il meccanismo non muta, il processo diventa però di mano in mano più semplice, come diminuisce la densità del mezzo ambiente.

Basterà accennare a questo proposito ai caratteri distintivi dei due elettrodi, che si fanno più spiccati alle basse pressioni.

1) Tradotte da Arch. de Genève, mars-avril, 1901, con l'autorizzazione del Direttore, sig. E. Sarasin.

2) Wied. Ann., LV, 507, 1895.

Ne segue che uno studio sopra la natura della conduzione potrà farsi bene solamente nei gas rarefatti; ma d'altra parte sarà interessante provare che, anche in circostanze più complesse, le grandi linee del fenomeno rimangono invariate.

Ora si possono mostrare assai bene certi fatti di elettrolisi *a pressione ordinaria* mediante il piccolo apparecchio, che vado a descrivere.

Una bolla di vetro reca, agli estremi di un suo diametro, due elettrodi di platino; e, secondo un altro diametro, perpendicolare a questo primo, si prolunga in un tubo cilindrico, aperto all'estremità, il quale tubo traversa il tappo, che chiude una piccola bottiglia, anche di vetro, e giunge all'incirca alla metà della sua altezza. Dentro la bottiglia poi si versa dell'acqua, tanto che il livello arrivi pochi millimetri sotto all'orifizio del tubo ¹⁾. E questo è tutto.

Nell'apparecchio, che servi alle esperienze definitive, la bolla aveva quattro centimetri di diametro, e i fili stavano affacciati uno all'altro alla distanza di otto millimetri. Eccitando in questo piccolo spinterometro delle scintille bene nudrite ²⁾ si osserva in primo luogo un'aureola diffusa, di colore verde oliva, solcata da poche striscie luminose, vivacissime, di colore di rosa girante al porporino; queste mutano continuamente di posizione e di forma. L'aureola non è simmetrica rispetto ad un piano, che tagli normalmente nel mezzo l'intervallo di scarica, ma anzi appare alquanto più dilatata dalla parte del polo negativo; inoltre il catodo reca su la punta un cappuccetto di luce diffusa di color di lavanda, mentre l'anodo si riattacca direttamente al verde del fondo. Quando passano le scintille la bolla si riscalda, e vi è produzione abbondante di ipoazotide.

Esaminando con uno spettroscopio ³⁾ l'aureola, si riconoscono le bande e le righe caratteristiche dell'azoto, in tutta

1) Se il liquido giungesse più in alto, dopo qualche minuto di esperienze salirebbe nel tubo; perchè le scariche provocano una formazione abbondante di ipoazotide, che si scioglie nell'acqua, abbassando la pressione dentro la bolla.

2) Adoperavo all'uopo un rocchettino del Gaiffe con sei Bunsen; ciò che corrisponde ad una scintilla di poco più di un centimetro fra palline di 16 millimetri.

3) Ho adoperato in queste esperienze due diversi spettroscopi, il primo era un apparecchio ad un prisma, munito di scala, del quale ho costruito la curva caratteristica.

la lunghezza, senza che vi sia nulla, in apparenza, che diversifichi un polo dall' altro.

Dei fenomeni di polarità bene distinti si possono invece ottenere nel modo, che segue. Si toglie via la bolla, si rovescia, tenendo dunque il tubo in posizione verticale e rivolto all' insù, poi, con una pipetta, si fanno cadere dentro questo recipiente due o tre gocce di una soluzione salina. Per fissare le idee supponiamo che si tratti di una soluzione di cloruro di litio. Dopo di che si gira la bolla sopra sè stessa, procurando che il liquido bagni le pareti, *senza arrivare in contatto degli elettrodi*, e finalmente si rimette ogni cosa a posto, come prima.

Se si provocano daccapo le scariche si riscontra adesso un fenomeno assai brillante. Nei primi momenti infatti la scintilla è colorata in rosso vivo in tutta la sua lunghezza; in seguito la tinta del rosso si localizza e forma come una fiamma, che parte dal polo negativo, e che viene a sfumare verso la metà dell' intervallo. In questo tratto lo spettroscopio distingue nettissima, e *quasi sola*, la riga caratteristica del litio; nel rimanente si ha come dianzi lo spettro dell' azoto.

Qui vi è dunque un' apparenza di elettrolisi manifesta; e, come nel caso delle soluzioni, *il metallo si porta verso il polo negativo*.

Quanto alle scintilline vivaci, che congiungono come prima gli elettrodi, esse hanno un colore differente nei due tratti della scarica; sono porporine sopra l' aureola verde e volgono

Il punto di mezzo delle righe del sodio corrispondendo alla divisione 40,0 si avevano per alcune lunghezze d' onda note le coordinate raccolte in questo specchietto:

Li	23,1	(LiCl nella f. del gas).	H	77,0	(Tubo di Geissler).
H	25,5	(Tubo di Geissler).	Cs	92,0	(Cs Cl nella f. del gas).
Sr	30,0	(Sr Cl ₂ nella f. del gas).	Cs	94,3	"
Sr	36,5	"	Cu	102,0	(Cu Cl ₂ nella f. del gas).
Na	40,0	(NaCl nella f. del gas).	Cu	107,0	"
Tl	56,3	(TlCl nella f. del gas).	H	109,5	(Tubo di Geissler).

Per mezzo della curva, che se ne ricava, deducevo graficamente le lunghezze d' onda delle righe osservate.

Impiegai anche un secondo spettroscopio, piccolo strumento a visione diretta del Browning, tutte le volte che si trattava solo di seguire le variazioni di splendore in una riga già determinata.

all'azzurro dalla parte del catodo, senza che si possa dire, per la loro instabilità, che impedisce di studiarle allo spettroscopio, se questo dipenda dalla differenza del mezzo, o non sia, come pare più probabile, un semplice effetto di contrasto.

§ 3. Il trasporto del ione metallico presso il catodo si può mettere in luce con una seconda esperienza, molto elegante. Se infatti, nelle condizioni descritte innanzi, si inverte ¹⁾ istantaneamente la direzione del flusso, si vede la scarica apparire rossa da un elettrodo all'altro, e poi il metallo ridursi come prima, in pochi secondi, dalla parte del conduttore negativo.

Fenomeni in tutto simili si osservano sostituendo al sale di litio altre sostanze; per esempio serve assai bene una soluzione di cloruro di sodio, acidificata con acido cloridrico.

Il tallio, il cesio possono impiegarsi allo stesso scopo; ma, volendo ripetere le esperienze, è da preferire l'uso del litio, sopra tutto perchè la colorazione, che esso imparte alla scarica, stacca meglio di ogni altra su quella dell'aureola verde.

§ 4. È difficile dire quale parte abbia l'acqua nella produzione di questi fenomeni; forse il vapore serve solo a mantenere sospese nell'ambiente le particelle del sale; in realtà, se si sopprime il liquido dentro la bottiglia, le esperienze riescono ugualmente, ma la durata del fenomeno è minore.

Io ho provato a sostituire l'acqua con altre sostanze, scegliendole fra quelle, che hanno un punto di ebullizione più basso; ma non pare che ciò contribuisca in grado notevole a rendere meglio perspicuo il fenomeno; piuttosto si mettono in luce altri fatti curiosi.

Prendiamo, per esempio, in luogo della soluzione acquosa di cloruro di litio, una soluzione alcoolica dello stesso sale; allora, per condurre l'esperienza senza inconvenienti, giova disporla in un modo diverso; e cioè si toglie la bolla di posto,

1) Il commutatore impiegato da me era della forma di quelli ad altalena, che fabbrica la casa Hartmann e Braun; ma i pozzetti erano scavati in un blocco di paraffina per assicurare l'isolamento; giova infatti inserire il commutatore fra il rocchetto e lo spinterometro, invece che nel circuito primario.

e la si mantiene, per mezzo di un sostegno opportuno, con il tubetto rivolto all'insù; quindi si versano poche gocce di liquido sul fondo e si sperimenta senz'altro così ¹⁾).

Ora l'aspetto della scarica riesce alquanto alterato; l'aureola è più ristretta, a forma di fuso, ed ha assunto un altro colore, girando all'azzurro e al verde-mare; il tratto rosso è assai meno esteso. L'esame spettroscopico poi rivela presso l'anodo le bande brillanti del carbonio. Avviene dunque questo: che il vapore del solvente prende parte attiva alla conduzione, e sostituisce l'azoto dell'aria.

Il fatto ha, per quanto mi pare, una importanza capitale, perchè mostra come bisogna andare guardinghi nel decidere della natura di un mezzo, o dell'andamento di una scarica, per il solo esame spettroscopico. Lo spettroscopio in realtà ci dice con sicurezza se certi corpi *prendono parte* al processo, ma non dice se altri *ne stiano fuori*. Anche si comprende perchè dianzi non apparisse il cloro nell'intorno dell'anodo.

Il risultato, che deriva naturalmente dai fatti, che ho descritto, è questo, senza dubbio: che cioè avvengono nella scarica a pressione ordinaria fenomeni di elettrolisi; bensì molto complicati perchè i solventi prendono parte, in varia misura, al meccanismo del processo.

§ 5. Si è accennato più avanti all'opportunità di studiare la conduzione degli aeriformi nel caso più semplice delle basse pressioni; nel quale caso vi è una maggiore probabilità di giungere a risultati esaurienti.

Questo vogliamo intraprendere ora; ma prima di affrontare il problema giova premettere lo studio di due fatti secondarii, che accompagnano i movimenti dell'elettricità, così nelle soluzioni come nelle sostanze gassose; voglio dire il fenomeno dell'occlusione dell'idrogeno dentro gli elettrodi di platino e quello della disaggregazione del conduttore negativo.

Tali fenomeni non sono scelti a caso fra i molti, che potrebbero formare oggetto di esame; ma anzi lo studio, che ne faremo, ci sarà utile nel seguito. In realtà troveremo nel primo

1) Facendo esattamente come prima si andrebbe incontro al pericolo di uno scoppio.

fatto la spiegazione di certe anomalie, delle quali dovremo occuparci a suo tempo; mentre considerando la disaggregazione del catodo avremo agio anzitutto di verificare nei gas due leggi trovate per gli elettroliti ordinarii da Bredig e Haber, e in seguito di mettere in sodo la necessità di certe precauzioni, che sono indispensabili per le esperienze ulteriori.

E per limitarci allo studio dell'occlusione dell'idrogeno dirò subito che il risultato, al quale si arriva, è questo: che se un filo di platino ha servito una volta da elettrodo in un tubo a vuoto, contenente una qualche traccia di tale gas, esso ne assorbe sempre una parte; per modo che, portandolo in altro tubo, nel quale non sia stato mai idrogeno, lo rimette fuori, almeno sotto l'influenza delle scariche. Così che lo spettro della luce mostra le righe caratteristiche della sostanza occlusa.

Per dimostrare tale proprietà si adopera l'apparecchio rappresentato dalla fig. 1.

Una canna K, di un centimetro di diametro e 30 di lunghezza, reca anzitutto alle sue estremità due appendici capil-

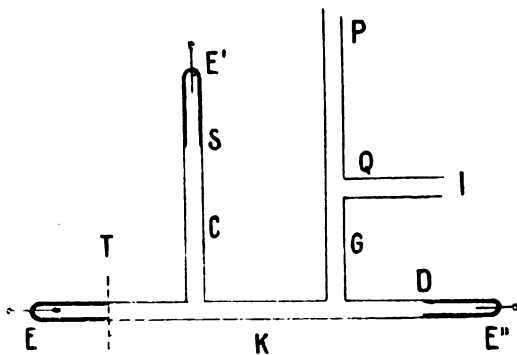


Fig. 1.

lari E T ed E' D, munite di elettrodi di platino; lateralmente poi ha due diramazioni normali C e G, così larghe come essa.

Il tubo C, di 13 cm., si chiude con un tratto di capillare, S E', fornito pure di elettrodo, invece G comunica in P con la

pompa ¹⁾ e per l'apertura I con un apparecchio generatore di idrogeno.

Gli elettrodi E' ed E'' sono grossi fili di platino; invece E è una treccia formata con dieci fili sottilissimi dello stesso metallo.

L'esperienza va condotta nel modo, che segue. Si chiude l'apertura I, e si adatta il tubo P alla pompa, quindi si produce la rarefazione, e la si spinge fino a tanto che, eccitando delle scariche, cominci a diventare fluorescente il vetro presso l'elettrodo negativo. Allora, adoperando due a due i tre conduttori, si verifica con lo spettroscopio la composizione del gas nei tre capillari; se s'incontrano le sole bande dell'azoto si può ritenere che non v'è idrogeno, perchè esperienze dirette mostrano come, nelle condizioni descritte, l'azoto non mascheri l'idrogeno ²⁾.

Ciò posto si apre la comunicazione con il generatore in I, si riempie il tubo, e poi si pompa nuovamente.

Adesso le scariche, esaminate allo spettroscopio, danno nettissimo e quasi solo lo spettro dell'idrogeno; la quale cosa una volta verificata si fa passare la scintilla per qualche minuto fra l'elettrodo E ed E' (oppure E'').

Provveduto a questo si lascia rientrare l'aria; si tolgono dal loro luogo i fili E' ed E'', si arroventano e si risaldano; si taglia ³⁾ in T la canna K, e si chiude alla lampada, conservando in disparte il tratto E'T; si chiude pure definitivamente l'orifizio I.

Quindi si rimette il tubo alla pompa e si fa il vuoto per la terza volta. Si provocano le scariche fra E' ed E'' e si constata la presenza dell'azoto e la mancanza dell'idrogeno.

In seguito si lascia tornare l'aria, si apre in T la canna K, si risalda a suo luogo il tratto E'T, e si ricomincia a vuotare l'apparecchio.

1) Ho adoperato sempre una macchina a mercurio Töpler-Bessel-Hagen; del resto, per la massima parte di queste esperienze, non è necessario spingere molto avanti la rarefazione.

2) Questo si deve constatare con cura, per ciò che è detto nel paragrafo quarto.

3) Non si potrebbe levare di posto il solo elettrodo, perchè risaldandolo si correbbe rischio di riscaldarlo troppo.

Giunti alla rarefazione conveniente, le scariche fra E' ed E'' mostrano, per lungo tempo, le sole bande dell'azoto; le scariche fra E ed E' (oppure E'') danno subito le righe caratteristiche dell'idrogeno. Il gas proviene proprio dall'elettrodo, e non è, per esempio, rimasto aderente alle pareti del capillare; in realtà si *vede* ad occhio che il colore della scarica cambia man mano a partire da E, diffondendosi la tinta rossa caratteristica dei tubi ad idrogeno; del resto, con l'analisi spettrale, si constata con sicurezza i movimenti del gas, che invade poco a poco l'apparecchio.

Sembra che, a parità delle altre circostanze, l'esperienza riesca meglio quando, mentre il tubo è pieno di idrogeno, si fa funzionare E da catodo ¹⁾; forse perchè in tale caso la traccia raggiunge una temperatura più elevata ²⁾.

È importante per la pratica il constatare che, con l'arrovventamento, si liberano del tutto i fili di platino dai gas, che possono tenere occlusi.

§ 6. L'esperienza, che ho descritto più su, dà modo di stabilire una nuova analogia fra le scariche nei gas e le correnti negli elettroliti. Ciò che si dice dell'inquinamento degli elettrodi nel tubo a vuoto si può ripetere infatti per il filo negativo, che serve in un voltmetro all'elettrolisi dell'acido solforico.

La cosa è nota da lungo tempo, ma è interessante per noi di riconoscere che la si può mettere in chiaro con un apparecchio simile a quello impiegato innanzi (fig. 1). Le modificazioni consistono solamente in ciò che è soppressa la canna laterale Q I, e il tratto T E non è più capillare.

Anche l'andamento dell'esperienza è analogo a quello di prima; si hanno queste fasi successive:

- 1° Nel tubo vuotato si verifica la mancanza dell'idrogeno;
- 2° Si taglia la canna K in T, e il piccolo recipiente T E si impiega come voltmetro per elettrolizzare l'acqua acidula (E fa da catodo, e l'anodo è un filo di platino, che pesca nel liquido);

1) Viceversa il gas viene emesso in maggior copia appunto se E è l'elettrodo negativo durante la scarica.

2) Si veda in proposito Nuovo Cim., (4), IX, 67, 1899.

3° Si lava il tubetto TE, lo si asciuga per bene, e si risalda in posto;

4° Si fa nuovamente il vuoto.

Quì l'effetto è anche più perspicuo; già le scariche fra E' ed E'' mostrano le righe dell'idrogeno. Se poi E prende parte al flusso dell'elettricità la quantità emessa è tanto più grande che lo spettro dell'azoto si indebolisce, e il tubo ha l'aspetto di essere stato vuotato su l'idrogeno.

§ 7. Il fatto della disaggregazione del catodo durante la scarica nei tubi a vuoto è noto già da gran tempo ¹⁾, invece si conosce solamente dopo i lavori recenti di Bredig e Haber ²⁾ il fenomeno, che corrisponde a questo, per il caso degli elettroliti.

I sigg. Bredig e Haber hanno mostrato infatti che, nella conduzione elettrolitica, l'elettrodo negativo diffonde intorno a sè una polvere minutissima, formata della sua stessa sostanza.

Quì veramente intervengono dei fenomeni chimici secondarii, che possono in qualche misura alterare i fatti, sicchè, p. e., taluni metalli si disaggregano molto diversamente secondo che la soluzione, che forma il voltmetro, è alcalina o acida.

Ad ogni modo due cose si possono stabilire in generale e cioè: in primo luogo è necessario, perchè il fenomeno avvenga, che la forza elettromotrice vada al disopra di un certo limite; in secondo luogo la densità della corrente sul catodo deve essere anche abbastanza grande.

Dovendomi occupare, per una ragione che si vedrà in seguito, dell'evaporazione del mercurio nei tubi a vuoto, ho voluto, incidentalmente, riconoscere se queste due leggi di Bredig e Haber, e la seconda in particolare, continuassero a valere per il fenomeno della scarica.

Ho esaminato anzitutto, per orientarmi, il comportamento di diversi metalli, onde scegliere, nelle esperienze definitive,

1) Si confronti p. e. G. Wiedemann "Die Lehre von der Elektrizität", IV, (1), 541.

2) Berichte der deutschen chemischen Gesellschaft, XXXI, 2741, 1898.

il più opportuno. Dirò in proposito che l'alluminio (come già si sapeva) non si disaggrega quasi affatto, il ferro poco, l'oro e l'argento un po' più, il rame, il platino e il palladio molto e il bismuto moltissimo ¹⁾). Ho creduto quindi opportuno di impiegare quest'ultima sostanza.

Il bismuto, per la sua struttura cristallina e la fragilità, che ne consegue, non si può tirare in fili: ma non è difficile ottenere dei cilindretti di un millimetro di diametro e qualche centimetro di lunghezza, gettandoli col metallo fuso. All'uopo si riscaldano pochi grammi di bismuto in un crogiolo e, quando si è raggiunta la temperatura di fusione, si libera, con un bastoncino di vetro, la superficie di metallo dagli ossidi e dalla ganga, che la imbrattano, e poi si aspira rapidamente il liquido con una canna, della quale in precedenza si sarà tirata la punta alla lampada, così da ottenere un tratto di tubetto di quelle dimensioni, che si desiderano. Tirando questa forma bisogna fare attenzione che la parete riesca assai sottile; il vetro poi deve essere un buon vetro pesante. Si aspirerà molto vivacemente se si vuole che il cilindretto riesca un po' lungo.

Raffreddandosi, il metallo si dilata e screpola la parete, che lo circonda, dalla quale quindi si può liberare con tutta facilità. Per le esperienze, che descriverò, i cilindri di bismuto li legavo con un filo di platino sottilissimo ad un grosso filo di platino o di rame, che attraversava, solo, la chiusura del tubo a vuoto.

Mediante elettrodi di questa natura si può verificare anzitutto la prima legge di Bredig e Haber. La disposizione è estremamente semplice; perchè consta di un tubo a T che per la parte di mezzo si attacca alla pompa, mentre reca gli elettrodi alle estremità delle braccia.

Per chiudere l'apparecchio a tenuta d'aria conviene che i fili siano fermati in posto da piccoli tappi, che si cacciano dentro il tubo; così che sopra di essi possa fondersi, per qualche millimetro di altezza, della ceralacca.

¹⁾ Tutte le esperienze furono fatte nell'aria, solo per il ferro si impiegò l'azoto puro.

Quando, con la pompa, si è giunti ad una pressione di forse un centimetro di mercurio, si possono collegare gli elettrodi con i poli del rocchetto, e attivare le scariche. Ma in queste condizioni, ove pure l'esperienza si prolungasse per ore, non si otterrebbe nessuna traccia di deposito metallico su le pareti del tubo.

Invece se, continuando a far agire il rocchetto, si prosegue la rarefazione, accade che, ad un certo istante, il catodo comincia a disaggregarsi e il tubo si copre rapidamente di una patina di bismuto, speculare e, nei primi momenti, verde olivastra per trasparenza.

Questo fenomeno coincide con la prima apparizione dei raggi catodici e della fluorescenza, su la parete del vetro prossima all'elettrodo negativo.

Anche la seconda legge, per la quale il catodo dovrebbe disaggregarsi tanto meglio, a parità delle altre condizioni, quanto più grande è alla sua superficie la densità della corrente, ho potuto verificare facilmente con gli elettrodi di bismuto.

L'apparecchio è ora, per necessità, alquanto più complesso (fig. 2). Una campanella K di vetro, larga alla base cinque

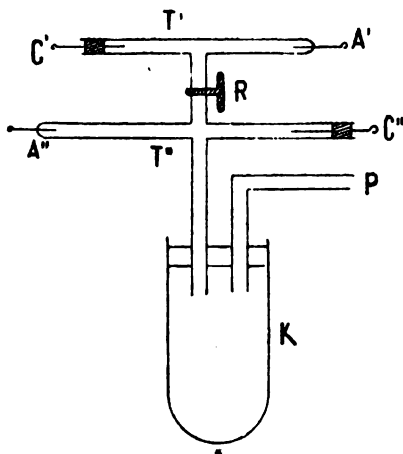


Fig. 2.

centimetri, e alta dieci, è chiusa con un tappo, attraverso al quale passano due tubi. Di questi il primo si prolunga a dop-

pio T, il secondo (P) conduce alla pompa; la chiusura ermetica è fatta con ceralacca, sopra il tappo, come si disse più su ¹⁾).

Le due canne T' T'' hanno, ciascuna alle sue estremità, un elettrodo di platino (A' A'') e uno di bismuto (C' C''); i fili di platino sono identici, ma i cilindretti di bismuto no. C' infatti è lungo quattro centimetri, mentre la lunghezza di C' è di pochi millimetri; anche i tubi T' e T'' sono differenti, per modo che la distanza fra le punte degli elettrodi viene ad essere in entrambi la medesima (undici centimetri circa).

Finalmente nella canna, che congiunge T'' a T', vi è ancora un rubinetto, R, girando il quale si può tenere quest'ultimo tubo in comunicazione con la pompa; oppure invece isolarlo.

L'esperienza procede in questo modo. Si apre R e si rarefa l'aria fino ad una pressione, che sembri conveniente, ciò che del resto si verifica con sicurezza provocando delle scariche fra A' ed A''. Allora si richiude R ²⁾ e si fanno le congiunzioni con il rocchetto nell'ordine seguente: A' va in contatto con il polo positivo, C' si collega ad A'', e C' comunica con il polo negativo. Così, eccitando il flusso dell'elettricità, A' e A'' mostrano le apparenze caratteristiche dell'anodo, mentre C' e C' funzionano da elettrodi negativi. La rarefazione poi, e la corrente, e la caduta di potenziale è la medesima in T' e T''.

Ora si osserva che in pochi istanti il vetro si copre di un anellino metallico in C', mentre nell'intorno di C' rimane trasparente per un tempo assai lungo, o mostra appena una velatura leggerissima.

Anche qui dunque, come negli elettroliti, la densità del flusso ha nella produzione del fenomeno una parte preponderante.

1) Osserverò in proposito che non conviene fondere la ceralacca a parte e poi versarla su la superficie, che si vuol rendere impermeabile all'aria; poichè in tale caso non è mai sicuro il contatto con le pareti dei vetri. Io procedo diversamente. Pongo sopra il tappo molti pezzetti di mastice, e poi, scaldandoli con la fiamma oscura di un becco Bunsen, li fondo sul posto; la fiamma naturalmente non deve tenersi ferma, per evitare di rompere i vetri. La cosa esige un po' di tempo e molta pazienza.

2) Questo rubinetto è indispensabile perchè, se non vi fosse, o lo si lasciasse aperto, le scariche passerebbero in gran parte da A' a C', disturbando l'andamento del fenomeno.

Non ho creduto di spingere più oltre queste esperienze, le quali, se pure valgono a mettere in luce sempre meglio l'analogia del comportamento fra le soluzioni saline e gli aeriformi, non hanno per lo scopo nostro un interesse immediato.

§ 9. Invece esaminai ¹⁾, assai più da vicino, la disaggregazione degli elettrodi di mercurio o, se si vuole, quella produzione abbondante di vapori di questo metallo, che si ottiene in un tubo a vuoto, portandone una goccia a contatto con i fili conduttori della scarica, ma soprattutto con il catodo.

La cosa ha, a mio modo di vedere, una grande importanza, perchè fornisce un esempio nuovo del processo, del quale ho fatto cenno alla fine del paragrafo quarto. La prima volta mi sono accorto di questo fenomeno casualmente; avevo montato alla pompa un tubo portante un elettrodo di platino e uno di bismuto e, per verificare il grado della rarefazione, senza ricorrere al cilindretto di bismuto, feci passare la scarica fra il filo di platino e il mercurio della chiusura barometrica. Da principio la scintilla aveva in tutta la lunghezza il colore porporino, che caratterizza l'azoto; ma poi, di mano in mano, funzionando il mercurio da catodo, cominciò a schiarirsi, a partire dai punti più vicini alla pompa, e venendo poco a poco fino al tubo. Più tardi la scarica appariva decisamente verdognola e lo spettroscopio mostrava „quasi isolate, due righe brillanti del mercurio.

Ora è ben chiaro che l'azoto doveva trovarsi nel tubo, e, malgrado questo, l'analisi spettrale era impotente a rivelarne la presenza.

Mi è parso quindi che valesse la pena di studiare il fenomeno più minutamente, per ricavarne indizii sopra certe cause di errore, che apparivano probabili nelle esperienze di elettrolisi.

Ho impiegato, nei primi esperimenti il tubo semplicissimo che la figura 3 rappresenta in sezione. Si tratta, come appare, di un tubo a T, le cui braccia si ripiegano entrambe una

1) Per esperienze, che, in qualche modo, si ricollegano a queste si confronti un lavoro di E. Wiedemann in Wied. Ann., V, 500, 1878.

volta ad angolo retto, dalla parte opposta a quella del ramo centrale (P), che conduce alla pompa.

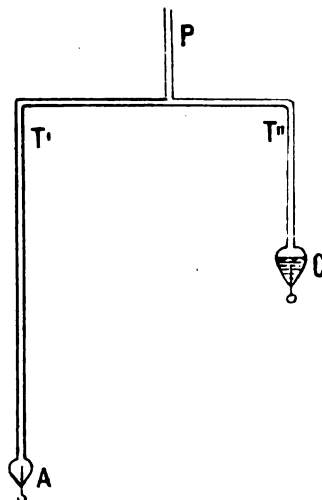


Fig. 3.

Delle due braccia una (T'') è larga e corta (17 cm. circa) e si chiude con una bolla, l'altra (T') è lunga (33 cm.) e capillare; entrambe hanno un elettrodo all'estremità. Nella bolla poi sono rinchiusi alcune gocce di mercurio, così che il filo di platino (C) ne viene ricoperto per intero.

Ove in questo tubo si faccia un vuoto non eccessivo ¹⁾, e si provochi un flusso di elettricità, tenendo il mercurio come polo positivo, l'esame spettroscopico della luce nel capillare mostrerà le righe dell'azoto, e alcune righe, pallidissime, del mercurio.

Se a questo punto si inverte la scarica, in pochi minuti le prime righe si affievoliscono, mentre le altre diventano estremamente brillanti. L'osservazione è agevolata dal fatto che le due righe più brillanti dello spettro del mercurio [div. 42,5 del mio micrometro, e divisione 51,8] si alternano con altre due [div. 46,5 ($= \lambda_H$), e 62,5] proprie dell'azoto.

1) Bisogna fermarsi un po' prima che le scariche dèstino la fluorescenza del vetro.

Il comportamento della λ_{π} è particolarmente notevole, perchè codesta riga da principio appare assai più brillante che le due del mercurio, fra le quali è compresa; mentre, per l'azione della scarica, queste ultime si vedono crescere, come a spese di quella prima.

§ 10. Ma il tubo, che ho descritto, presenta l'inconveniente che in esso il fenomeno si produce con troppa rapidità, soprattutto se, per agevolare le osservazioni, si impiegano delle scariche un po' vivaci. Vi è modo però di girare l'ostacolo, separando con un setto poroso i due elettrodi. Può servire assai bene allo scopo la disposizione seguente (fig. 4).

Qui il diaframma è collocato all'orifizio E, per il quale il tubo capillare A E sbocca nella palla S¹⁾; si tratta di una lastrina di terra porosa, spessa un millimetro o poco più. Del rimanente le cose stanno presso a poco come prima.

Vuotando il tubo ad una pressione opportuna e mandando le scariche, anche molto vive, dal platino al mercurio si vedono i vapori di questo metallo passare lentissimamente (in 10 o 15 minuti, p. e.) nel capillare superiore, ed ivi sostituirsi all'azoto nel meccanismo del condurre.

Ma l'esperienza riesce anche più bella ed istruttiva se il platino, che forma l'elettrodo, in alto, si è precedentemente inquinato di idrogeno; perchè allora, invertendo, esso lascia uscire in abbondanza il gas occluso, e la scarica nel capillare prende una tinta di color di geranio vivacissima, e nello spet-

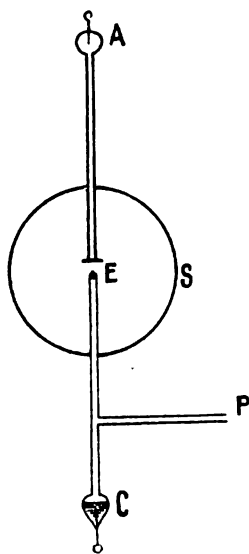


Fig. 4.

1) L'utilità di questa disposizione si vedrà meglio in seguito; le dimensioni dell'apparecchio si deducono dalla figura, osservando che il diametro della palla era di quindici cm. circa.

troscopio le righe del mercurio impallidiscono davanti a quelle dell' idrogeno.

Qui dunque è avvenuto una seconda volta un fatto analogo a quello di prima; quando il mercurio aveva preso in apparenza il posto dell' azoto.

Non è a credere infatti che il vapore manchi adesso nella parte alta del tubo a vuoto; perchè, se si lascia riposare alquanto l'apparecchio, l' idrogeno si diffonde per il setto poroso nel grande pallone e, rimasto in piccola quantità, non occulta più nel capillare la presenza del metallo.

Quindi l'esperimento può ripetersi un certo numero di volte.

Da questi fatti si ricavano due conseguenze di qualche rilievo. E prima di tutto si impara che, volendo verificare se in un tubo a vuoto esista un corpo determinato, bisognerà togliere di mezzo quegli altri gas, che lo potrebbero mascherare. E l' ultima esperienza ci dice come i setti di terra porosa siano del tutto insufficienti, quando si vogliano tenere separati per qualche tempo due aeriformi, anche se la pressione è bassa e poco diversa da una parte e dall' altra.

§ 11. Volendo ripetere in condizioni migliori le esperienze su l' evaporazione del mercurio, che ho descritto nel capitolo precedente, si può richiamarsi ad una osservazione, da me pubblicata or sono due anni ¹⁾, secondo la quale le scariche passano liberamente attraverso a screpolature praticate in tubi di vetro; mentre, d' altra parte, questi stessi tubi sopportano per molti giorni su le due faccie una differenza di pressione di sessanta centimetri di mercurio e anche più.

Ho costruito un apparecchio per attuare questa idea e, dopo molteplici tentativi, ne ottenni dei risultati soddisfacenti con la disposizione definitiva, che la figura 5 rappresenta di prospetto.

Due campanelle K' K", chiuse con tappi e ceralacca nel modo solito, terminate da capillari e bolle con elettrodi (C, A"), sono congiunte fra loro da tre condotti differenti.

1) N. Cim., (4), VIII, 265, 1898.

Vi è anzitutto un tubo T, rettilineo, di 7 mm. di diametro e 75 cm. di lunghezza; questo si apre liberamente nella campanella inferiore, in alto invece è chiuso alla lampada, ma per due o tre centimetri è solcato da molte crepature sottilissime ¹⁾.

Una seconda comunicazione può farsi tra i due ambienti per mezzo della canna R, piegata quattro volte ad angolo retto, e portante nel mezzo una chiave (R).

Finalmente il tubo IS fa comunicare a volontà la campanella superiore o la inferiore con un apparecchio a sviluppo di gas, mediante il rubinetto S, del quale è facile immaginare la disposizione.

Attraverso al tappo della campanella K' passano ancora due canne, la prima P conduce alla pompa, l'altra è capillare, chiusa e munita di elettrodo (A'); similmente comunicano con K" un tubo porta-elettrodo (C'), che corrisponde ad A', ed una canna lunga, piegata verso il basso, con una bolla (B) all'estremo.

Per montare l'apparecchio si introduce anzitutto in B del solfo, tagliato in piccoli pezzi; poi si fa la chiusura di K"; quindi si versa nella bolla di K' del mercurio, fino a coprire l'elettrodo, e si chiude.

1) Le crepature le ottenevo bagnando con qualche goccia d'acqua il tubo, subito dopo chiuso, mentre era ancora caldo.

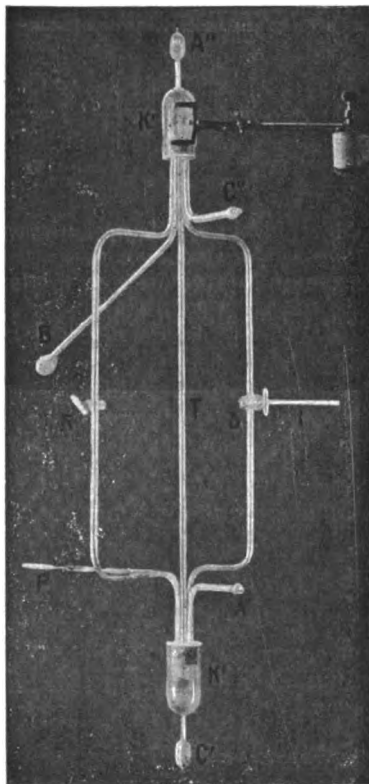


Fig. 5.

In seguito si unisce P con la pompa, I con il generatore del gas, nel quale si vuol fare l'esperienza, e si gira il rubinetto S per modo che siano interrotte le comunicazioni di I così con K' come con K"; da ultimo si apre R e si rarefà l'aria.

Quando il vuoto è molto spinto si può riscaldare con precauzione la bolla B, per liberare il solfo dalle traccie d'aria, che spesso gli rimangono aderenti.

A questo punto, girando S, si fa entrare il gas, che nelle mie esperienze era, di regola, azoto secco.

Di nuovo si chiude S e si ripompa, e finalmente si chiude anche R. In tali condizioni le due campanelle non comunicano più che per le crepature del tubo T¹⁾.

Facendo passare adesso le scariche da A' a C', oppure da A" a C", si vedono con lo spettroscopio nel primo caso quasi solamente le righe del mercurio, e nel secondo le bande dell'azoto.

Ciò posto si dispongono i fili in altro modo, prendendo cioè C' come catodo e A" come anodo.

Il lungo tubo T si illumina e presto la sua luminosità si cangia²⁾, a partire dal basso, di porporina in verdognola e dopo qualche minuto le righe del mercurio si possono distinguere anche nel capillare, che porta la bolla di K".

Se ora si lascia l'apparecchio in riposo per alcun tempo, e anche si scalda leggermente il solfo, tutto finisce per tornare nelle condizioni di prima; sicchè l'esperienza può ripetersi, senza altro disagio, un gran numero di volte.

§ 12. Con questa medesima disposizione ho voluto verificare se il mercurio si disaggregasse anche in un gas acido, perchè, dalle esperienze di Bredig e Haber, si deduce che nel caso delle soluzioni acidule il fenomeno non si verifica più.

1) La chiusura è così buona che si può far rientrare l'aria, p. e., nella campanella superiore, senza che le scariche fra A' e C' mutino di aspetto. Dopo 15 o 20 ore, alle volte, l'equilibrio non è ancora ristabilito, perchè, aprendo il rubinetto R, si sente un soffio abbastanza forte e prolungato.

2) Impiegavo un buon rocchetto del Carpentier, con interruttore rapidissimo e 8 coppie Bunsen nel primario.

Ma, contro la mia aspettazione, ebbi, con poco maggiore difficoltà, gli stessi fatti di prima. Può essere ad ogni modo che il risultato negativo di Bredig e Haber si debba ascrivere alle condizioni delle loro esperienze, per esempio alla forza elettromotrice insufficiente.

§ 13. Su l'elettrolisi dei gas conosco un solo lavoro compiuto, abbastanza recente, dei signori Wiedemann e Schmidt ¹⁾; questi fisici studiarono diverse sostanze, ma, in modo particolare, hanno sottoposto ad esame il comportamento dell'acido cloridrico.

Nell'apparecchio, che servi alle loro esperienze, il gas, uscendo da una bottiglia dove si è sviluppato, attraversa un tubo con sostanze essicanti e poi un capillare, che ha per ufficio di rendere più lento l'efflusso. Giunge così al punto dove passano le scariche.

Ora, dalle due parti, presso gli elettrodi, i prodotti di decomposizione sono trascinati da un aspiratore e passano in certe campanelle, contenenti del mercurio, sul quale il cloro si viene a fissare.

I risultati ottenuti con questa disposizione *non* si accordano bene con la legge fondamentale del Faraday.

Il circuito conteneva un voltmetro a nitrato d'argento, che gli autori impiegarono come coulomb-metro: la tabellina seguente fornisce i dettagli di un'esperienza.

In essa a è la quantità dell'argento depositato; b la quantità del cloro, che, secondo la teoria, dovrebbe deporsi all'anodo; c e d le quantità realmente ottenute all'anodo e al catodo. Da ultimo si è posto $e_1 = \frac{c}{b}$, $e_2 = \frac{c+d}{b}$.

a	b	c	d	e_1	e_2
0,123	0,041	0,013	0,008	0,31	0,53

Dai quali risultati si deduce che il cloro si deposita così ad un polo come all'altro, e che la quantità totale separata è inferiore a quella, che la teoria prevede.

1) Wied. Ann., LXI, 736, 1897.

Ma, se non erro, codeste conseguenze non infirmano punto la ipotesi elettrolitica della conduzione negli aeriformi, perchè si possono interpretare assai bene tenendo conto del modo, nel quale l'esperimento è condotto.

In realtà può avvenire anzitutto che il cloro, separato all'anodo, prima di intaccare il mercurio si diffonda parzialmente nel tubo, e così venga a fissarsi in vicinanza del catodo; inoltre può essere anche che questo gas, una volta separato, partecipi alla conduzione, dalla quale circostanza seguirebbe che la somma delle quantità ottenute ai due poli sarebbe inferiore a quella teorica.

§ 14. Io non ho fatto nessuna indagine quantitativa, come avrei desiderato, non avendo a mia disposizione una forza elettromotrice elevata e costante ¹⁾, e dovendomi limitare in conseguenza all'uso del rocchetto.

Ma ho cercato di provare, con alcuni esperimenti semplici e qualitativi, che i dubbii messi avanti sono fondati, e che i risultati di Wiedemann e Schmidt si possono quindi interpretare piuttosto in favore che contro la teoria dell'elettrolisi.

L'apparecchio, usato per codesta ricerca, è simile a quello, che descrissi a lungo nel paragrafo undecimo. Solamente, per semplicità, la canna R serve qui ad assicurare la comunicazione con la pompa, manca dunque il tubo P; e manca pure la bolla del solfo (B).

Con tale disposizione ho fatto le tre esperienze seguenti:

1° L'apparecchio è riempito di gas acido cloridrico; le scariche mostrano da principio, e per qualche tempo, le righe dell'idrogeno al catodo, mentre all'anodo si vedono alcune bande dello spettro del cloro, particolarmente nel giallo verde, come pure, pallidissime, le righe dell'idrogeno.

Più tardi queste ultime vanno prendendo sempre maggiore importanza e finiscono per essere visibili da sole; è notevole che la riga rossa si mostra per la prima, mentre l'azzurra e la violetta appariscono successivamente.

2° L'esperienza è disposta come dianzi, ma lo sbocco

1) Una grande batteria di piccoli accumulatori, per esempio.

della canna T nella campanella K' è aperto liberamente. In queste condizioni le righe dell' idrogeno sono preponderanti fin da principio anche all' anodo e quasi subito rimangono sole.

Di qui si deduce che in realta, nel caso del numero 1°, vi era dell' idrogeno libero, che non prendeva parte alla conduzione.

3° Il tubo T è chiuso ancora all' estremo inferiore, e provvisto di crepature; l' apparecchio contiene dell' ammoniaca.

Allora si vede al catodo lo spettro dell' idrogeno; all' anodo sono vivacissime le bande dell' azoto. E a questo polo l' altro componente si mostra molto più tardi che nel caso dell' acido cloridrico e in piccola quantità.

Segue di qui che nella prima esperienza l' idrogeno separato dovette prendere una parte perspicua nel meccanismo del processo ¹⁾, mentre, trattandosi dell' ammoniaca e dell' azoto, la sua attitudine a condurre non è più preponderante. La quale cosa si riconnette con i fenomeni studiati nel quarto e nel nono paragrafo.

Non ho bisogno poi di notare che le esperienze riescono bene solamente quando si impiegano elettrodi arroventati di fresco.

Le due cause di errore, addotte per spiegare i risultati di Wiedemann e Schmidt, hanno dunque una base sperimentale sicura.

§ 15. Concludendo: può essere benissimo che la conduzione dell' elettricità nei gas sia un fenomeno di elettrolisi, la cosa è anzi probabile; solamente si tratterebbe di un processo più complicato di quelli, che abbiamo l' abitudine di osservare in seno alle soluzioni saline ²⁾.

Torino, Dicembre 1900.

1) Si potrebbe quindi pensare che vi sia in questo una nuova ragione per legittimare i risultati di Wiedemann e Schmidt.

2) Questo lavoro fu eseguito nell' Istituto Fisico della R. Università di Torino, per la cortesia del Direttore Prof. A. Naccari.

SE IL MERCURIO E LE AMALGAME LIQUIDE DI BISMUTO

PRESENTINO IL FENOMENO DI HALL.

Nota del Dott. A. AMERIO.

1. I Dott. L. Amaduzzi e L. Leone in base ad alcune loro esperienze ¹⁾ hanno concluso per l'esistenza del fenomeno di Hall nell'amalgama liquida di bismuto, e per la mancanza, in accordo col Prof. Ròiti ²⁾, nel mercurio puro.

Ma dall'esame della Nota che hanno pubblicato in proposito può sorgere qualche dubbio sulla deduzione, perchè tra le altre cose non riferiscono se abbiano fatto osservazioni invertendo la corrente che mandavano nella lamina. Quindi per l'importanza grande della questione già tanto discussa, ho pensato di riprendere tali esperienze e di completarle.

2. Anzitutto volli mettermi nelle stesse condizioni degli A. costruendo nello stesso modo da loro descritto e con le stesse cautele le lamine di amalgama liquida di bismuto che conteneva circa l'uno per cento di bismuto ³⁾.

I tre elettrodi di queste lamine, che sono del tipo immaginato dal Prof. Righi ⁴⁾, erano di foglia di ottone di mm. 0,02. Mi sono servito di un galvanometro differenziale del Wiedemann, a piccola resistenza come indica il Prof. Righi ⁵⁾, in condizioni tali da darmi 2 mm. su scala a due metri per la variazione di un microampère in uno dei circuiti. Ponevo orizzontalmente le lamine liquide tra i poli piani di una elettrocalamita di

1) Rendiconti Lincei. Vol. 9, 1° sem. 1900, pag. 252.

2) " " Vol. 12, pag. 397, 1881-82.

3) Veramente gli A. dicono di avere adoprato un'amalgama al 15%, ma siccome un'amalgama preparata a caldo con questo titolo, si divide a freddo in una liquida che contiene circa 1% di bismuto e in una parte solida, suppongo che intendessero dire 1,5%.

4) Nuovo Cimento, Serie 3., Vol. 14, pag. 124, 1863.

5) Righi. Nuovo Cimento, Serie 3., Vol. 15, pag. 127-128, 1864.

Faraday, il cui campo magnetico, misurato con una spirale di bismuto, risultò convenientemente uniforme.

L'elettrocalamita verticale e molto lontana, non agiva affatto sul galvanometro, e il suo circuito era ben isolato da quello della lamina; e del resto le condizioni erano tali da presentare assai bene il fenomeno di Hall con una lamina dell'argento di uno specchio e con una foglia d'oro.

Allorchè la corrente che mandavo nella lamina liquida aveva assunto un regime permanente, eccitavo il campo magnetico talvolta lasciando chiuso il circuito del galvanometro, tal'altra tenendolo aperto e chiudendolo poi.

Ottenni sempre sia con amalgama da filtrare, che filtrata attraverso a pelle di camoscio, *deviazioni che si invertivano col campo e non mai colla corrente della lamina*.

Tale comportamento non si può naturalmente spiegare coll'esistenza del solo fenomeno di Hall, e neanche colla sua sovrapposizione ad una variazione di resistenza dovuta alla presenza del campo magnetico, perchè in quest'ultimo caso si dovrebbero ottenere ¹⁾: o le inversioni caratteristiche del fenomeno di Hall con deviazioni non tutte uguali, qualora questo prevalesse; o deviazioni che si invertirebbero colla corrente della lamina, e varierebbero soltanto di valore, ma non di segno, invertendo il campo, qualora prevalesse la variazione di resistenza.

Verificai che le deviazioni erano all'incirca proporzionali all'intensità del campo il quale variò da 3400 a 9750 U. C. G. S.; e che crescevano assai più rapidamente della corrente principale che feci variare da 100 a 300 circa milliampère.

Osservai ancora che le deviazioni variavano spostando la lamina nel campo, ma in modo poco chiaro.

Tutto ciò parmi non indichi, almeno con chiarezza l'esistenza del fenomeno di Hall, e per proseguire credetti opportuno ricorrere alla disposizione stessa di Hall.

3. A questo scopo costruii le lamine rettangolari sovrappo-
nendo due lastre uguali di vetro da specchi, di circa cm. 5×6 ,

1) Righi. Nuovo Cimento, Serie 3., Vol. 15, pag. 134.

tenute a distanza uniforme o mediante i quattro elettrodi, di cui i due principali piuttosto larghi, o mediante fogli di carta velina, o di mica. Le masticiavo accuratamente tutto intorno, eccetto che in un punto dove, con mastice, le univo a un tubo di vetro pel quale vi facevo entrare l'amalgama, dopo averne estratta l'aria per quanto permetteva una pompa di Carré. Dopo di che toglievo il tubo o lo otturavo con mastice.

Nelle esperienze fatte con amalgama di bismuto del commercio, adopravo elettrodi di foglia d'ottone di mm. 0,01; in seguito, nelle esperienze fatte con amalgama di bismuto puro di Kahlbaum, mi servii di foglia di platino pure di mm. 0,01.

Adoprai dapprima un galvanometro di Siemens, con una resistenza di circa 5 ohm e con una sensibilità di circa 30 mm., scala a 2 metri, per microampère; e in seguito uno di D'Arsonval, costruito dall'Ing. Santarelli, che con una resistenza di 3 ohm aveva una sensibilità di 80 mm. scala a 1 m. L'elettrocalamita era del tipo Weiss ¹⁾, pure costruita dall'Ing. Santarelli e con essa ottenevo assai facilmente un campo uniforme tra poli piani di 7 cm. di diametro, avente l'intensità (misurata col metodo balistico dell'estrazione di un rocchetto) di circa 7000 U. C. G. S. eccetto che nei casi eccezionali che riferirò poi.

La corrente principale che mantenevo costante per ogni esperienza era per lo più di circa mezzo ampère. Ne compensavo la derivazione nel galvanometro mediante un'altra derivazione presa opportunamente da una Daniell; però quando non mi occorreva una grande sensibilità sopprimevo la compensazione e diminuivo la corrente derivata dalla lamina aggiungendo una resistenza al galvanometro, la qual cosa aveva il vantaggio di rendere più spedite le indicazioni del galvanometro di D'Arsonval, che purtroppo sono estremamente lente allorchè la resistenza esterna è piccola ²⁾.

1) P. Weiss. *Éclairage Electrique* Vol. 15, pag. 481, 1898.

2) Naturalmente anche in queste condizioni provai sull'argento di una lastra da specchi, e, aumentando molto la corrente principale, su una foglia di stagno di mm. 0,015; e in entrambi i casi ottenni pel coefficiente di Hall valori concordanti con quelli dati da Ettingshausen e Nernst (*Reportorium für Experimental Physik*, Vol. 23, pag. 129).

4. Ed ecco ora brevemente ciò che osservai.

Il campo magnetico dà origine a una deviazione pronta e permanente che si inverte con esso. Invece invertendo la corrente principale, la deviazione assume in generale un altro valore ma non si inverte.

Il senso delle deviazioni può variare da una lamina ad un'altra; esse crescono all'incirca in proporzione del campo, e assai più rapidamente della corrente principale.

Per contro lamine molto dissimmetriche, per le quali la corrente derivata da compensare era relativamente intensa, mi diedero deviazioni che si invertivano colla corrente principale, cambiavano solo di valore invertendo il campo e mi indicavano sempre un aumento della corrente derivata.

Quest' aumento si può spiegare mediante un aumento della resistenza sotto l' influenza del campo magnetico, e infatti una misura diretta della resistenza, presentata dalla solita amalgama di bismuto puro ¹⁾ — *non filtrata* — mi indicò un aumento di circa 0,0002 in un campo magnetico di 7400 unità; ma un'altra misura fatta in condizioni di maggior sensibilità, con amalgama *filtrata* attraverso a pelle di camoscio, mi diede un risultato perfettamente negativo, indicandomi che probabilmente l' aumento prima osservato era dovuto alle particelle di bismuto contenute in sospensione, cosicchè bastò filtrare l' amalgama per escludere questa complicazione. Siccome poi, anche adoperando l' amalgama filtrata, talvolta si presentò ancora il comportamento surriferito sia con aumenti, sia con diminuzioni della corrente derivata, così era naturale il pensare che esso fosse dovuto a movimenti che avvengono nella lamina e che possono aumentare o diminuire la resistenza della derivazione.

Una sola lamina mi diede tre deviazioni in uno stesso senso e una in senso contrario.

Altre non mi diedero deviazione alcuna.

1) La resistenza di quest' amalgama, filtrata, risultò, alla temperatura dell' ambiente, minore di quella del mercurio nel rapporto di 1 a 1,03 circa, in accordo con quanto trovò il Prof. Battelli. (Lincei, 1887).

5. Parecchie devono dunque essere le azioni che sovrapponendosi danno origine ai vari comportamenti indicati, e anzi dalle misure fatte si può dedurre che sono almeno di tre sorta: una che varia di segno col campo ed è quella che in generale predomina e caratterizza l'andamento; un'altra che varia di segno colla corrente principale e una terza che si inverte sia col campo sia colla corrente.

Infatti, siano A, B, C, D , le quattro deviazioni del galvanometro dovute all'azione del campo magnetico sulla lamina, nelle quattro combinazioni dei sensi del campo e della corrente principale; siano α, β, γ , le parti di dette deviazioni corrispondenti rispettivamente alla prima, alla seconda e alla terza delle azioni sopradette.

Dovrà essere:

$$\left. \begin{array}{l} \alpha + \beta + \gamma = A \\ \text{e invertendo la corrente} \quad \alpha - \beta - \gamma = B \\ \text{e ora invertendo il campo} \quad -\alpha - \beta + \gamma = C \\ \text{e invertendo di nuovo la corrente} \quad -\alpha + \beta - \gamma = D \end{array} \right\} \quad (1)$$

e per conseguenza:

$$A + B + C + D = 0. \quad (2)$$

Invece si dovrebbe avere rispettivamente se bastasse supporre l'esistenza delle azioni:

$$\left. \begin{array}{l} \alpha \text{ e } \beta: \quad A + C = 0 \\ \quad \quad \quad B + D = 0 \end{array} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{array}{l} \alpha \text{ e } \gamma: \quad A + D = 0 \\ \quad \quad \quad B + C = 0 \end{array} \right\} \quad (4)$$

$$\left. \begin{array}{l} \beta \text{ e } \gamma: \quad A + B = 0 \\ \quad \quad \quad C + D = 0 \end{array} \right\} \quad (5)$$

Dalle misure fatte risulta che mentre la (2) è soddisfatta in generale coll'approssimazione che si può raggiungere in queste esperienze, le (3) lo sono alquanto meno bene, le (4) e (5)

non lo sono affatto, e per conseguenza l'ipotesi che meglio serve a spiegare il comportamento osservato è quella posta a base delle equazioni (1).

Risolvendo queste ne risulta un valore di α che in generale predomina, uno di β in generale minore, e finalmente uno di γ *piccoltissimo* e del segno delle deviazioni corrispondenti al fenomeno di Hall nel rame e nel platino.

Nel dubbio che fosse appunto dovuto alle lamine che facevano da elettrodi principali, sostituii loro dei cannelli di vetro ripieni di amalgama e muniti a loro volta di elettrodi di filo di platino, come pure per evitare possibili azioni termoelettriche sostituii nello stesso modo quelli laterali o di Hall, e allora risultò γ nullo e fu appunto con queste lamine che ottenni talora:

$$A = B = C = D = 0,$$

il che non può corrispondere ad altro che a

$$\alpha = \beta = \gamma = 0.$$

Coi dati di queste esperienze fatte col galvanometro di D'Arsonval si può calcolare il valore del coefficiente C di Hall che avrebbe dato origine a un millimetro di deviazione sulla scala posta a 2 metri e ne risulta che avrei potuto osservare un coefficiente di Hall

$$C = 0,00004$$

che sarebbe uguale a quello dello stagno, secondo Ettingshausen e Nernst ¹⁾, vale a dire il più piccolo di quelli noti.

6. Mandando nella lamina correnti alternate potevo sperare di eliminare varie cause perturbatrici, oltre ad annullare β e γ , in modo da poter meglio esaminare la α che, come già ho detto, in generale prepondera e caratterizza il comportamento descritto.

La corrente mi era fornita da una macchina magneto-elettrica di Siemens che mandavo con un motorino elettrico;

1) Loc. cit. p. 129.

attraversava un milliamperometro a filo caldo, di Hartmann e Braun e un reocordo.

Naturalmente mi accertai che nessuna corrente continua si sovrapponesse alla corrente alternata, e che il galvanometro chiuso sulla lamina e per conseguenza attraversato dalla corrente alternata derivata, stesse perfettamente nella posizione di riposo.

Osservai anche qui le solite deviazioni che *sempre* si invertivano col campo, avevano un senso variabile da una lamina all'altra, erano simmetriche ed erano minori del valore che aveva α nella stessa lamina per corrente continua. Inoltre in esperienze fatte con due lamine aventi spessori alquanto diversi, mandando in ciascuna tre correnti della medesima intensità efficace, una continua, una con circa venti alternazioni al secondo, la terza con circa quaranta, ottenni delle deviazioni massime per corrente continua, minime per la corrente alternata di maggior frequenza, e la differenza era maggiore nella lamina più sottile.

Sia poi la corrente alternata, oppure continua, facendo *rotare* la lamina nel proprio piano senza variare i contatti, le deviazioni non variano, invece *capovolgendola* cambiano di segno.

7. È importante notare che lo stesso comportamento è tenuto da lamine di *mercurio puro* da me distillato coll'apparecchio di Mendelejeff, colle quali eseguii numerose esperienze.

È noto subito che tutte le particolarità finora indicate troverebbero una spiegazione nell'esistenza del fenomeno termomagnetico di Nernst ¹⁾ sia nelle amalgame liquide che nel mercurio, ammettendo che per le dissimmetrie si produca nella lamina percorsa dalla corrente un flusso di calore in direzione qualunque purchè non normale alla corrente.

Per quanto fossi ancor meno incline a credere nell'esistenza di questo fenomeno che di quello di Hall, al quale del resto secondo ogni probabilità è strettamente connesso ²⁾, volli tentare la prova costruendo lamine di spessore crescente da

1) Wied. Ann., Vol. 29, pag. 343, 1886; e Vol. 31, pag. 760, 1887.

2) Goldhammer. Wied. Ann. 31, pag. 370, 1887. — Moreau. Journ. d. Phys. Serie 3., Vol. 9, pag. 497, 1900, ecc.

un elettrodo principale all'altro, in modo da avere col passaggio della corrente un flusso di calore in direzione determinata.

Avrei così dovuto ottenere un senso costante per le deviazioni del galvanometro, ma ciò non si verificò, variando il senso a seconda della lamina e della sua posizione nel campo.

Inoltre una prova diretta del fenomeno di Nernst nell'amalgama liquida, fatta scaldando uno degli elettrodi e tenendo freddo l'altro, in modo che le differenze di temperatura tra le varie parti della lamina fossero certo maggiori di quelle dovute al passaggio della corrente, mi diede un risultato negativo, dimostrandomi che, se pure si manifesta, questo fenomeno non è sufficiente a spiegare le deviazioni cospicue che osservavo in generale.

8. Esclusa così l'influenza del fenomeno termomagnetico di Nernst, volli esaminare l'influenza del campo sulle diverse parti della lamina.

Siano (fig. 1) A e B gli elettrodi principali, C e D i laterali o di Hall, e il campo magnetico agisca essenzialmente sulla parte B C D che si trova tra i poli. Comunque sia diretta la corrente principale, eccitando il campo in modo che il polo nord, come si vede dalle frecce che indicano la direzione della corrente magnetizzante, sia al disopra della lamina, la corrente derivata nel galvanometro esce dalla lamina per l'elettrodo C.

Invertendo il campo esce da D.

Se il campo agisce in prevalenza sulla parte A C D, (fig. 2) e il polo nord è al disopra, la corrente derivata esce da D.

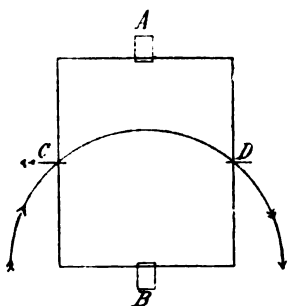


Fig. 1.

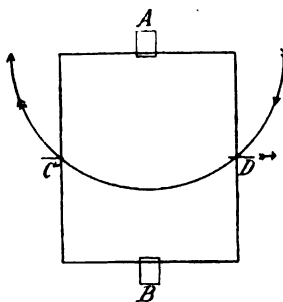


Fig. 2.

Invertendo il campo esce da C.

Si può trovare una posizione in cui l'azione del campo è nulla.

Tutto ciò si verifica *sempre* sia col mercurio puro che coll'amalgama, per correnti alternate, ma colle continue si sovrappongono a queste deviazioni, quelle dovute alle variazioni che subisce la resistenza tra C e D, e quindi la derivazione, in causa dei movimenti del conduttore, così che si possono avere vari comportamenti come è facile vedere.

9. Di tutto quanto precede, esclusi i fenomeni di Hall e di Nernst, almeno in grado notevole, esclusa ogni azione del campo magnetico sulla resistenza e sul potere termoelettrico delle coppie formate dagli elettrodi con l'amalgama, come verificai facilmente, conviene cercare le ragioni in perturbazioni quasi inevitabili.

Ed ecco la spiegazione che ritengo assai probabile.

Ammettiamo che il conduttore possa spostarsi nella lamina secondo la regola di Ampère sotto l'azione combinata del campo magnetico e della corrente, e vediamo cosa avverrà.

a). Lamine del Righi.

Il polo nord sia al di sopra della lamina.

Se la corrente va da A verso B e C, (fig. 3) il conduttore sarà spinto in AB dove diminuirà la resistenza e quindi aumenterà la corrente diretta da A verso B, e diminuirà quella diretta da A verso C, come indicano le piccole frecce; se invece la corrente esce dalla lamina per A, (fig. 4), diminuirà

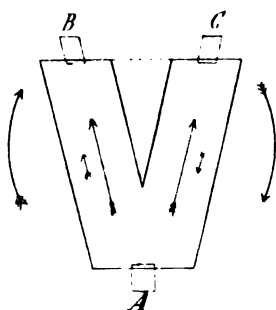


Fig. 3.

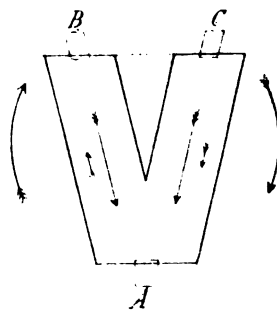


Fig. 4.

la resistenza di AC e però il galvanometro devierà come se aumentasse una corrente diretta da C verso A e da A verso B , vale a dire nello stesso senso di prima.

Invertendo il campo l'effetto si inverte.

b). Lamine di Hall.

Il polo nord sia al di sopra.

Se la corrente va da B verso A e il campo agisce uniformemente sulla lamina, (fig. 5) il conduttore è spinto verso sinistra, dove diminuirà la resistenza, ma se tutto è simmetrico e C e D sono sopra una stessa linea equipotenziale nessuna corrente uscirà per essi.

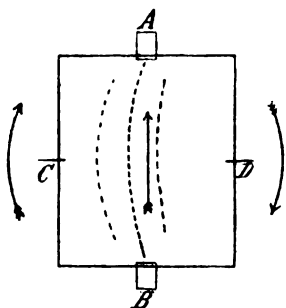


Fig. 5.

Lo stesso avverrà nelle altre direzioni del campo e della corrente.

Ma se invece manca la simmetria, per cui l'azione del campo sia più energica sopra una parte della lamina che sopra l'altra, l'equilibrio sarà turbato e la corrente uscirà da C

(fig. 6) o da D (fig. 7), secondo che prevale l'azione sulla parte BCD o sulla ACD .

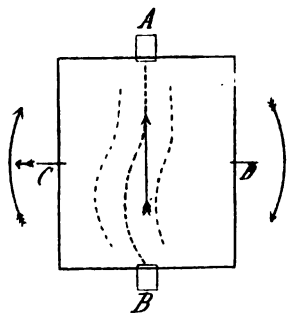


Fig. 6.

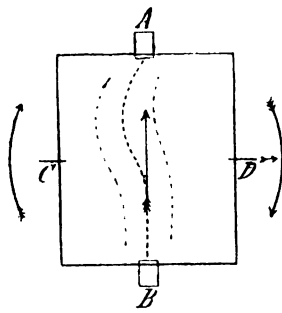


Fig. 7.

Invertendo la corrente principale (figure 8 e 9) è facile vedere che la corrente derivata cagionata dal campo non si inverte.

Come pure è chiaro che non variando i contatti, una rotazione della lamina nel proprio piano non può far variare

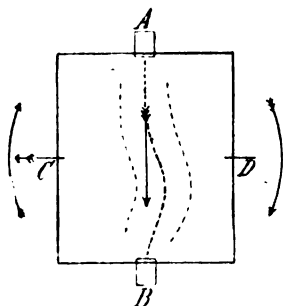


Fig. 8.

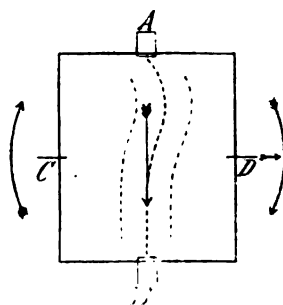


Fig. 9.

l'elettrodo dal quale esce la corrente dovuta alla presenza del campo, mentre capovolgendola, la corrente che prima usciva da C uscirà da D e inversamente.

Se ora si pensa che la temperatura è diversa nei vari punti della lamina anche se questa è perfettamente uniforme, ma va degradando dalla parte centrale agli orli, si comprende la parte che può assumere la variazione di resistenza tra C e D, allorchè i movimenti che avvengono rimescolano il conduttore.

10. Rimane ora da stabilire come avvenga il movimento in questione, e si presentano subito questi due modi.

O il conduttore può spostarsi in massa nella lamina, come nel galvanometro del Lippmann, sia perchè questa non è rigida, sia perchè non la riempie completamente; o, avendo un contorno rigido e trovandosi nei vari punti a temperature differenti, si muove sotto l'influenza del campo magnetico, in modo che la parte più fredda, e perciò più conduttrice, passi alla sinistra della corrente personificata che guardi nel senso delle linee di forza, e la più calda alla destra.

Possono intervenire entrambe le circostanze, ma dico fin d'ora che prevale la prima.

Infatti tutti i tentativi fatti per aumentare o diminuire gli effetti del campo, aumentando o diminuendo appositamente le

differenze di temperatura, mi diedero risultati incerti, alcuni positivi, altri negativi, forse da attribuire a deformazioni della lamina; e decisiva mi pare l'esperienza seguente.

Nei punti E, F (fig. 10) le lastre di vetro erano forate; il filo E F, esterno alla lamina, era di costantana, di mm. 0,1, ai suoi estremi, che stavano nei fori, erano saldati due fili uguali di platino, G G, in modo che le saldature venissero a trovarsi a livello del mercurio della lamina, dal quale erano isolate mediante un leggero strato di vernice.

Naturalmente i fori E, F erano chiusi con mastice.

Se sotto l'influenza del campo non avvenisse altro che una variazione nella distribuzione della temperatura, nel caso della figura avrei dovuto ottenere un aumento nella temperatura in F, una diminuzione in E.

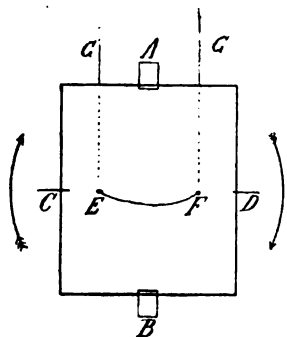


Fig. 10.

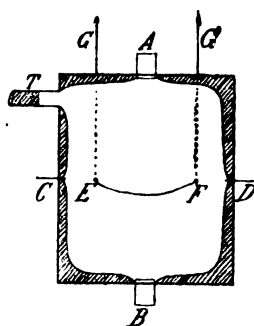


Fig. 11.

La cosa andò in senso contrario. Nella lamina passava la corrente di un ampère. Ciò porta ad ammettere che in questo caso la prima azione prevalesse tanto da mascherare la seconda; e infatti una lamina costruita in modo che il mastice penetrasse giro giro tra le lastre, (fig. 11) eccetto che nella parte del tubo T pel quale introducevo il mercurio, e che mi riuscì senza la minima bolla d'aria visibile, mi indicò chiaramente le variazioni di temperatura supposte. Però sempre un po' troppo piccole e troppo lenti per dar ragione della grandezza e della prontezza delle deviazioni ottenute anche con questa lamina, le quali pure erano minori di quelle osservate in generale.

Facendo poi entrare una bolla d'aria nella lamina, mi riuscì con tutta facilità di osservare gli spostamenti del mercurio sotto l'azione del campo, allorchè era attraversata da corrente continua, e le vibrazioni che compieva l'orlo quand'era attraversata da correnti alternate; vibrazioni tanto più rapide e meno ampie quanto maggiore era la frequenza.

Credo dunque di poter concludere che l'azione che il campo magnetico esercita sulle lamine liquide di mercurio e di amalgama di bismuto, percorse da corrente, è essenzialmente ponderomotrice, si esplica in vari modi e può essere complicata da azioni secondarie dalle quali però è escluso il fenomeno di Hall.

Con viva soddisfazione esprimo al Prof. Ròiti la mia gratitudine per il valido aiuto di consigli e di mezzi di cui mi fu largo in questa ricerca.

Firenze, Istituto di Studi Superiori.
Aprile 1901.

NOTA.

La precedente spiegazione ha molta analogia con quella data dal Prof. Chiavassa dei fenomeni osservati dal Bagard e da lui negli elettroliti, che pure sono ben diversi da quelli ora descritti ed hanno l'apparenza del fenomeno di Hall.

Ma veramente, ed in ciò lo stesso Prof. Chiavassa ha dichiarato di convenire, il ragionamento che egli fa sulla fig. 7 della sua Nota, ¹⁾ non serve a spiegare un contegno conforme al fenomeno di Hall, ma piuttosto quello da me osservato, che cioè la derivazione muti di segno col campo e non colla corrente principale.

Tuttavia questa circostanza non infirma punto le conclusioni che il Chiavassa trae dal suo lavoro.

Infatti per spiegare le quattro inversioni che si verificano negli elettroliti servono assai bene i movimenti che in essi

1) L' *Elettricista*, Anno 6, 1897, pag. 287.

avvengono, uniti alle variazioni di concentrazione pure invocate dal Chiavassa, e alla differenza di temperatura che si stabilisce fra catodo e anodo ¹⁾, come si potrebbe vedere applicando il ragionamento citato.

SUI CALORI SPECIFICI DELLE LEGHE,
per D. MAZZOTTO.

Il Sig. Edm. van Aubel, in un accurato studio critico comparso recentemente nel *Journal de Physique* ²⁾, discute i risultati ottenuti dai varii sperimentatori pel calore specifico delle leghe, allo scopo di riconoscere in quali casi ed entro quali limiti esso possa dedursi, dal calore specifico dei componenti, applicando la regola dei miscugli.

In tale esame egli basandosi sui risultati parziali d'un mio lavoro ³⁾ contenuti nel sunto datone dai *Beiblätter* ⁴⁾ e riprodotti nelle tabelle del Landolt e Bernstein, constatò il disaccordo fra il valore

0,0354 fra 5° e 50°

da me trovato pel calore specifico della lega Lipowitz allo stato solido ed i valori:

0,0634 a 28°

0,0554 a 50°

0,0625 a 90°5

trovati precedentemente da W. Spring ⁵⁾ per la stessa lega, e, dopo aver osservato come il mio valore si accordi meglio degli altri con quello dedotto dalla regola dei miscugli si domanda: « Que faut-il conclure de cette divergence à la quelle conduisent les résultats des deux physiciens ? »

1) Id. pag. 284.

2) *Journal de Physique*, 3.me série, tome 9, pag. 493, 1900.

3) « Sulle calorie di scaldamento e di fusione delle leghe facilmente fusibili », *Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino*, vol. 17, pag. 111, 1881.

4) *Beiblätter zu den Annalen der Physik*, T. 6, p. 858, 1882.

5) « Sur la dilatation et le chaleur spécifique des alliages fusibles », *Bulletins de l'Académie des Sciences de Belgique*, 2. série, t. 39, p. 548, 1875.

Essendo il mio lavoro posteriore a quello dello Spring, ritengo dover mio il rispondere alla questione aperta dal signor van Aubel.

La risposta deriva immediatamente dai risultati sperimentali contenuti nella mia Memoria sopra citata.

Da essa si rileva infatti che, determinando il calore specifico di detta lega e di altre consimili col metodo del raffreddamento, si possono ottenere, per lo stesso intervallo di temperatura, sia dei valori elevati e discordanti analoghi a quelli ottenuti dallo Spring, sia il valore molto più basso da me ritenuto come il vero calore specifico della lega, e ciò a seconda del modo in cui si opera.

I valori elevati si ottengono quando si sottopone la lega al raffreddamento dopo averle fatto oltrepassare il punto di fusione, ed il valore basso si ottiene quando si raffredda la lega dopo averla mantenuta, anche per lungo tempo, a temperatura di poco inferiore a quella di fusione.

Come esempio riporto i seguenti valori tratti dalle tabelle della Memoria originale.

Lega di Lipowitz.

Punto di fusione 66°,8.

Riscaldata sopra il punto di fusione		Riscaldata sotto il punto di fusione	
Intervalli di temper.	Calore specifico	Intervalli di temper.	Calore specifico
60 — 45	0,0446	— —	— —
45 — 35	0,0504	}	50 — 30 0,0359
35 — 30	0,0697		
30 — 25	0,2408		30 — 20 0,0352
25 — 20	0,0869		
20 — 15	0,0476		20 — 15 0,0357
15 — 10	0,0384		15 — 10 0,0351
10 — 5	0,0374		10 — 5 0,0353

Pag. 125 della Memoria o pag. 17 dell'estratto.

Pag. 129 della Memoria o pag. 21 dell'estratto

In presenza di questi risultati io ritenni, come calore specifico normale della lega il valore 0,0354, che risulta come

media dei valori dell'ultima colonna e che poco differisce da quello che si ottiene applicando la regola dei miscugli.

I valori della seconda colonna sono tutti superiori a quel valore, però il loro rapido aumento fino alla temperatura 30° — 25° e la successiva loro diminuzione fino quasi a raggiungere il valore normale, indicano senza ambiguità che il raffreddamento della lega fra 60° e 5° è accompagnata da una modificazione molecolare svolgente calore per tutto questo intervallo di temperatura con uno svolgimento massimo fra 30° e 25° . La velocità di raffreddamento negli intervalli di temperatura compresi fra i detti limiti riescono perciò diminuite ed i calori specifici, calcolati in base ad esse, risultano superiori al vero.

La concordanza dei valori della quarta colonna indica, d'altra parte, che il raffreddamento non è in quel caso perturbato da alcun anormale svolgimento di calore. Ciò dimostra che la modificazione molecolare che ritarda il raffreddamento nel 1° caso, non si effettua in senso inverso col semplice riscaldamento al di sotto del punto di fusione, anche se protratto, come nel caso delle mie esperienze, per lungo tempo (14 ore); nel raffreddamento successivo la lega presenta perciò il proprio calore specifico normale.

Lo Spring determinò la velocità di raffreddamento portando sempre in precedenza la lega allo stato liquido, ciò spiega perchè gli sieno risultati pel calore specifico i valori elevati e sconcordanti riportati dal van Aubel; però lo Spring stesso ammette che durante il raffreddamento si compia un lavoro interno che rende i calori specifici così elevati.

Fatti analoghi a quelli presentati dalla lega di Lipowitz si riscontrano pure nelle leghe di Wood, Rose e Darcet da me studiate; in queste due ultime, anzi, il calore sviluppato dalla modificazione molecolare non solo rallenta il raffreddamento della lega solidificata ma lo arresta e la riscalda. Anche per queste leghe valgono le considerazioni sovra esposte.

**INTORNO ALLA SUPPOSTA INFLUENZA DELLE ONDE ELETTROMAGNETICHE
SULLA RESISTENZA DEL SELENIO.**

Nota del Dott. ALBERTO MASINI.

Avendo avuto occasione di ripetere qualche esperienza sui radioconduttori, volli verificare se la resistenza elettrica del selenio cristallino (variabile, com'è noto, all'azione della luce) si modifichi pure sotto l'azione delle onde elettromagnetiche, come taluno affermò.

Il Dott. B. Agostini in una sua Nota pubblicata nel *Nuovo Cimento* ¹⁾ si accinge al medesimo studio riportandone però risultati assai incerti e concludendo che se pure modificazioni esistono, debbono ritenersi dello stesso ordine di grandezza degli errori possibili d'osservazione. Io ho ripetuto le sue esperienze costruendo a tal uopo dei tubetti con selenio simili a quelli descritti dal citato Autore, ma non ho riscontrato variazione alcuna sulla resistenza del selenio, quando in vicinanza di esso si generino onde elettromagnetiche.

Tuttavia, parendomi che cotesta disposizione non fosse la migliore e per l'incerto contatto degli elettrodi col selenio e per le piccolissime interruzioni che ne possono derivare, d'onde il possibile verificarsi del fenomeno dei coherers, ho preferito di rifare l'esperienza disponendo il selenio come in un ricevitore da fotofono.

Consta tale ricevitore, com'è noto, di una pila di lastrine d'ottone tutte isolate fra di loro mediante lamine di mica, e strette in un morsetto; di tali lastrine d'ottone quelle di ordine pari e quelle di ordine dispari sono rispettivamente in comunicazione fra loro.

Pulita accuratamente una delle faccie di tale pila, dopo aver constatato il perfetto isolamento dei due gruppi di laminette, essa fu riscaldata a temperatura un poco superiore al punto

1) Tomo 8, serie 4., pag. 81.

di fusione del selenio e spalmata con un sottile strato di tale sostanza, che poi venne fatta cristallizzare col metodo noto.

Mi convinsi della buona cristallizzazione del selenio verificandone la sensibilità alla luce.

Misi allora l'apparecchio in circuito con una pila conveniente ed un sensibilissimo galvanometro, e, sottopostolo all'azione di un oscillatore Righi a breve lunghezza d'onda, eccitato da una grande macchina di Holtz, usando di ogni cautela per evitare qualsiasi influenza estranea sul galvanometro, non mi fu possibile scorgere in esso alcuna deviazione neppure quando l'oscillatore era vicinissimo al selenio, tanto nel caso che questo fosse esposto all'azione della luce, quanto nel caso contrario.

Una lievissima ed incerta perturbazione che mi sembrò riscontrarvi una sol volta, quando l'oscillatore era assai vicino all'apparecchio a selenio e perciò al circuito, si ripeté quando tolsi l'apparecchio dal punto occupato in vicinanza dell'oscillatore, per inserirlo in un punto del circuito assai lontano da questo strumento, senza però cangiar forma al circuito stesso.

Evidentemente tale azione doveva attribuirsi ad una influenza sul circuito e non sul selenio, e probabilmente a qualche imperfetto contatto che funzionava da coherer.

Mi sembra quindi di poter concludere che le onde elettromagnetiche non hanno influenza sensibile sulla resistenza elettrica del selenio.

Bologna, Aprile 1901.

SUGLI APPARECCHI INDUSTRIALI A FILO CALDO,
dell' Ing. CAMILLO OLIVETTI.

L'estendersi dell'uso delle correnti alternate che rende impossibile l'impiego di strumenti di misura a magneti permanenti, e meno indicato l'uso degli strumenti elettromagnetici, ha diffuso assai l'uso degli amperometri e voltmetri a filo caldo.

Un strumento a filo caldo ridotto alla più semplice espressione consta, come è noto, di un filo entro cui passa la corrente e di un congegno cinematico che trasmette i piccoli movimenti di un capo di tale filo, modificandoli ed ampliandoli, ad un indice.

Il filo generalmente usato è di una lega di 1 p. di platino e 2 p. di argento, avente una resistenza specifica di 32 microhms-centimetro, un coefficiente di temperatura $26 \cdot 10^{-5}$.

Gli strumenti a filo caldo per loro natura non possono essere considerati come veri strumenti di precisione, ma possono essere costruiti in modo da dare indicazioni sufficientemente esatte per la pratica (5 per 1000). Essi possono servire egualmente bene per correnti alternate e continue e possono essere resi perfettamente aperiodici. E queste due qualità bastano a spiegarci la loro grande diffusione.

Una delle difficoltà più grandi a superare nella costruzione degli strumenti a filo caldo è quella di render minimo il consumo di energia.

Consideriamo anzitutto un amperometro a filo caldo. Perché un amperometro a filo caldo sia sensibile, è necessario che la differenza di potenziale ai capi sia piccola. A parità pertanto di corrente, deve la sua resistenza interna esser piccola. Per essere la resistenza piccola, dovrebbe piccola essere la lunghezza del filo e grande la sezione. Per essere di piccola lunghezza il filo, l'allungamento del filo riuscirebbe piccolo; e se la sezione è grande, allora il riscaldamento dovuto alla corrente è tanto lento che le indicazioni esatte avvengono solo un certo tempo dopo che la corrente ha incominciato a fluire,

e l'istrumento sarebbe inservibile. La sezione massima del filo in un amperometro, trovata compatibile con indicazioni sufficientemente rapide, è di mmq. 0,12.

Un artificio assai utile per diminuire la resistenza dell'istrumento senza aumentare la sezione e diminuire la lunghezza, è il seguente, dovuto alla casa Hartmann & Braun.

Sia AB il filo (fig. 1). Consideriamolo diviso in quattro parti eguali nei punti CDE. Supponiamo che ai punti ADB facciano capo dei conduttori flessibili di piccola resistenza (per esempio, molline di argento) collegati con un serrafile M. In CE facciano capo altri conduttori flessibili collegati coll'altro serrafile N. La corrente, partendo da M, è portata dai tre conduttori ai punti ADB. Da questi, percorrendo i tratti BE, DE, DC, AC, passa ai punti EC e da questi al serrafile N. Facendo astrazione dalla resistenza di questi conduttori si vede che la resistenza è $\frac{1}{16}$ della resistenza del tratto AB. Meccanicamente e termicamente il filo si comporta come non vi fossero questi conduttori.

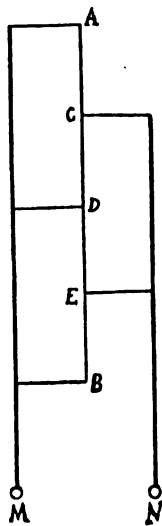


Fig. 1.

Si capisce come il numero dei tratti in cui può essere diviso il filo possa essere maggiore ed in tal modo aversi una resistenza ancora minore. Però, malgrado questo artificio, entro al filo più di 5 o 6 ampères non è conveniente di far passare, onde non avere un riscaldamento eccessivo. Risulta pertanto che per gli amperaggi usuali è necessario adoperare uno shunt. Perchè lo shunt non turbi il funzionamento dell'apparecchio è necessario sia fatto di materiale avente un coefficiente di temperatura nullo o quasi nullo. Infatti, siccome gli shunts debbono, specialmente per grandi correnti, essere piuttosto grossi, ne avviene che impiegano tempo a raggiungere la temperatura di regime, ed in tutto questo tempo, se il coefficiente di temperatura fosse grande, varierebbe il rapporto fra la resistenza dello shunt e

quella dell'apparecchio, onde le indicazioni non potrebbero, durante questo tempo, essere esatte. Di qui anche la necessità che il metallo adoperato per il filo caldo abbia un piccolissimo coefficiente di temperatura, perchè altrimenti gli sbalzi di temperatura esterni avrebbero una certa influenza sulle indicazioni dell'apparecchio. Di qui la convenienza, contrariamente a quanto parrebbe a prima vista, di usare filo di un metallo avente grande resistenza specifica essendo tali metalli gli unici che hanno piccolo coefficiente di temperatura.

Ora passiamo a considerare i voltmetri:

Perchè un voltmetro consumi poca energia è necessario che la corrente consumata sia piccola. Perchè si abbia con piccola corrente un innalzamento di temperatura, è necessario che il filo sia molto resistente, ossia fino e lungo. Ma qui abbiamo a combattere colle esigenze della pratica. Intanto è impossibile avere fili più sottili di un certo diametro. I fili di platino-argento più sottili che si possono trovare, sono i fili di $\frac{3}{100}$ di millimetro di diametro.

Questi fili sono poi meccanicamente così deboli che un apparecchio costruito con uno di tali fili riuscirebbe delicatissimo. Onde poter usare fili così fini si può usare il seguente artificio ideato dall'Ing. Arcioni.

Sieno A B (fig. 2) due puleggine scanalate di vetro o di porcellana, fissate nei punti dove il filo caldo dovrebbe finire. Il filo finissimo va a finire sulla prima scanalatura della puleggia A, da questa alla prima della puleggia B; da questa, dopo aver fatto mezzo giro, passa alla seconda scanalatura della A; da questa alla seconda scanalatura della B, e così via. I capi del filo comunicano coi serrafili.

In tal maniera, pur non variando l'intensità della corrente necessaria a produrre un dato allungamento, si aumenta di molto la resistenza meccanica dell'apparecchio.

E veniamo ora a descrivere una disposizione nuova degli apparecchi a filo caldo, colla quale tutte le condizioni teoriche di un buon funzionamento sono raggiunte abbastanza bene.

Il principio cinematico, su cui si basa questa disposizione, è il seguente (fig. 3): Sia NC un'asta rigida, che chiameremo moltiplicatore, girevole intorno al punto N. Ad un punto B su

di essa, a poca distanza dal suo asse, sia attaccato un filo BD teso e fissato ad un punto fisso D. Sia l'asta NC sollecitata a

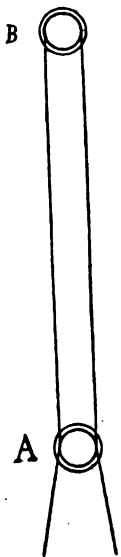


Fig. 2.

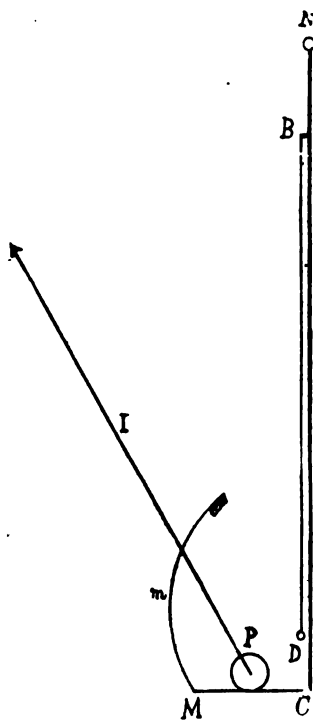


Fig. 3.

girare intorno al punto N da una forza che tende farne andare l'estremo C verso il punto M. Nel nostro caso la forza è data da una molla m che è collegata a C per mezzo di un filo MC che si avvolge su di una puleggia P solidata con un indice I. Fino a che il filo teso conserva la sua lunghezza, la tensione sua fa equilibrio all'azione della molla, ma per poco che il filo BD si allunghi, esso permette al moltiplicatore NC di girare intorno ad N, sollecitato dalla molla m ; e nel suo moto il sistema mobile trascina la puleggia P che imprime il movimento di rotazione all'indice I.

Si consideri il movimento cinematico in questione, usando però di una figura di proporzioni alquanto diverse dalle reali,

onde poter chiaramente studiare i movimenti dei punti B e C e il modo di comportarsi del moltiplicatore N B C (fig. 4). Se la lunghezza B D è sufficientemente grande e la lunghezza N B

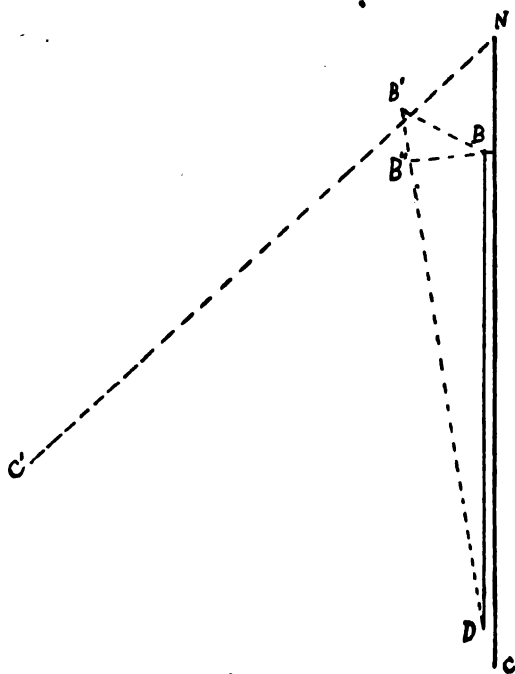


Fig. 4.

sufficientemente piccola, allora un piccolo allungamento del filo D B permette uno spostamento angolare piuttosto ampio del moltiplicatore N B C, che assumerà la posizione N B' C'. Infatti se si tira da B la perpendicolare B B' su B' D, per essere l'angolo in D piccolissimo, noi abbiamo approssimativamente: $B' D = B D \cdot B' B'$ rappresenterebbe l'allungamento del filo.

Si ha inoltre:

$$\frac{B' B'}{\sin B' B B'} = B B'.$$

Ma $B' B B' = B' D B$; onde

$$B B' = \frac{B' B'}{\sin B D B'}.$$

Ma se il filo BD è lungo assai in confronto con NB , sen BDB' è piccolissimo, onde il valore di $B'B$ può essere anche relativamente grande per valori di $B'B'$ molto piccoli.

Ma se NB è piuttosto piccolo, ad un valore anche piccolo di $B'B$ corrispondono grandi valori dell'angolo $B'NB$. A grandi valori dell'angolo $B'NB$ corrisponde poi amplificato un grande spostamento del punto C , e conseguentemente dell'indice.

Questo sistema presenta anche il vantaggio di correggere in gran parte l'ineguaglianza della scala che è resa in questa maniera quasi uniforme.

Perchè non abbia a risentire l'influenza della temperatura esterna il sistema deve poggiare sopra un basamento avente lo stesso coefficiente di dilatazione medio del filo e del tratto NB .

SULLA MISURA DELLA PRESSIONE ATMOSFERICA MEDIANTE IL LUDIONE,

di G. GUGLIELMO ¹⁾.

Se si appende al braccio di una bilancia un ludione contenente una certa quantità d'aria e immerso in un liquido; dalle variazioni del peso necessario per ristabilire l'equilibrio quando la pressione atmosferica fa variare il volume dell'aria in esso contenuta, si possono ottenere le variazioni della pressione stessa.

Se si attacca alla sommità del ludione un tubo sottile e graduato si può zavorrare in modo che esso galleggi come un areometro: si può così fare a meno della bilancia.

Un altro modo un po' diverso di misurare le variazioni della pressione atmosferica mediante il ludione, consiste nel diminuire lentamente la pressione al disopra del liquido finchè il ludione viene a galla, oppure se esso galleggia nell'aumentare la pressione finchè va a fondo; se la temperatura è co-

¹⁾ R. Accademia dei Lincei, Vol. 10, 1^a sem., ser. 5., fasc. 1. — Sedute del 6 e del 20 Gennaio 1901.

stante o se gli effetti delle sue variazioni si compensano esattamente, il ludione viene a galla o va a fondo ad una pressione costante che, per una scelta conveniente del peso del ludione o del volume dell'aria, può essere la pressione media locale; quindi misurando con un manometro ad acqua la rarefazione o compressione occorrente per produrre gli effetti suddetti, si ha con molta sensibilità di quanto la pressione al momento della determinazione differisce da quella media. Nel calcolare la pressione dell'aria del ludione occorrerà tener conto della pressione esercitata dal liquido nel quale esso è immerso.

Una proprietà molto utile di questi modi di misurare le variazioni della pressione atmosferica è quella, già accennata, che per un rapporto conveniente fra i volumi dell'aria e del vetro, le variazioni della temperatura (supposto però che essa sia la stessa nel ludione e nel liquido) non modificano le indicazioni che con essi s'ottengono. Chiamando v_0 ed u_0 i volumi del vetro e dell'aria a 0° , k ed α i rispettivi coefficienti di dilatazione, δ quello del liquido avente a 0° la densità ϱ_0 , la spinta subita dal ludione sarà:

$$\text{a } 0^\circ: \quad v_0 \varrho_0 + u_0 \varrho_0 \quad \text{ed a } t^\circ: \quad v_0 \varrho_0 \frac{1+k t}{1+\delta t} + u_0 \varrho_0 \frac{1+\alpha t}{1+\delta t}$$

oppure con molta approssimazione a t° :

$$v_0 \varrho_0 [1 - (\delta - k) t] + u_0 \varrho_0 [1 + (\alpha - \delta) t]$$

e la spinta sarà la stessa a 0° e a t° se:

$$v_0 \varrho_0 (\delta - k) t = u_0 \varrho_0 (\alpha - \delta) t \quad \text{ossia:} \quad \frac{v_0}{u_0} = \frac{\alpha - \delta}{\delta - k}.$$

Se il ludione contiene del mercurio il cui volume sia v'_0 ed il coefficiente di dilatazione δ' , perchè la spinta non varii colla temperatura, dovrà essere:

$$v_0 (\delta - k) + v'_0 (\delta' - \delta) = u_0 (\alpha - \delta).$$

Per un dato ludione con una determinata quantità d'aria, la condizione suddetta non può verificarsi esattamente che ad

una sola pressione, poichè variando questa, varia u_0 , mentre le altre quantità rimangono invariate.

Un'altra proprietà utile di questi modi di misurare la pressione consiste nella grande sensibilità di cui essi sono suscettibili; il peso apparente del ludione varia di 1,33 δ mgr. per cm^3 d'aria quando la pressione varia di 1 mm.; quindi facendo uso d'un liquido molto denso, come p. es. il bromuro o l'ioduro di metilene o anche il mercurio, ed aumentando il volume dell'aria, la sensibilità si può aumentare pressochè senza limiti, e siccome usando come bilancia l'areometro a riflessione non solo si evita l'errore di capillarità attorno al filo di sospensione, ma altresì la precisione delle pesate può raggiungere e superare il centesimo di milligrammo, ne risulta che la sensibilità può divenire eccezionale.

A questo proposito è da notare che la sensibilità di qualsiasi bilancia viene aumentata quando ad essa si appende il ludione, perchè quando un eccesso di peso produce l'affondamento del ludione, ad esso peso s'aggiunge la diminuzione della spinta che ne consegue e che agisce nello stesso senso. Se ϵ è l'abbassamento che l'aggiunta di 1 mgr. produce in un piatto della bilancia priva di ludione, ed $x > \epsilon$ l'abbassamento prodotto da 1 mgr. quando al piatto è appeso il ludione, l'aumento totale di peso sarà 1 mgr. $+ x u \frac{\delta}{13,6.H}$, il quale dovrà anche essere uguale ad $x : \epsilon$ poichè occorre 1 mgr. per deviare il giogo tanto che il piatto si abbassi di ϵ , s'avrà quindi:

$$1 + \frac{u \delta x}{13,6.H} = \frac{x}{\epsilon}$$

$$x = \frac{1}{\frac{1}{\epsilon} - \frac{u \delta}{13,6.H}}$$

Perchè x sia positivo e finito e quindi l'equilibrio sia stabile, occorrerà che sia:

$$u < \frac{13,6.H}{\epsilon \delta} \quad \text{oppure} \quad \epsilon < \frac{13,6.H}{u \delta}$$

dove $13,6.H$ è approssimativamente uguale a 10000; così per $\epsilon = 1$ mm. $\delta = 1$ dovrà essere $u < 10 \text{ cm}^3$, e se $u = 100 \text{ cm}^3$, dovrà essere $\epsilon < 0,1$ mm. La sensibilità sarà tanto maggiore quanto minore è la disuguaglianza fra i due termini; se la densità fosse doppia o tripla, il volume limite dell'aria pel quale la bilancia divien folle, diviene metà o un terzo.

La stessa formula vale per gli areometri quando s'indichi con ϵ il tratto di cui si affondano per l'aggiunta di 1 mgr. sul piattello, e siccome l'aumento della spinta deve essere di 1 mgr. sarà $\pi r^3 \epsilon \delta = 1$ mgr., essendo r il raggio del tubo graduato, e le condizioni d'equilibrio stabile sono:

$$\pi r^3 > \frac{u}{10000} \quad u < 10.000 \cdot \pi r^3.$$

Così per $u = 10000 \text{ mm}^3$ dovrà essere $\pi r^3 > 1 \text{ mm}^3$. Dalla formula generale che dà il valore d' x si può dedurre la sensibilità che s'ottiene con un dato ludione appeso alla bilancia o galleggiante a modo d'areometro, oppure calcolare i dati occorrenti per ottenere una voluta sensibilità.

A proposito di questi areometri conviene rammentare che l'errore notevole derivante dal menisco che si forma attorno al tubo graduato, può essere facilmente evitato mediante un dischetto forato scorrevole lungo il tubo, che si abbassa fino a schiacciare esattamente il menisco.

Quando invece di pesare il ludione si determina col manometro ad acqua la rarefazione o compressione necessaria per l'esatto affioramento, le variazioni della pressione si hanno in mm. d'acqua colla sensibilità 13,6 volte maggiore di quella del barometro a mercurio.

Una causa d'errore non lieve ma che può essere evitata in tutto o in gran parte nei modi sottoindicati, consiste nelle variazioni della quantità d'aria del ludione, causate sia da azioni chimiche, sia da variazioni della solubilità dell'aria nel liquido alle diverse temperature dell'ambiente. Inoltre siccome il ludione trovasi necessariamente nell'interno del liquido, la pressione dell'aria che esso contiene è un po' maggiore di quella atmosferica, la solubilità di quest'aria è, per la legge di Henry, un po' maggiore di quella dell'aria esterna, quindi

essa si scioglie e si diffonde lentamente ma continuamente verso l'esterno e diminuisce continuamente.

Più rapide e più nocive sono le variazioni del volume dell'aria dovute ad azioni chimiche. In vari ludioni immersi nel petrolio d'origine apparentemente americana, tali variazioni erano sensibili in pochi minuti, in pochi giorni era assorbito tutto l'ossigeno (a giudicarne dalla diminuzione di volume) e poscia spariva lentamente anche l'azoto.

Si possono evitare entrambe le cause d'errore ora indicate, interponendo fra l'aria ed il liquido del recipiente una colonna di mercurio, usando a tale scopo un ludione avente la forma d'un minuscolo barometro Gay-Lussac, alto pochi centimetri, ma formato di tubi larghi almeno 2 cm, riuniti al solito con un tubo quasi capillare. Versando nel ramo aperto un po' di mercurio ed esercitandovi una leggera aspirazione per far uscire un po' d'aria dal ramo chiuso, si ottiene che il mercurio penetri in parte nel ramo chiuso e termini nella parte larga di entrambi i rami. Se il tubo di comunicazione è capillare ed ha nel mezzo un rubinetto col quale s'interrompe la comunicazione, ed inoltre si chiude con un tappo il ramo aperto, per non perdere niente mercurio, il ludione potrà essere trasportato in viaggio e le sue indicazioni saranno sempre paragonabili. Esso così in congiunzione con un manometro ad acqua costituisce un barometro assai più facilmente trasportabile e assai meno fragile degli ordinari barometri a mercurio.

Un altro modo di evitare il lento assorbimento dell'aria del ludione, non così efficace e sicuro come il precedente, ma che non richiede l'uso del mercurio, consiste nell'afflare l'estremità inferiore ed aperta della campanella che funziona da ludione e farla terminare con un tubo capillare piuttosto lungo (ma ricurvo ad elica per economia di spazio e di liquido) il quale rallenta pressochè indefinitamente la diffusione per sè lentissima dell'aria verso l'esterno, e questo scopo sarà raggiunto anche meglio se, allorquando non si adopera il ludione lo si tiene sollevato in modo che il livello del liquido nel suo interno coincida con quello nel recipiente.

Una forma di ludione meno soddisfacente ma di facile costruzione consiste in una campanella, o tubo d'assaggio capo-

volto, munito alla sommità di un uncino per legarvi il filo di sospensione, nella quale è introdotto e ne occupa la parte inferiore un tubo zavorrato, chiuso alle due estremità, lungo circa $\frac{3}{4}$ della campanella e di diametro tale che vi penetri facilmente, ma lasciando poco intervallo fra le pareti. S'impedisce a questo tubo di cadere, per mezzo di laminette di mica introdotte nell'intervallo suddetto, le quali fanno da molla alla lor volta trattenute dall'orlo della campanella piegato verso l'interno; oppure si può usare un filo di seta legato diametralmente all'orlo stesso, che in questo caso deve essere piegato verso l'esterno. Questo tubo avente un volume circa triplo di quello dell'aria che occupa la sommità della campanella, serve per la compensazione termica, ma presenta l'inconveniente che trovandosi nel liquido ad una profondità maggiore di quella dell'aria, la sua temperatura può essere un po' minore, non si può essere del tutto sicuri che l'agitazione del liquido abbia annullato tale differenza di temperatura, ed inoltre questa tende continuamente a riprodursi.

Per rimediare in gran parte a questo inconveniente si fa uso di campanelle strozzate e chiuse al terzo superiore della loro lunghezza e contenenti alla parte inferiore un tubo che occupa circa la metà dello spazio residuo; in tal modo il volume del vetro per la compensazione trovasi parte al di sopra dell'aria del ludione e parte al disotto, ed è probabile che la temperatura dell'aria sia uguale a quella media del vetro e del liquido.

Per ottenere esattamente la compensazione termica è preferibile servirsene con dati approssimativi per calcolare quale sia all'incirca il rapporto fra i volumi del vetro e dell'aria, e poscia costruito il ludione secondo questi dati, determinare la variazione del suo peso apparente prodotto da una nota variazione della temperatura, collocando a tal uopo il recipiente col ludione nel ghiaccio ed in un bagno alla temperatura ambiente. Dedottane la lieve correzione per la temperatura, si può servirsi di essa lasciando il ludione immutato, o modificare il volume dell'aria o quello del vetro in modo da ottenere una compensazione più esatta.

Per dedurre le variazioni della pressione atmosferica dalle variazioni del peso apparente del ludione, si può determinare il peso apparente del ludione senz'aria, oppure equilibrarlo con tara; introdotta poi l'aria, il peso occorrente per ristabilire l'equilibrio sarà uguale al peso del liquido da essa spostato e potrà misurarne il volume e se P , P' sono questi pesi alle pressioni H ed H' avremo $PH = P'H'$, $H' = \frac{P}{P'} H$, $H' - H = \frac{P - P'}{P'} H$.

Però, e specialmente se il ludione contiene mercurio, torna più comodo graduare lo strumento pesando il ludione a due o più diverse profondità h ed h' ecc.; in tal modo avremo le variazioni di peso corrispondenti alle variazioni di pressione $h\delta$, $h'\delta'$. Si potranno costruire due cavalieri da collocarsi sui due bracci della bilancia secondo che la pressione è maggiore o minore della media, ed osservando la posizione del cavaliere necessaria per l'equilibrio, si potrà leggere direttamente il valore della pressione atmosferica, sul braccio della bilancia, opportunamente diviso col processo ora indicato. Se il ludione ha la forma d'areometro, si potranno produrre rarefazioni o compressioni misurate con un manometro ad acqua, ed osservare di quanto l'areometro emerge o s'immerge e così graduare il tubo o verificarne la graduazione.

I liquidi più convenienti per immergervi il ludione sono quelli che non hanno tensione di vapore sensibile, come p. es. la nitrobenzina e la chinolina, ed è utile altresì che il loro coefficiente di dilatazione sia grande perchè così occorre un minor volume di vetro per ottenere la compensazione termica.

Se un ludione, avente la forma di campanella alta pochi centimetri, larga due o tre, è immerso completamente in un liquido, ed essendo zavorrato in modo che vada a fondo, lo si appende mediante un filo sottile al piatto d'una bilancia, siccome il volume dell'aria in esso contenuto ed il peso del liquido da esso spostato dipendono dalla pressione atmosferica e dalla profondità alla quale si trova il ludione, ne segue che se determiniamo i pesi diversi occorrenti per l'equilibrio a due profondità diverse e determinate, potremo dedurre il va-

lore della pressione atmosferica. È utile equilibrare il ludione privo d'aria con tara o con pesi, che non occorre conoscere, ed allora introdotta l'aria nel ludione, il peso che bisognerà aggiungere nel piatto al quale esso è appeso, per ristabilire l'equilibrio, sarà uguale al peso del liquido spostato dall'aria e ne misurerà il volume con una unità il cui valore in centimetri cubi è $1:\delta$, essendo δ la densità del liquido.

Se P e P' sono questi pesi quando il livello del liquido nel ludione trovasi alle profondità h ed $h + h'$ sotto il livello nel recipiente e H ed H' sono le pressioni corrispondenti dell'aria del ludione, la legge di Boyle ci dà :

$$PH = P'H' \quad \text{ossia} \quad H = \frac{P'}{P - P'} (H' - H)$$

e siccome $H' - H = h' \delta : 13,6$ ed H la pressione dell'aria priva di vapore alla minor profondità è uguale alla pressione atmosferica x aumentata della pressione $h \delta : 13,6$ esercitata dal liquido e diminuita della tensione del vapore ϵ , sarà :

$$x = \frac{P'}{P - P'} \frac{\delta}{13,6} h' - \frac{\delta}{13,6} h + \epsilon.$$

Determinato una volta nel modo ora descritto e con sufficiente cura il valore assoluto della pressione atmosferica, si potrà in seguito ottenere questa pressione con una sola pesata a profondità costante h ; difatti se la temperatura si mantiene costante, o se gli effetti delle sue variazioni sono compensati, ed il peso occorrente per l'equilibrio diviene P' , la pressione corrispondente dell'aria del ludione sarà $H' = HP : P'$ e la pressione atmosferica sarà $x = \frac{HP}{P'} - \frac{h\delta}{13,6} + \epsilon$. Oppure mantenendo P costante, si potrà far variare la profondità del ludione fino ad un valore $h'' \lesseqgtr h$ tale da produrre l'equilibrio, ed $(h'' - h) \delta : 13,6$ rappresenta la variazione avvenuta della pressione atmosferica.

Perchè le formule e quindi il metodo suddetto siano applicabili occorre: 1° che la massa dell'aria nel ludione non vari, in seguito ad azioni chimiche e per effetto della solubi-

lità dell'aria; 2° che la temperatura sia costante; 3° che sia costante la pressione che si vuol misurare. La 1ª condizione è soddisfatta facilmente e per molto tempo, con una conveniente scelta del liquido ed avendo cura che esso sia saturo d'aria; giova anche usare un ludione terminato inferiormente con un tubo capillare e contenente poca quantità di liquido. Alla 2ª condizione si soddisfa facilmente per il breve tempo che richiede una singola determinazione, o anche una sola serie di determinazioni, prendendo il liquido alla temperatura dell'ambiente, e qualora essa sia molto variabile, immergendo il recipiente in un bagno pure alla temperatura ambiente.

Le variazioni della pressione, le quali si producono indipendentemente dalla volontà dell'operatore, sono perniciosissime perchè l'errore che ne risulta è uguale alla variazione avvenuta nell'intervallo fra le due pesate successive, moltiplicata per un coefficiente che cresce quando decresce h e che difficilmente potrà essere inferiore a 10; però, siccome la determinazione con due pesate può essere eseguita di rado, si potrà scegliere un periodo di tempo nel quale la pressione sia costante.

Tuttavia è possibile di evitare questa grave causa d'errore, anche quando la pressione sia molto variabile, eseguendo simultaneamente le due pesate dalle quali si deduce il valore assoluto cercato. A tal uopo bisognerà far uso di due ludioni, che per semplicità è bene che siano identici ed abbiano la stessa quantità d'aria, e che uno di essi sia appeso ad un piatto della bilancia e si trovi immerso alla profondità h , e l'altro sia appeso all'altro piatto e si trovi immerso alla profondità h' ; il peso occorrente per l'equilibrio è appunto il peso $P - P'$ della formula, che è ottenuto così con una sola pesata e che ci dà il valore della pressione nell'istante in cui essa ha avuto luogo. Il valore di P o di P' deve essere determinato precedentemente e le sue variazioni che hanno poca influenza possono dedursi dal valore approssimativo della pressione o dal valore di $P - P'$. Invertendo le profondità dei due ludioni, il peso occorrente per l'equilibrio dovrebbe rimanere immutato ma cambiare piatto, e se invece il suo valore cambia, si potrà o correggere l'apparecchio, o calcolare la cor-

rezione opportuna, oppure per piccole variazioni prendere la media dei due valori.

Un' altro modo per determinare il valore assoluto della pressione, fondato sullo stesso principio ma che non richiede l'uso della bilancia, è il seguente. Si regola la quantità d'aria del ludione in modo che esso stia per venire a galla, quindi si esercita nel recipiente che lo contiene una rarefazione progressiva finchè esso viene a galla, cercando di determinare esattamente la rarefazione minima che basta a tale scopo e che è misurata da un apposito manometro, ad acqua o col liquido dell'esperienza. Indi si colloca sul ludione un conveniente peso addizionale e si ripete l'operazione. Se P è il peso apparente del ludione senz'aria e p quello del peso addizionale, il peso del liquido spostato dall'aria sarà P nella prima operazione e $P + p$ nella seconda; e se H ed H' sono le pressioni corrispondenti di essa aria, sarà:

$$P H = (P + p) H' \quad \text{ossia} \quad H = \frac{P + p}{p} (H - H')$$

e si potrà ottenere il valore x della pressione atmosferica, portando ad H le correzioni già indicate.

Si può anche procedere per mezzo di compressioni, cioè regolare la quantità d'aria del ludione in modo che esso, essendo carico del peso addizionale, galleggi ma stia per andare a fondo. Si esercita allora nel recipiente una pressione sufficiente perchè il ludione sfiori esattamente la superficie del liquido colla sua estremità superiore e si osserva la pressione esercitata, quindi si toglie il peso addizionale e si ripete l'operazione. In questo caso sarà:

$$(P + p) H = P H' \quad \text{ossia} \quad H = \frac{P}{p} (H' - H).$$

Si pesava una campanella corta e larga immersa in un cilindro di vetro con piede alto 50 cm. e pieno d'acqua; la campanella era sospesa mediante un lungo filo sottilissimo d'argento, era immersa completamente ma a poca distanza dalla superficie dell'acqua e veniva pesata o equilibrata prima senz'aria, poi con 10 a 15 cm³ d'aria nel suo interno, e fi-

nalmente si sollevava il cilindro in modo che la campanella si trovasse presso al fondo e si determinava nuovamente il peso di essa. Sul cilindro si incollava una striscia di carta millimetrata sulla quale si osservavano le due posizioni del livello del ludione, determinando poi la loro vera distanza con una scala d'ottone più esatta, e così osservata la temperatura dell'acqua dalla quale dipende il valore ϵ della tensione di vapore, si avevano gli elementi per calcolare la pressione.

I valori così ottenuti risultano inferiori di circa 2 cm. a quelli dati dal barometro a mercurio e l'errore proviene dalla differenza di temperatura dell'acqua alle due diverse profondità, differenza che non è completamente eliminata coll'agitazione e che inoltre si riproduce rapidamente.

Per evitare questa causa d'errore si pesa prima la campanella, immersa fin presso al fondo del cilindro pieno d'acqua, e poscia con un sifone, fissato in precedenza, si toglie con precauzione l'acqua del cilindro finchè il livello giunga a poca distanza dalla sommità della campanella, ed in tal modo si può pesare questa a una profondità molto diversa della precedente senza cambiare nè perturbare il liquido che la circonda e senza che la temperatura vari sensibilmente.

Si possono ottenere così valori che differiscono meno di 1 mm. da quello ottenuto col barometro Fortin. È opportuno che la differenza h' delle due profondità, dalla quale dipende essenzialmente il valore che si ottiene per la pressione, sia uguale o poco minore dell'altezza della colonna barometrica; inoltre è bene diminuire la quantità di liquido che occorre togliere o aggiungere per far variare il livello, e ciò sia per risparmio di liquido, per il caso che questo fosse costoso, sia per diminuire la perturbazione che produce la sua reintroduzione e potere quindi utilizzare per il calcolo della pressione anche le due pesate eseguite immediatamente prima e dopo di essa. A tal uopo la campanella era immersa in una boccetta a collo largo nella quale mediante un buon tappo era adattato un tubo di vetro, verticale, alto circa 85 cm., largo 2 cm., ed avente presso l'estremità inferiore un tubo saldato lateralmente che comunicava per mezzo d'un tubo di gomma colla tubulatura alla base d'una bottiglia piena per metà d'ac-

qua, e collocando questa su due sostegni ad altezza conveniente si poteva portare il livello nel tubo suddetto alla parte inferiore o superiore.

La campanella di vetro sottile, di 2 cm. di diametro interno, era zavorrata con una striscia di piombo adattata internamente contro la parete, trattenuta dall'orlo rientrante di questa, e collocata mezzo centimetro sotto il livello del liquido; essa campanella non poteva penetrare dentro il tubo verticale suddetto, e perciò veniva collocata nella boccetta piena d'acqua ed ivi appesa al filo d'argento che scendeva dentro esso tubo e sporgeva dall'estremità inferiore. Rovesciando la campanella, tanto da farne uscire tutta l'aria e adattato il tubo verticale sulla boccetta, si determinava il peso o la tara occorrente per far equilibrio al vetro e alla zavorra ed inoltre, fatto variare il livello dalla base alla sommità del tubo verticale, si determinava la variazione del peso apparente causata dall'immersione del filo d'argento. Poi si staccava il tubo verticale dalla boccetta, si introduceva l'aria nella campanella mediante una pipetta a becco ricurvo, si riadattava il tubo reso ben verticale, e l'apparecchio era pronto per le determinazioni.

La posizione del livello nel ludione può essere determinata senza grandissima precisione, perchè il valore di h che ne dipende va diviso per 13,6 ed anche il possibile errore sarebbe diviso per questo numero, mentre la posizione inferiore del livello nel tubo verticale determina h' e deve essere osservato colla massima precisione.

Un'altra condizione sfavorevole delle seguenti determinazioni era la variabilità della temperatura ambiente. Ciononostante, tenendo la boccetta col ludione immersa in un grosso bicchiere da pile, pieno d'acqua ridotto alla temperatura ambiente coll'aggiunta d'acqua calda, si poteva ridurre abbastanza la velocità di riscaldamento, durante il tempo non lungo che durava una serie di molte determinazioni.

Nella seguente tabella trovansi i risultati di una serie di determinazioni; nella 1^a colonna trovansi i pesi P' dell'acqua spostata dall'aria, quando il ludione si trovava alla maggior profondità, ossia proporzionalmente i volumi di essa aria;

nella 2^a colonna trovansi le differenze dei pesi $P - P'$ dell'acqua spostata alle due profondità; nella 3^a colonna la differenza h' delle profondità a cui si trovava il livello del ludione; nella 4^a colonna il valore H che ne risulta per la pressione dell'aria del ludione, priva di vapore, e nella 5^a colonna il valore x della pressione atmosferica.

P'	$P - P'$	h'	H	x
12,880	1,0122	792,9	740,0	756,3
12,880	1,0120	792,8	740,0	756,3
12,882	1,0124	793,1	740,2	756,5
12,882	1,0129	792,8	739,5	755,8
12,885	1,0124	792,9	740,1	756,4
12,855	1,0140	793,0	739,0	755,3
12,8885	1,0126	793,2	740,4	756,7
12,8885	1,2129	793,1	740,1	756,4

Dai valori successivi di P' apparisce che il volume dell'aria è andato lentamente crescendo, ed ha variato di 8,5 mgr. nell'intervallo fra la prima e l'ultima determinazione di P' , che fu di 70', quindi la variazione media fu di mgr. 0,12 per minuto, della quale mi son servito per correggere i valori di $P - P'$ riducendo il valore di P a quello che sarebbe stato se fosse stato determinato contemporaneamente a P' ; nel calcolo di P' e di $P - P'$ è altresì da notare che P' risulta maggiore della spinta dovuta all'aria, per effetto della spinta subita dal filo d'argento che va quindi dedotta da P' .

La pressione misurata col barometro Fortin era di 756,3 mm., cioè quasi esattamente concordante colla massima parte dei valori di x riportati nella 5^a colonna; lo stesso accordo risulta da molte altre determinazioni nelle quali la variazione media per minuto di P' era alquanto maggiore.

Con un apparecchio ben disposto, usando un liquido senza tensione di vapore, ciò che rende quasi superflua la determinazione della temperatura, si può con tutta esattezza e con due o tre pesate ottenere il valore assoluto della pressione.

Questa determinazione riesce pure più facile, ed anche l'apparecchio è più facile da disporre e facilmente trasporta-

bile, quando invece della bilancia si usi il manometro ad acqua, cioè si misuri con questo la rarefazione o compressione necessaria per far galleggiare, o affondare il ludione nel modo precedentemente indicato.

Nota. — L'uso del ludione come barometro fu proposto quasi contemporaneamente all'A., da Barus (*American Journal of Science*) e da Fischer (Drude. *Annalen der Physik*).

L'A. però in una annotazione sugli areometri a inclinazione variabile comparsa al principio del 1900 annunciava brevemente gli studi che eseguiva su tale argomento.

LIBRI NUOVI

ESSAI SUR LES FONDAMENTS DE LA GÉOMÉTRIE,
par BERTRAND A. W. e RUSSEL M. A.

Tradotto dall'inglese in francese da ALBERTO CADENAT.

(Editore Gauthier-Villars, Parigi 1901).

La geometria non euclidea ha preso uno sviluppo così grande che era necessario di criticare e di sistemare i risultati a cui si era giunti e di ricavarne le conseguenze filosofiche.

Dopo una breve introduzione destinata a definire il problema in relazione alla logica, alla psicologia e alle matematiche, l'A. riassume dapprima la storia della metageometria e in seguito espone e discute alcune teorie filosofiche della geometria, che sono state proposte nell'ultimo secolo.

Comunque si pensi delle conclusioni filosofiche dell'A., quest'opera non sarà meno utile nè meno interessante per i matematici che per i filosofi. Se non insegnerà fatti nuovi, sarà tuttavia una guida preziosa e sicura per tutti coloro che vogliono iniziarsi alla geometria non euclidea e, più in generale, ai metodi della geometria moderna.

M. PANDOLFI.

Corsi di Fisica Matematica.

ÉLECTRICITÉ ET OPTIQUE,
par M. H. POINCARÉ.

(Deuxième édition. — Paris, G. Carré et C. Naud, 1901).

L'accoglienza che riportò in Francia e fuori la prima edizione di questa opera ci risparmia di fare le lodi della medesima che costituisce certamente uno dei più bei libri del Poincaré.

L'A. premette anzitutto il teorema che se un fenomeno qualunque ammette una rappresentazione meccanica completa, ammette altresì un'infinità di altre rappresentazioni che rendono ugualmente conto di tutte le particolarità rilevate dall'esperienza. Traendo partito da questo principio egli cerca sempre di esporre, dei fenomeni elettromagnetici, successivamente due teorie complete che siano intieramente differenti; in tal maniera al lettore riesce meglio distinguere ciò che hanno di comune e quindi di essenziale le varie teorie.

L'opera completa di pag. 641 è divisa in quattro parti.

Nella prima parte l'A. richiama brevemente le formule di elettrostatica ed espone la teoria dello spostamento di Maxwell e la teoria dei dielettrici secondo Poisson; quindi passa allo studio dell'elettrodinamica e dell'induzione elettromagnetica dando successivamente la teoria di Helmholtz e di Maxwell. Questa prima parte vien chiusa con due importanti capitoli consacrati alla teoria elettromagnetica della luce secondo Maxwell e alle varie teorie sulla polarizzazione rotatoria magnetica.

La seconda parte contiene l'esposizione delle teorie elettrodinamiche di Ampère, di Weber e di Helmholtz.

La terza parte è riserbata alle più moderne teorie elettrodinamiche: quella di Hertz e quella Lorentz. Il metodo che l'A. segue nell'esposizione di queste teorie è il più naturale: Enunciazione delle ipotesi fondamentali, traduzione di queste ipotesi in equazioni, deduzione delle formule fondamentali ed interpretazione dei risultati. Lo studio analitico del fenomeno di Zeeman forma l'ultimo capitolo di questa parte.

La quarta ed ultima parte contiene un'insieme di riflessioni che sono state suggerite all'A. dalla lettura del lavoro presentato da Larmor alla Società reale di Londra sotto il titolo: *A Dynamical Theory of the electric and luminiferous medium*.

Aggiunge pregio all'opera la nitidezza e la correttezza dell'edizione.

FRANCESCO MACCARRONE.

LES PHÉNOMÈNES ÉLECTRIQUES ET LEURS APPLICATIONS,
di ENRICO VIVAREZ.

(Parigi, Georges Carré et C. Naud, 1901).

Il progresso rapido e meraviglioso delle applicazioni dell'elettricità all'industria, ha resa necessaria ai capi-tecnici ed agli ingegneri la conoscenza dei principi generali sulla trasformazione dell'energia elettrica al pari di quelli della meccanica.

Però, erano scarsi i libri che esponessero sommariamente con la nuova terminologia, le teorie e le leggi e insieme coordinassero le idee, che hanno creato la scienza elettrica moderna e facessero uno studio tecnico ed economico di questa trasformazione.

L'importante pubblicazione del signor Vivarez risponde perfettamente a questo scopo.

Il trattato è diviso in tre parti. Nella prima intitolata « i precursori » l'A. fa rapidamente la storia del periodo empirico dell'elettricità e del magnetismo, cioè dall'origine che rimonta alle prime esperienze di Aristotile e di Talete di Mileto fino all'invenzione della pila.

Nella seconda parte che intitola « i sapienti » fa la storia del periodo scientifico mostrando le importanti conseguenze che hanno avuto le scoperte di Volta, di Davy, d'Oersted, d'Ampère, d'Arago e di Faraday, le leggi generali alle quali queste scoperte hanno condotto e i primi apparecchi creati.

Finalmente nella terza parte, che è la più importante ed occupa più della metà del libro, in diciassette interessanti ca-

pitoli passa in rivista le applicazioni diverse dei principi esposti e i diversi rami dell'industria che ne son nati.

Il problema tecnico è trattato con chiarezza e precisione e con altrettanta competenza sono trattati i problemi che interessano l'avvenire.

GINO ZANOBINI.

DIZIONARIO DI FISICA

del Dott. FILIPPO CINTOLESI.

(Editore, Raffaello Giusti, Livorno 1901).

L'A. si è proposto di sovvenire con questo libriccino la memoria di coloro cui occorre spesso di ricordare il significato di un vocabolo che rappresenta un dato fenomeno fisico; non si limita però a darne la sola definizione, ma sibbene descrive il fenomeno stesso e ne dà elementarmente le leggi relative.

M. PANDOLFI.

RIVISTA

Journal de Physique. T. 9, serie, 3^a. Ottobre 1900.

BENARD H. *Studio sperimentale delle correnti di convezione in uno strato liquido.* -- *Regime permanente: vortici cellulari* (pp. 513-524). — Dopo avere descritto la circolazione stabile in regime permanente, il regime variabile e lo stabilirsi progressivo del regime permanente limite, l'A. riassume questa prima parte del suo lavoro enunciando le leggi seguenti:

Legge dello stato variabile iniziale. — Con condizioni uniformi nel piano, invariabili nel tempo, il regime idrodinamico varia sempre più lentamente e sempre per accomodarsi progressivamente al regime di stabilità massimo.

Legge dello stato permanente limite. — In ogni piano orizzontale dello strato liquido, tutti gli elementi del movimento, velocità, vortici, temperatura etc. sono distribuiti periodicamente su tre direzioni a 60° l'una dall'altra, la distanza λ tra due nodi essendo la stessa, su tutte le linee e in tutti i piani orizzontali.

Nella seconda parte l'A. tratta della scelta dei liquidi e delle condizioni sperimentali descrivendo i metodi di registra-

zione di ordine puramente meccanico adottati, riposanti sull'impiego delle polveri solide. Termina notando come i metodi meccanici, pur permettendo uno studio dettagliato della circolazione vorticoso, non offrono, per lo studio delle forme e delle dimensioni delle cellule, la precisione e la sicurezza dei metodi ottici, che si riserva di descrivere in una seconda Nota, nella quale esporrà anche i risultati numerici ottenuti. L'A. si è servito perciò dei grani di polvere soltanto per la misura dei periodi.

CHAUVEAU A. B. *Sulla deviazione limite dell'elettrometro a quadranti* (pp. 524-532). — L'A. osserva che il limite apparente della carica corrispondente alla deviazione limite dell'ago dell'elettrometro a quadranti è indipendente dalla differenza di potenziale tra i settori e varia nello stesso senso della coppia di torsione, non dipendendo l'esistenza della deviazione limite dallo stato d'isolamento dell'apparecchio. Dimostra quindi come l'esistenza di questa deviazione limite, in condizioni determinate, sia una conseguenza della coppia direttrice elettrica e del fatto che è praticamente impossibile realizzare una simmetria perfetta del sistema formato dall'ago e dai settori. Dopo avere mostrato come questa sua tesi sia confermata dai risultati teorici sperimentali, l'A. conclude che, sebbene ragioni, in qualche modo teoriche, impongano un limite all'uso dell'elettrometro a quadranti, si può tuttavia, con una costruzione sufficientemente accurata e un modo conveniente di sospensione dell'ago, allontanare questo limite in modo che, l'istrumento sia utilizzabile in tutti i casi, almeno in vicinanza del suolo.

LENOBLE E. *Sulle deformazioni permanenti dei fili metallici* (pp. 532-543). — L'A. ha studiato le variazioni di lunghezza che subiscono i fili metallici sotto deboli cariche e sotto cariche molto o poco prossime a quella che ne determina la rottura. Dalle esperienze relative alle forti cariche ne è risultato che per quelle non prossime alla carica di rottura, le curve, costruite prendendo per ascisse gli allungamenti e per ordinate le cariche impiegate, formano eliche sinistrorse, e le spire tendono a divenire equidistate: per cariche molto prossime a quella di rottura, non si hanno più eliche, ma si hanno linee discendenti che si inclinano sempre più verso la retta, fino a che si arriva alla rottura.

Nel caso delle cariche relativamente deboli si giunge, dopo una serie di oscillazioni, a un ciclo limite, chiuso e generalmente sinistrorso. Questo ciclo si sposta sotto l'influenza di una sovracarica e i cicli limiti ottenuti facendo intervenire questa sovracarica tendono verso un nuovo stato limite: il ciclo limite dei limiti.

L'A. infine fa rilevare il notevole parallelismo esistente fra i suoi risultati e quelli ottenuti dal Marchis nei suoi studi sulla deformazione permanente del vetro, dove le variabili sono la temperatura e il volume specifico del vetro. E a proposito delle conclusioni del Marchis stesso che a definire interamente lo stato di una massa di vetro occorre dare, oltre il volume specifico e la temperatura, anche un'altra variabile caratterizzante lo stato raggiunto in questa massa per una certa modificazione allotropica o chimica, l'A. osserva che la discussione dei risultati da lui ottenuti conduce parimente all'introduzione di questa nuova variabile per definire lo stato di un filo metallico.

ROTHÉ. *Sulle differenze di potenziale al contatto fra il mercurio e i cloruri di potassio e di sodio* (pp. 543-545). — Dopo avere descritto l'apparecchio adottato per questo studio (un elettrometro capillare non diverso da quello ordinario che per la forma del pozzetto), le esperienze eseguite e le cure avute perchè i risultati fossero, quanto più possibile, esatti, l'A. conclude che, poichè la precisione del metodo impiegato non raggiungeva il millesimo di volt, può solamente dire che, almeno nel grado di precisione delle esperienze, le f. e. m. corrispondenti al massimo di tensione capillare per una soluzione normale di KCl e una soluzione normale di NaCl sono molto prossime a 0,56.

P. BACCER.

Wiedemann's Annalen. Vol. 69, N°. 9 a 12, 1899.

KÖNIG W. *Misure di dispersione sul gesso* (pp. 1-11). — L'A. pone fra i due nichols una lastra di gesso a forma di cuneo, e misura, per le varie radiazioni la distanza di due frangie consecutive. Questa misura si riferisce alla dispersione della doppia rifrazione del prisma impiegato, cioè alla legge di variazione colla lunghezza d'onda della differenza $n_s - n_o$ degli indici straordinario e ordinario.

KÖSTERS W. *Sulla carica elettrica di gas recentemente ottenuti per elettrolisi* (pp. 12-33). — È noto che in vicinanza delle cadute d'acqua, in generale, l'aria si elettrizza negativamente. Lenard constatò che questa elettrizzazione negativa dell'aria ha sempre luogo quando le gocce d'acqua incontrano un ostacolo nella loro caduta; secondo esso lo strato elettrico doppio in contatto dell'acqua e dell'aria sarebbe allora rotto sì bruscamente che le due elettricità non avrebbero il tempo di ricombinarsi. Un gran numero di esperienze sono state fatte dipoi su questa *elettricità di caduta d'acqua* e hanno confermato i risultati di Lenard. D'altra

parte è pur noto che lord Kelvin, spingendo un getto di aria attraverso dell'acqua osservò un'elettrizzazione di questi due corpi.

Infine Townsend dimostrò che i gas svolti per elettrolisi possiedono una carica elettrica di segno variabile secondo l'elettrolito e i gas considerati. L'A. ha voluto nel presente lavoro stabilire l'origine di tale carica e dalle sue esperienze sembra che questo non sia che un caso particolare del fenomeno già studiato da Lenard e lord Kelvin.

PATTERSON G. W. *Ricerche sperimentali e teoriche sull'auto-induzione* (pp. 34-65). — L'A. confronta i metodi di Maxwell e d'Oberbeck per la misura delle autoinduzione. Il metodo di Maxwell esige delle resistenze ben note, un buon galvanometro balistico e una temperatura costante. Quello di Oberbeck non esige la stessa precisione nella conoscenza delle resistenze; in esso occorre un elettrocinamometro sensibile, di resistenza molto grande e di debole autoinduzione, e una sorgente di forza elettromotrice sinusoidale; le variazioni di temperatura vi hanno meno importanza. Insomma, le condizioni veramente caratteristiche dei due metodi sono, per il primo una grande costanza della temperatura e, per la seconda, la necessità di una sorgente ben fissa di forza elettromotrice sinusoidale.

WIEDEBURG O. *Sulle uguaglianze di stato e uguaglianze di energia* (pp. 66-82).

ELSTER J. e GEITEL H. *Ricerche sui raggi di Becquerel* (pp. 83-90). — L'A. si propone di determinare la sorgente di energia dei raggi Becquerel emessi dai sali di uranio o di torio.

Questa sorgente non è esterna. Essa non è dovuta a un'azione continua e posteriore dei raggi catodici; il potere fotografico e l'azione sui corpi elettrizzati hanno la stessa intensità prima e dopo l'azione dei raggi catodici.

I raggi Becquerel non subiscono la deviazione magnetica.

GIESEL F. *Alcune proprietà del bario radioattivo e del polonio* (pp. 91-94).

KAUFMANN W. *Sulla dispersione diffusa dei raggi catodici in vari gas* (pp. 95-118). — Secondo Lenard i raggi catodici sono in parte assorbiti e in parte diffusi dai gas.

Goldstein trovò che la luce del terzo strato catodico risulta dalla riflessione diffusa dei raggi catodici sulle molecole gassose. L'A. studia questa diffusione nei diversi gas col metodo di Perrin.

RIECKE E. *Sulla pressione che si esercita nel radiometro* (pp. 119-124).

COOLIDGE W. D. *Misura dei poteri induttori specifici per mezzo delle onde elettriche che si propagano nei fili* (pp. 125-166).

— Il dispositivo impiegato dall'A. è una modificazione di quello di Drude. Il condensatore invece di esser posto dietro al primo ponte, si trova avanti, in derivazione sui fili. Le onde che traversano i condensatori sono più intense, ciò che permette di svelare degli assorbimenti molto più deboli.

Per determinare l'assorbimento l'A. impiega due condensatori che inserisce successivamente in circuito: l'uno, A, è ripieno d'acqua, l'altro, B, del liquido da studiare. Si determina la semilunghezza d'onda corrispondente al primo; poi si sostituisce coll'altro, B, di cui, spostando gli elettrodi, si fa variare la capacità, finchè la lunghezza d'onda sia la stessa. Una volta realizzata questa condizione, si cerca il numero massimo di nodi che si possono distinguere; poi si ripete questa osservazione col condensatore A, ripieno di soluzioni di solfato di rame, di concentrazione crescente. Quando il numero di nodi osservabili è lo stesso, l'assorbimento del liquido studiato è uguale a quello della soluzione di solfato di rame.

Il coefficiente d'assorbimento totale si compone del coefficiente d'assorbimento anormale e del coefficiente dovuto alla conducibilità.

EWERS P. *Sul meccanismo dei raggi canali e dei raggi catodici* (pp. 167-169). — L'A. cerca con varie esperienze di giustificare l'ipotesi secondo la quale i raggi canali sarebbero dovuti a un trasporto di ioni positivi, staccati dal metallo del catodo.

EBERT H. *Legge dello sviluppo dello spazio catodico oscuro di Hittorf* (pp. 200-219). — L'A., che si era proposto di determinare come la lunghezza d dell'intervallo oscuro dipende dalla pressione interna p , è stato condotto a provare per ciascun gas una relazione come

$$p^m \cdot d = \text{cost.} \quad 0 < m \leq 1.$$

Ora, se si rappresenta il fenomeno per mezzo di curve, di cui le coordinate sieno rispettivamente i logaritmi di d e di p , si trova che, per ciascun gas, la curva totale si compone di due porzioni di rette, disugualmente inclinate. Al punto di intersezione di queste due rette corrisponde una pressione, al di sopra e al di sotto della quale il fenomeno è esattamente rappresentato dalla formula precedente, ma con valori differenti di m .

BEHRENDSEN O. *Contributo allo studio dei raggi Becquerel* (pp. 220-235). — La proprietà che hanno le radiazioni Becquerel di scaricare un elettroscopio è utilizzata per studiare l'influenza della temperatura sull'intensità di queste radiazioni. Questa influenza, che si riconosce benissimo, condurrebbe l'A. ad ammet-

tere che gli atomi delle sostanze radioattive sono suscettibili di formare fra loro e cogli atomi delle altre sostanze delle molecole complesse, a equilibrio instabile.

MEYER ST. *Costanti magnetiche di corpi inorganici* (pp. 236-263). — La memoria si compone principalmente di una tabella in cui sono esposte le suscettibilità magnetiche di un gran numero di corpi, determinate coi metodi descritti dall'A. in memorie anteriori.

Seguono le conclusioni qualitative o quantitative che si possono dedurre. Così una combinazione di due elementi diamagnetici è sempre diamagnetica; la combinazione di due elementi magnetici è, in generale magnetica; le eccezioni si hanno nelle combinazioni fra elementi debolmente magnetici. Il magnetismo molecolare di composti magnetici è più piccolo della somma dei magnetismi atomici dei componenti; per le sostanze diamagnetiche, invece, la legge di addizione sembra che, almeno per una prima approssimazione, si possa ritenere soddisfatta, e l'A. l'ha utilizzata per calcolare le costanti di alcuni elementi sui quali non erano state fatte misure dirette.

EMDEN R. *Sui fenomeni di efflusso dei gas permanenti* (pp. 264-289). — L'A. studia i fenomeni che si producono quando un gas permanente sfugge da un orifizio sotto pressioni più o meno forti. Egli fotografa il getto gassoso, e sopra un gran numero di queste fotografie scorge dei piccoli dischi; la distanza di questi piccoli dischi, analoghi a delle sezioni nodali, è ciò che indica col nome di lunghezza d'onda λ .

L'A. determina come λ dipenda dalle varie condizioni dell'esperienza.

VOIGT W. *Osservazioni sulle intensità relative delle componenti nell'effetto Zeemann* (pp. 290-296). — Le righe spettrali, osservate perpendicolarmente alle linee di forza del campo magnetico, si dividono, come è noto, in più componenti. Se si esaminano le intensità relative delle componenti di una riga modificata, limitandosi al caso del tripletto normale di Zeemann, si osservano delle differenze singolari da una riga all'altra; e ciò sia che la componente centrale prevalga sulle componenti laterali, sia nel caso inverso.

L'A. cerca di spiegare queste differenze introducendo nella sua teoria un'ipotesi supplementare. Vi ricollega i fenomeni di polarizzazione parziale.

VOIGT W. *Sulla teoria dell'influenza di un campo elettrostatico sopra le proprietà ottiche dei corpi* (pp. 297-318). — La teoria sviluppata dall'A. per i fenomeni elettro-ottici è analoga a quella

che egli propose per i fenomeni magneto-ottici; essa ha per punto di partenza le equazioni di Hertz sotto una forma adattata alla spiegazione della dispersione e delle proprietà dei cristalli. L'A. cerca infatti di render conto non soltanto del fenomeno di Kerr, ma ancora delle osservazioni di Pockels sulle proprietà elettro-ottiche di certi cristalli. Egli collega così a questa teoria il potere rotatorio cristallino.

SUNDORPH TH. *La causa della variazione di conducibilità del biossido di piombo* (pp. 319-323).

VOIGT W. *Risposta* (pp. 324-326).

WIND C. H. *Sul significato dei fenomeni di diffrazione dei raggi di Röntgen* (p. 327).

WOLF W. *Sulle circostanze che accompagnano le esplosioni nell'aria* (pp. 329-371). — L'A. misura dapprima, con un metodo grafico, la velocità colla quale si propaga l'effetto dell'esplosione. Questa velocità, che è grande a piccola distanza dal centro dell'esplosione, decresce a misura che ci si ne allontana, e tende verso un limite eguale alla velocità del suono nell'aria nelle condizioni dell'esperienza. Essa può rappresentarsi colla formula seguente

$$\frac{dr}{dt} = \frac{b}{a} \sqrt{1 + \frac{b^2}{r^2}},$$

dove r è la distanza, e b ed a sono costanti che si possono calcolare.

La compressione dell'aria è pure misurata con un metodo grafico che permette di constatare che in un punto dato l'equilibrio è turbato per un tempo che certamente è inferiore a 0,05.

Tuttavia la propagazione degli effetti dell'esplosione, e la propagazione del suono differiscono in ciò che, in vicinanza immediata del luogo dell'esplosione, si produce un movimento di traslazione della massa gassosa, che però si annulla rapidamente, e d'altra parte il movimento in questo caso è la conseguenza di compressioni finite, mentre che per il suono il movimento risulta da compressioni infinitamente piccole.

EBERT H. *Fenomeni d'illuminazione con correnti di alta frequenza* (pp. 372-397). — Diminuendo gradualmente la pressione in un tubo a vuoto eccitato con correnti alternative, l'intensità della corrente va aumentando, poi diminuendo, mentre il voltaggio della corrente di eccitazione e il consumo in watt vanno diminuendo, poi aumentando.

Il massimo dell'intensità e il minimo del voltaggio e del consumo di watt hanno luogo per la stessa pressione di inver-

sione. Questa inversione nei vari gas si produce quando la distanza media del cammino delle molecole è la stessa. Essa d'altra parte dipende dalla larghezza dei tubi.

Si vede che sono gli strati gassosi vicini agli elettrodi che prendono le cariche di questi, perchè se si rende mobile uno degli elettrodi, eccitando poi il tubo colle correnti alternate si osserva una ripulsione.

LEWIS P. *Influenza che hanno sullo spettro di un gas piccole quantità di materie estranee* (pp. 398-425). — È stato già osservato che delle tracce di sostanze estranee modificavano lo spettro dei gas. L'A. si è proposto di studiare quest'influenza nel caso dell'idrogeno e dell'ossigeno.

Egli trova che il vapore di mercurio esercita un'influenza nettissima sullo spettro dell'idrogeno. Non solo la riga verde del mercurio 5460 appare in modo tale che è difficilissimo eliminarla completamente, ma la presenza del mercurio ha per effetto di indebolire tutte le righe dell'idrogeno. Piccolissime quantità di mercurio bastano per produrre questo effetto.

Piccole quantità d'ossigeno o di vapor d'acqua aumentano o diminuiscono la luminosità delle righe dell'idrogeno, a seconda del valore della pressione.

Se un tubo è pieno d'ossigeno purissimo non si osservano le righe del mercurio, anche se si scalda il recipiente contenente questo metallo. Ma delle tracce di idrogeno bastano allora per produrre l'apparizione della riga verde.

EMDEN R. *Sui fenomeni dell'efflusso dei gas permanenti* (pp. 426-453). — L'A., continuando un suo lavoro precedente (*Wied. Ann.* 69, pag. 264, 1899), si parte ora dalle ipotesi che De Saint-Venant prese come punto di partenza in una delle sue memorie sull'efflusso dell'aria determinato da considerevoli differenze di pressione. Dimostra teoricamente che in ciascun punto del getto gassoso la densità è inversamente proporzionale alla sezione, e ritrova la legge, qui verificata sperimentalmente, per la quale la lunghezza d'onda λ è proporzionale al diametro dell'orifizio di efflusso ed è indipendente dal peso molecolare del gas che effuisce.

EMDEN R. *Sopra la resistenza dei protettili nell'aria* (pp. 454-455).

HIRSCH (von) R. *Determinazioni delle densità di vapori saturi e di liquidi saturi* (pp. 456-478). — Il metodo adoperato dall'A. è quello di Joung.

Un tubo chiuso da ambedue le parti è, in due esperienze successive, ripieno con due masse differenti p e p' della sostanza

da studiare. Esso è tenuto ad una temperatura costante T . La lettura della posizione del menisco dà, una volta che il tubo è stato calibrato, i volumi occupati dal liquido e dal suo vapore.

Le sostanze su cui l'A. ha sperimentato sono il toluolo, l'ortoxilolo, il paraxilolo, il metaxilolo, l'acido propionico, l'acido butirrico normale e l'acido isobutirrico.

L'A. ha costruito delle curve che danno, in funzione della temperatura, le densità $D = \frac{1}{S}$ e $d = \frac{1}{s}$. Egli ha verificato su queste curve la legge del diametro rettilineo di Mathias.

FOMM L. *Fotografie elettriche* (pp. 479-482).

ELSTER J. e GEITEL H. *Sopra una disposizione pratica del vibratore a vuoto di Mac Farlan Moore* (pp. 483-487). — L'A. descrive un interruttore a martello di Wagner, che funziona nel vuoto.

WIENER O. *Una causa d'errore nella fotografia dei colori col metodo di Lippmann, e il modo di eliminarla: contributo alla teoria* (pp. 488-530). — Non si presta ad un breve riassunto.

HEYDWEILLER A. *Sui corpi in movimento in un campo elettrico e sulla conducibilità elettrica dell'aria atmosferica* (pp. 531-575). — L'A. descrive delle esperienze relative alle azioni che prendono origine dal fatto del movimento di un corpo in un campo elettrico.

Da esse egli può teoricamente dedurre la conduttività del vetro e dell'aria. Quella dell'aria è di $2 \cdot 10^{-16}$ unità elettromagnetiche C. G. S.; essa dipende dall'intensità del campo e dalla pressione dell'aria: cresce col crescere del campo; e decresce dapprima, quando la pressione diminuisce, fino ad un massimo, che corrisponde ad una pressione di circa $\frac{3}{1,000}$ di millimetro di mercurio e che d'altra parte dipende verosimilmente dal volume del vaso contenente l'aria.

Per pressioni superiori a 5 millimetri e per campi non troppo intensi, la conduttività dell'aria è inferiore a quella del vetro dato precedentemente. Essa raggiunge in seguito questo valore e viene infine dell'ordine di 10^{-23} C. G. S.

RUBENS H. *Sopra i raggi residui dello spato fluore* (pp. 576-588). — L'A. aveva già studiato, insieme con E. Nichols, i raggi residui dello spato fluore, ossia ottenuti per più riflessioni successive sopra specchi di questa sostanza. Egli riprende ora questo studio utilizzando una sua pila termoelettrica che è preferibile al bolometro e al radiometro impiegati anteriormente. La tecnica è la stessa come nelle ricerche analoghe sul salgemma e la silvina.

L'A. mette così in evidenza due massimi del potere riflettore: l'uno si trova verso $\lambda = 24 \mu$, l'altro verso $\lambda = 32 \mu$. Que-

st' ultimo non era ancora noto, perchè le radiazioni corrispondenti non attraversano il cloruro d'argento che chiudeva la finestra del radiometro.

SIMON S. *Sul rapporto fra la carica elettrica e la massa di materia nei raggi catodici* (pp. 589-611). — L'A. ha dedotto il rapporto $\frac{e}{m}$ dalla misura della deviazione di un fascio catodico in un campo magnetico noto. Il metodo era già stato applicato da J. J. Thomson e da Kaufmann; ma l'A. si circonda di minuziose precauzioni per la misura della deviazione e per quella del campo, e arriva come risultato al numero

$$\frac{e}{\mu} = 1,865 \cdot 10^7 \text{ C. G. S.}$$

HEINKE C. *Sulle misure elettriche relative all'impiego di correnti di intensità variabile* (pp. 612-625). — In questa Memoria sono contenute delle considerazioni sull'impiego dei differenti processi di misura (intensità media, intensità efficace, ecc.) quando la quantità elettrica varia periodicamente. In particolare, quando essa varia per onde, come nell'interruttore di Wehnelt, la misura del consumo reale nel caso generale non può dedursi da una misura di corrente e da una misura di tensione separate, ma esige un wattmetro, ovvero deve essere determinata per mezzo del calorimetro.

KOENIG R. *Sui suoni acutissimi percettibili o no, compresi da c^3 (do_7 = 8192 vibrazioni semplici) fino al di là di f (fa_{11} = 180000 vibrazioni semplici). Osservazioni sui loro suoni di battimenti e sulle figure che essi producono nei tubi a polvere di Kundt* (pp. 626-660 e 721-738). — L'A. estende ai suoni acutissimi le sue ricerche anteriori sui suoni di battimenti che risultano, come è noto, dalla sovrapposizione di due suoni distinti. Egli intende ancora questi suoni di battimenti quando unisce convenientemente due suoni acutissimi, che oltrepassano anche il limite dei suoni percepibili dall'orecchio. Ma i due suoni componenti non devono essere di altezze troppo differenti; l'intervallo che può esistere fra essi diventa sempre più piccolo, mentre i suoni vengono acutissimi, e finalmente non può neppure oltrepassare un tono.

Giovandosi particolarmente dei suoni di battimento di prima specie (suoni di differenza) l'A. è riuscito ad accordare all'orecchio una serie di diapason di sua costruzione che davano suoni compresi fra do_7 e fa_9 .

L'A. ha potuto controllare questi risultati e studiare, col metodo di Kundt, delle vibrazioni a periodo ancora più breve.

CHRISTIANSEN C. *Ricerche sperimentali sull'origine dell'elettricità di contatto* (pp. 661-672).

ELSTER J. e GEITEL H. *Azione dei raggi di Becquerel sulle scintille e i fiocchi elettrici* (pp. 673-675). — La vicinanza di una sostanza radioattiva, davanti ad un eccitatore a punta e disco piano, trasforma la scarica per scintille in scarica per effluvio. L'azione è sensibile fino a più di 1 metro di distanza. La natura dei poli dell'eccitatore è indifferente.

BENDER C. *Indice di rifrazione dell'acqua pura e delle soluzioni saline normali* (pp. 676-679). — I risultati dell'A. sono espressi per ciascuna delle tre righe H_α , H_β , H_γ dell'idrogeno (C, F, f) da espressioni della forma

$$n = A - Bt - Ct^2.$$

Per ciascuna riga ci sono due formule di cui l'una vale bene da 10° a 40° e l'altra da 40° a 70° .

TOEPLER M. *Azione di un campo magnetico sui fiocchi elettrici* (pp. 680-684). — L'A. studia i fiocchi che si producono fra una lastra d'ardesia collegata al polo positivo di una macchina elettrostatica, e una punta di ottone, collegata al polo negativo, mentre la punta è posta perpendicolarmente alla lastra, fra i poli di una elettrocalamita a ferro di cavallo. La forma dei fiocchetti è studiata colla fotografia.

DIETERICI C. *Sullo stato critico* (pp. 685-705). — La formula di Van der Waals, presa nella sua forma ordinaria, non dà, dal punto di vista della grandezza del volume critico, dei risultati che si accordino colle osservazioni; infatti se facendo l'ipotesi che la pressione di coesione ω sia uguale a $\frac{a}{v^2}$ (formula di Van der Waals), si calcola poi il volume specifico v_x al punto critico, e si confronta questo valore con questo stesso volume v_0 calcolato colla legge di Boyle si trova

$$\frac{v_0}{v_x} = 2,67.$$

Ora questo numero è superiore o uguale a 3,7.

L'A., riprendendo la formula iniziale di Van der Waals, e ponendo

$$\omega = \frac{a}{v^{\frac{5}{2}}},$$

trova per il rapporto precedente il valore 3,75 che si avvicina molto ai valori sperimentali già determinati. L'A. giustifica l'ipotesi precedente colla teoria cinetica dei gas.

VOIGT W. *Sulla teoria termodinamica della termoelettricità di Liebenow* (pp. 706-717). — Già Liebenow (*Wied. Ann.* 68,

pag. 316, 1899) sviluppò una teoria dei fenomeni termoelettrici in generale.

Questa teoria è molto contestabile; e l'A., cui si deve una teoria generale delle relazioni fra l'elettricità e il calore, la quale è stabilita sui soli fatti riconosciuti in termodinamica, esprime, in questa Memoria, dei dubbi sulla legittimità delle ipotesi ammesse da Liebenow.

ZEEGLER W. *Osservazione alla Memoria di Simon « Sopra un nuovo interruttore a liquido »* (pp. 718-719).

JAEGER G. *Risposta* (pp. 720).

WIECHERT E. *Ricerche sperimentali sulla velocità dei raggi catodici e sulla loro deviazione sotto l'influenza di un campo magnetico* (pp. 739-766). — Si immagini un tubo a catodo concavo, sottoposto al campo magnetico di una spirale longitudinale attraversata da una corrente alternata. Il fascio convergente dei raggi catodici, che è allora animato da un moto pendolare trasversale, non è visibile che nelle posizioni di spostamento massimo. Una calamita a ferro di cavallo riporta una di queste parti estreme del fascio sopra una fenditura stretta, posta sull'asse del tubo.

Il fascio è poi sottoposto all'azione di una seconda spirale identica alla prima, ma che si può allontanare più o meno. I cambiamenti di senso nella nuova deviazione osservata permettono di misurare il cammino percorso dai raggi catodici durante un quarto di periodo della corrente alternata delle spirali.

L'A. dedusse così per v un valore compreso fra 0,13 V. e 0,16 V, dove V è la velocità della luce.

TAMMANN G. *Relazione fra la conducibilità elettrica e la pressione* (pp. 767-780). — L'A. misura, col metodo di Kohlrausch le resistenze di soluzioni di azoto acetico e di soluzioni di cloruro sodico. Aumentando sempre più la pressione, le prime subiscono una continua diminuzione di resistenza, e le seconde accusano, al contrario, un minimo nettissimo.

I risultati numerici, interpretati nella teoria della dissociazione elettrolitica, permettono di concludere che le isoterme dei coefficienti di attrito degli ioni si confondono colle isoterme di viscosità del solvente.

LECHER E. *Un paradosso sperimentale e teorico in elettricità* (pp. 781-787). — L'A. non pensa che, per spiegare l'esperienza di Faraday nella quale un polo magnetico gira intorno ad un filo verticale, si possa ammettere, con Biot, che è l'azione di questo filo sul polo la quale determina il movimento.

RIECKE E. *Distribuzione dell'elettricità libera alla superficie di un tubo di Crookes* (pp. 788-800). — L'A. applica il metodo

delle figure di Lichtenberg allo studio della distribuzione della elettricità statica alla superficie dei tubi di Crookes.

MAC K K. *Prova dell'esistenza di tensioni interne nelle lacrime bataviche, per mezzo della luce polarizzata: una esperienza da lezione* (pp. 801-803). — Per proiettare i fenomeni presentati dalle lacrime bataviche in luce polarizzata, l'A. immerge la lacrima in una piccola vaschetta di vetro a faccie parallele e piena di un liquido, che ha sensibilmente lo stesso indice di rifrazione del vetro della lacrima (per es., olio di cedro).

LONG (von) V. *Sulle vibrazioni longitudinali dei fili di caoutchouch* (pp. 804-808).

WESENDONCK K. *Contributo alla termodinamica* (pp. 809-833). — L'A. fa uno studio storico e critico sulla disuguaglianza fondamentale di Clausius, e passa in rivista le opinioni che sono state formulate dai diversi autori che hanno scritto sulla termodinamica. Questa Memoria contiene una bibliografia molto accurata e delle più importanti su questa quistione.

GIESEL F. *Sulla deviazione dei raggi Becquerel in un campo magnetico* (pp. 834-836).

HIRSCH (von) R. *Aggiunta* (p. 837).

ZENNECK J. *Un metodo per fotografare e per mostrare a un uditorio le curve di corrente* (pp. 838-853). — Il principio di questo metodo è quello stesso del metodo di Braun, il quale come è noto, consiste nel produrre la deviazione di una macchia fluorescente, dovuta ai raggi catodici, per mezzo del campo magnetico di un rocchetto percorso dalla corrente alternata in istudio e nell'osservare poi questo movimento per mezzo di uno specchio ruotante. L'A. modifica questo metodo producendo la deviazione dei raggi catodici per mezzo dei campi ad angolo retto di due paia di rocchetti l'uno dei quali è percorso dalla corrente alternata da studiare e l'altro da una corrente di intensità proporzionale al tempo. Con un apparecchio speciale, che è descritto minutamente, l'A. non solo può ottenere con facilità questa corrente d'intensità proporzionale al tempo, ma la può produrre collo stesso periodo della corrente alternata, per modo che, per la persistenza delle impressioni luminose, la curva descritta dalla macchia fluorescente si vede completamente fissa, e si può con facilità fotografare.

ZENNECK J. *Studio dei periodi superiori di una corrente alternata* (pp. 854-857). — È un'applicazione del metodo precedente.

ZENNECK J. *Trasformazione di una corrente alternata in una corrente di frequenza doppia* (pp. 858-860).

WEHNELT A. e DONATH B. *Fotografia delle curve di correnti periodiche, per mezzo del tubo di Braun* (pp. 861-870). — Gli A.

trasformano pure il metodo di Braun in modo da poter riprodurre le curve colla fotografia. Essi applicano questo processo alle curve ottenute coll' interruttore Deprez, coll' interruttore di Wehnelt, con un alternatore, e intercalando una pila di Graetz in un circuito percorso da corrente alternata. M. PANDOLFI.

Philosophical Magazine.

Vol. 49, Maggio e Giugno, Vol. 50, Luglio 1900.

MILNER S. R. *Nota sulla teoria della pressione di soluzione* (pp. 417-423). — Come fece notare il Leffeldt (*Nuovo Cimento*, (4) 12, pag. 135) le pressioni di soluzione richieste dalla teoria di Nernst raggiungono in alcuni casi valori inaccettabili; onde l'A. osserva che non è fuor di luogo dare delle formole del Nernst una dimostrazione non soggetta ad obiezioni. — Tale dimostrazione l'A. l'ottiene immaginando un circuito formato da elettrodi di argento immersi in soluzioni diversamente concentrate di un sale di argento, e separate da una membrana semipermeabile, e in ciascuna delle quali soluzioni per mezzo di altre membrane semipermeabili mobili si può avere uno scambio d'energia meccanica, mentre si può fornire energia elettrica al circuito mediante un accumulatore col quale comunicano i due elettrodi. Il ciclo termodinamico è quindi reversibile, e l'A. dimostra che in questo caso per la f. e. m. fra un metallo e una soluzione di un suo sale si ha l'espressione:

$$\phi = \frac{1}{n\epsilon} \int_1^{1'} v dp$$

dalla quale si ha immediatamente la formola di Nernst mediante la legge dei gas $pv = RT$.

Ne risulta che la validità della formola di Nernst dipende non solo dalla teoria della pressione osmotica e da quella della ionizzazione, ma anche dalla reversibilità della soluzione elettrolitica e della deposizione del metallo all' elettrodo. Finchè si può supporre tal reversibilità, la formola di Nernst è indipendente da ogni teoria sulla produzione della differenza di potenziale all'elettrodo. In questo caso il passaggio di un ione dal metallo alla soluzione potrebbe ritenersi dovuto ad una pressione di soluzione, rappresentata da P nella formola del Nernst. Quando tal pressione assume valori inaccettabili, come ad es. quello di 10⁹ atmosfere per lo zinco, il Milner propone di considerarla non più come pres-

sione di soluzione, ma come una costante, definita dall'identificare la di lui formola con quella del Nernst.

DONNAN. F. G. *Rapporti fra le velocità della effusione dell'argo, dell'elio e di simili gas* (pp. 423-446). — Studiando l'efflusso di diversi gas da un piccolo orifizio, l'A. ha trovato che l'argo effluisce con una velocità del 3,5 % circa superiore a quella che si dedurrebbe dalla sua densità. Ciò concorda con l'ipotesi che l'argo sia monoatomico. Ma per la CO_2 e per l'elio l'A. ha trovato delle divergenze dal valore teorico, che non possono spiegarsi per mezzo dei calori specifici, e che porterebbero a dover ammettere che tali gas si riscaldassero per l'espansione senza lavoro esterno.

BLAKESLEY T. H. *Su alcune formole e metodi perfezionati relativi alle lenti* (pp. 447-453). — L'A. mostra come dalla cognizione dei due fuochi principali di ciascuna lente, si possano ottenere gli elementi ottici di qualunque sistema di lenti.

BURBURY S. H. *Su alcuni processi supposti irreversibili* (pp. 475-486). — Nella teoria cinetica si ammette che il calore sia proporzionale all'energia dei moti molecolari nello stato stazionario, nel quale non si ha dissipazione di energia. Se ciò è vero, debbono esistere dei processi che quando si riferiscono a un aggregato di molecole sono irreversibili, quantunque consistano di moti molecolari separatamente reversibili. L'A. esamina, in questa Nota, se può dimostrarsi l'esistenza di tali processi.

PRICE W. A. *Apparecchio di Petrovitch per l'integrazione delle equazioni differenziali del 1.º ordine* (pp. 487-490). — È descritto un nuovo modello dell'apparecchio ideato dal Petrovitch per l'integrazione delle equazioni della forma $X dx + Y dy = 0$. Esso consiste in due lastre tagliate in forma di triangolo rettangolo mistilineo, la cui ipotenusa è una curva tale che quando esse sono immerse con un cateto verticale nell'acqua di un recipiente a base rettangolare, la sezione della parte immersa al livello del liquido sia rispettivamente rappresentata da $\phi(q)$ e da $\psi(r)$. Se M è la sezione costante del vaso, per un piccolissimo spostamento verticale delle lastre si ha:

$$\phi(q) dq + \psi(r) dr + M dp = 0$$

se q ed r sono le distanze dai vertici dei due triangoli alla superficie libera, e p è la distanza che tal superficie ha da un piano orizzontale fisso. Se due indici, uniti ai triangoli ora detti, si spostano descrivendo due curve bb , cc le cui equazioni sieno:

$$y = f_1(t) \quad z = f_2(t),$$

un indice che segna costantemente il livello del liquido descrive una curva che è una soluzione particolare dell'equazione:

$$\{\varphi[x - f_1(t)] + \psi[x - f_2(t)]\} dx - \{\varphi[x - f_1(t)] f_1'(t) + \psi[x - f_2(t)] f_2'(t)\} dt = M dx.$$

Cambiando la quantità d'acqua nel recipiente, si ha una serie di tali soluzioni.

MOORE T. S. *La reversibilità delle pile voltaiche* (pp. 491-496).

— Misurando la resistenza interna di una pila, dapprima quando essa sola è chiusa su una grande resistenza, e poi quando nel circuito è inviata una corrente di direzione opposta a quella della pila, se la pila è reversibile si devono avere valori uguali. L'A. ha infatti trovato che, entro i limiti degli errori sperimentali, ciò accade per le pile Daniell, quelle zinco-rame e rame-cadmio nei cloruri, rame-cadmio nei solfati e per quelle Latimer Clark.

WILSON H. A. *Distribuzione del potenziale e della conduttività lungo la scarica nei gas rarefatti* (pp. 505-516). — La distribuzione del potenziale era determinata per mezzo di due elettrodi sonde, tenuti a distanza fissa, e portati in diverse regioni del tubo di scarica. L'A. dà le curve di tale distribuzione, le quali mostrano che, secondo la teoria di J. J. Thomson, l'ionizzazione si effettua quasi esclusivamente al contatto con gli elettrodi.

BALY C. C. *Sulla distillazione dell'aria liquida e sulla costituzione della fase gasosa e di quella liquida* (pp. 517-529). — L'A. ha costruito due curve che hanno per ascisse le temperature e per ordinate le proporzioni r ed r' dell'ossigeno nel liquido e nel vapore. Tali curve si tagliano nei punti di ebollizione dell'ossigeno e dell'azoto puri. Dall'andamento di tali curve risulta poi che il miscuglio gassoso è sempre più ricco in ossigeno del liquido da cui si forma.

L'A. trova che fra r ed r' si può stabilire la relazione

$$r' = 0,2097 r^{1,06787};$$

ma i coefficienti di questa formola non hanno nessuna relazione evidente colle tensioni massime dei due liquidi puri.

WALKER G. W. *Sulla distribuzione di un gas in un campo elettrico* (pp. 529-538). — L'A. suppone che un gas sia formato da atomi liberi portanti cariche positive o negative, e da molecole neutre costituite da 2 atomi opportunamente carichi. Ciò posto, egli studia la distribuzione del gas in un campo elettrico, ammettendo la legge di Maxwell generalizzata da Boltzmann. Tra i diversi risultati che egli trova è da notare quello che in un tubo cilindrico percorso da una corrente, la densità del gas deve essere una funzione periodica delle ascisse; e ciò è preso a base di una spiegazione delle stratificazioni che presentano i tubi di scarica.

Lord RAYLEIGH. *Osservazioni sulla legge della radiazione completa* (pp. 539-540). — Invece della espressione:

$$c_1 \lambda^{-5} e^{-c_2/\lambda\theta} d\lambda$$

proposta da Wien, l'A. partendo da considerazioni relative alla distribuzione dell'energia secondo la dottrina Boltzmann-Maxwell, propone per la radiazione da un corpo ideale vero l'altra

$$c_1 \theta \lambda^{-5} e^{-c_2/\lambda\theta} d\lambda$$

LUMMER O. e BRODHUN E. *Alcune osservazioni in risposta alla Nota del Prof. C. G. Knott « Sul fotometro a prisma di Swan etc. »* (pp. 541-543). — Mentre riconoscono la priorità dello Swan a proposito del fotometro sopra detto, gli A. fanno osservare che il fotometro conosciuto sotto il loro nome non è una riinvenzione di quello di Swan.

BOTTOMLEY J. T. e BEATTIE J. C. *Radiatione termica in misura assoluta* (pp. 543-557). — Misurando per mezzo della legge di Joule l'energia termica irraggiata da due fili metallici, uno levigato e l'altro annerito, e misurando le temperature stazionarie raggiunte dai due fili, gli A. hanno determinato con qual legge varia l'energia totale irraggiata al variare della temperatura. Riconducendo, per mezzo di opportune curve, le misure ad una medesima temperatura per i due fili, essi trovano che il rapporto fra le quantità di energia così calcolate è indipendente dalla temperatura, e varia poco col diametro dei fili.

GOPE G. *Sull'influenza che la vicinanza di una massa ha sulla resistenza elettrica* (pp. 558-559). — Mentre riuscì a dimostrare l'azione che una massa assai grande esercita sulla f. e. m. di una pila (cfr. *N. Cim.* (4), 7, p. 80) l'A. non ha potuto scoprire nessuna azione sulla resistenza elettrica dei conduttori.

SOLOMON M. *Sullo smorzamento degli aghi dei galvanometri* (pp. 559-571). — Studiando le condizioni che fanno variare il rapporto fra la durata di oscillazione e il decremento logaritmico dell'ago di un galvanometro quando il campo magnetico in cui l'ago oscilla aumenta d'intensità, l'A. trova che la variazione di tal rapporto è in generale dovuta all'alterazione del momento magnetico prodotta dalla variazione del campo.

WILKS R. L. *Effetti della temperatura sulle proprietà magnetiche del ferro e delle leghe di ferro* (pp. 1-37). — L'A. ha studiato col metodo di Ewing l'induzione magnetica in un anello di ferro sia a campo costante e a temperatura variabile, sia a campo variabile e a temperatura costante. La curva che dà in funzione della temperatura i valori del campo per i quali la per-

meabilità magnetica è massima si abbassa continuamente da 300° alla temperatura critica; quella che dà i valori di questo massimo in funzione della temperatura sale sempre più rapidamente fino a $\mu = 17200$ per 748° e $H = 0,172$, e poi si abbassa rapidamente seguendo una linea quasi verticale.

Resultati in generale analoghi ai precedenti valgono per le leghe di ferro con 4,5 % di tungsteno, 2,6 d'alluminio, 5 di nichel, 3 di manganese e 1 di carbonio.

TAYLER J. B. *Il calore di formazione delle leghe* (pp. 37-43). — L'A. ha misurato il calore di formazione di una lega dalla differenza fra i calori di soluzione nel mercurio della lega e del miscuglio corrispondente dei metalli.

Le leghe studiate son quelle del piombo con lo stagno, col bismuto e con l'antimonio, e dello zinco con lo stagno e col mercurio.

Dai risultati ottenuti sembra doversi ritenere che le così dette mescolanze meccaniche (come son chiamate da Matthiessen le leghe di piombo e zinco) e le così dette soluzioni (piombo e stagno, zinco e stagno), contengono una piccolissima quantità dei veri composti, e che le leghe eutectiche non corrispondono necessariamente alla massima evoluzione del calore.

DAVISON C. *Scale d'intensità sismica* (pp. 24-53).

NAGAOKA H. *Costanti elastiche delle rocce e velocità delle onde sismiche* (pp. 53-68). — Studiando su circa 80 campioni di rocce la flessione e la torsione con esemplari formati da prismi a base quadrata di 1 cm. di lato e lunghi 15 cm., l'A. ha dedotto per ciascuna varietà il coefficiente di Poisson e la velocità di propagazione delle onde longitudinali e trasversali.

Le rocce più antiche non possono, in seguito a tali misure, ritenersi come isotrope, nemmeno quando esse non presentano alcuna eterogeneità apparente.

I coefficienti di elasticità più grandi spettano alle rocce più antiche, nelle quali perciò la velocità di propagazione delle onde sismiche raggiunge i valori più grandi. Ma la velocità massima dedotta dalle misure dell'A. è di circa 7 chilometri al secondo, per una clorite schistosa. Per giungere alle velocità di 13 cm. al sec. attribuite da Omori alle onde sismiche, converrebbe ritenere che tali onde si propagassero precipuamente negli strati più profondi della crosta terrestre.

Come conseguenza della diversità con la quale le diverse zone propagano l'onda sismica, si ha un aumento nella durata della scossa tanto maggiore quanto più grande è la lontananza dal centro di scotimento, e ciò è confermato dalle osservazioni ordinarie.

GURST J. J. *Sulla resistenza che i materiali duttili oppongono alle deformazioni complesse* (pp. 69-132). — Per determinare la resistenza di un materiale omogeneo sottoposto ad una deformazione complessa, come ad es. ad una torsione, a una trazione, a una flessione ecc. simultaneamente, da alcuni si ritiene che la rottura avvenga allorchè una delle tensioni principali sorpassa un valore limite, fornito dalle esperienze di trazione; mentre da altri seguendo la teoria di Saint-Venant, si ritiene che la rottura si abbia quando è la massima deformazione che raggiunge un certo limite, determinato da esperienze di trazione. Una terza ipotesi, proposta da Cotterill nel suo Trattato di meccanica applicata, è che la rottura si produca quando la resistenza che il materiale oppone ad esser tagliato raggiunge un limite determinato.

Con opportune disposizioni l' A. ha sperimentato sopra diversi tubi sottili di acciaio, di rame e d'ottone, determinandone le deformazioni allorchè erano sottoposti a una trazione, a una torsione, o a una pressione idrostatica; sia successivamente o simultaneamente. I di lui risultati sono affatto incompatibili con la teoria dello sforzo principale massimo e con quella della deformazione massima. Invece egli trova che quando il metallo comincia a cedere, la resistenza massima opposta al taglio non differisce molto da un limite determinato.

Le dimensioni che le antiche teorie assegnerebbero alle sbarre metalliche sottoposte contemporaneamente a trazione e a torsione, risultano troppo piccole; e secondo l' A. debbono invece calcolarsi secondo la teoria del Colterill.

TROWBRIDGE J. *Produzione dei raggi X con la corrente di una batteria* (pp. 132-135). — Un tubo Crookes è eccitato in modo continuo e brillantissimo allorchè è posto con una resistenza d'acqua distillata di circa 4 megaohm, nel circuito di una batteria di 20000 accumulatori. La corrente si stabilisce però solamente se il tubo è scaldato, e può aversi anche con circa 20000 volta soltanto; ma perchè il tubo funzioni bisogna che la corrente sia sufficiente a portare l'anticatodo al rosso ciliegia; ma i raggi X si indeboliscono se l'anticatodo raggiunge il calor bianco. Con tale modo di eccitazione non si hanno evidentemente oscillazioni elettriche. Nelle radiografie ottenute con i raggi X così prodotti, i muscoli e i ligamenti son nettamente delineati.

LORD RAYLEIGH. *Sulle onde approssimativamente semplici* (pp. 135-139). — Sono assolutamente semplici le onde che durano indefinitamente senza variazione nè di fase, nè di ampiezza. Si potranno invece chiamare approssimativamente semplici, quelle che in una successione molto numerosa, differiscono pochissimo da un

complesso di onde semplici. L' A. studia qui più specialmente le onde $H \cos pt + K \sin pt$, dove H e K sono funzioni di t.

BEATTIE R. *Lunghezza della scintilla di un rocchetto d'induzione* (pp. 139-148). — L' A. ha esteso gli studi del Rijke (*Pogg. Ann.* 97, p. 75) sull'azione che la natura dei poli del primario esercita sulla lunghezza della scintilla nel secondario di un trasformatore, tenendo conto anche di altre circostanze che influiscono sul fenomeno. Egli ha osservato che mentre la lunghezza della scintilla di chiusura è sensibilmente proporzionale alla f. e. m. primaria, quella della scintilla di apertura invece dipende:

1° Dal metallo che forma l'interruttore; col platino si hanno scintille più lunghe che con altri metalli che, disgregandosi, formano un arco che ritarda l'apertura;

2° Dalla velocità dell'interruttore, com'è ben naturale;

3° Dalla grandezza della f. e. m. del primario; quando infatti l'interruttore è di platino o di rame, aumentando tal f. e. m. l'arco della scintilla di rottura è più lungo e la scintilla secondaria diminuisce di lunghezza; con interruttori di carbone, di zinco o di piombo, invece, se si muovono lentamente si ha un'azione contraria.

Quanto all'influenza che esercita il condensatore in derivazione sul primario, l' A. ha osservato che il valore della capacità che dà la lunghezza massima alla scintilla secondaria dipende poco dalla f. e. m. impiegata; ma che con gli interruttori che si disgregano tal capacità è maggiore che con gli interruttori di platino.

WOOD R. W. *Fotografia delle onde sonore e dimostrazione cinematografica delle trasformazioni della fronte delle onde riflesse* (pp. 148-156). — È una continuazione degli studi precedenti (*Phil. Mag.*, Agosto 1899), con apparecchi perfezionati. L' A. poi ha fotografato un gran numero di disegni, che rappresentano l'onda in diversi momenti; osservando tali fotografie col cinematografo, si segue benissimo la successiva trasformazione che subisce l'onda sonora nella riflessione.

A. STEFANINI.

PIETRO SALVIONI, *gerente responsabile.*

**SOPRA IL VALORE MASSIMO E IL SIGNIFICATO FISICO
DELLA FUNZIONE T_{me} DI MAXWELL.**

Ricerche di A. GARBASSO ¹⁾

(in Torino).

§ 1. Secondo la « teoria dinamica dell'elettromagnetismo », che dobbiamo al Maxwell ²⁾, le intensità delle correnti, essendo derivate di tempo delle variabili elettriche (y_r), entrano nell'espressione dell'energia cinetica del sistema appunto come le velocità relative alle coordinate geometriche (x_s).

Quindi l'energia cinetica (T) risulterà in generale dalla riunione di tre somme, le quali, seguendo il Maxwell, vogliamo indicare rispettivamente con le lettere T_m , T_e e T_{me} . Il polinomio T_m contiene in ogni suo termine un quadrato o un rettangolo di velocità geometriche, e T_e invece ha i rettangoli e i quadrati delle correnti. Quanto a T_{me} ogni derivata della prima categoria moltiplica in esso una derivata della seconda; quindi la sua espressione ha la forma:

$$T_{me} = \sum K_{s,r} \dot{x}_s \dot{y}_r,$$

essendo le $K_{s,r}$ funzioni delle variabili e, propriamente, come è facile riconoscere, delle sole variabili geometriche.

Se ci mettiamo nel caso semplice di un toro metallico, rigido, girevole intorno al suo asse, e percorso in qual-

1) Della prima parte di questo lavoro (paragrafi 1-12 e 14) fu pubblicato un riassunto negli Atti della R. Accademia di Torino (Adunanza del 24 Febbraio 1901). — Le esperienze furono eseguite nell'Istituto Fisico, diretto dal Prof. A. Naccari, al quale l'A. esprime tutta la sua riconoscenza.

2) J. C. Maxwell, A Treatise on Electricity and Magnetism, (Oxford 1873). Vol. 2, Part. 4., Chap. 6.

che modo da un flusso di elettricità, potremo scrivere senz'altro:

$$T_m = \frac{1}{2} M \dot{x}^2,$$

$$T_e = \frac{1}{2} L \dot{y}^2,$$

$$T_{me} = K \dot{x} \dot{y},$$

dove le singole lettere, tolta la K, hanno un significato fisico ben chiaro.

Se non vi è corrente, infatti, ogni cosa si riduce alla forma semplice:

$$T = T_m = \frac{1}{2} M \dot{x}^2,$$

dunque M è il momento di inerzia del toro intorno al suo asse; se invece le masse ponderali sono in riposo e l'elettricità si muove è:

$$T = T_e = \frac{1}{2} L \dot{y}^2,$$

e però L rappresenta il coefficiente di autoinduzione del nostro circuito.

Resta a vedersi quale sia il significato della costante K e per questo giova considerare il solito biciclo del Maxwell.

Immaginiamo (fig. 1) un sistema del quale fanno parte due

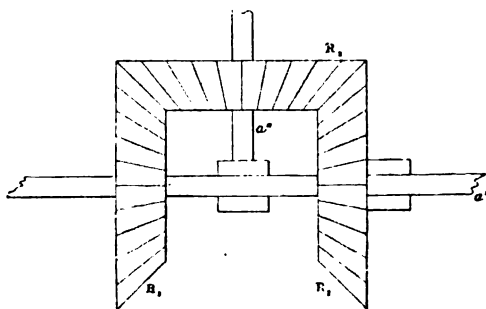


Fig. 1.

ruote R_1 e R_2 mobili intorno ad un medesimo asse (a'); siano M_1 e M_2 , \dot{x}_1 e \dot{x}_2 rispettivamente i loro momenti di inerzia e

le velocità angolari. Si abbia ancora un manicotto il quale porti un altro asse (a''), normale al primo, e intorno a questo giri una terza ruota R_3 . Sia poi $M_{3,1}$ il momento di a'' e R_3 intorno ad a' e $M_{3,2}$ il momento della ruota R_3 intorno ad a'' . Vogliamo ancora supporre che quest' ultima ruota sia fornita di denti, i quali ingranino con altri denti, disposti sopra R_1 e R_2 in due cerchi, uguali fra loro e al contorno di R_3 .

Per mezzo di calcoli noti l'energia cinetica complessiva del sistema si scriverà sotto la forma:

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} M_1 \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} M_2 \dot{x}_2^2 + \frac{1}{2} M_{3,1} \left(\frac{\dot{x}_1 + \dot{x}_2}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} M_{3,2} \left(\frac{\dot{x}_1 - \dot{x}_2}{2} \right)^2, \\ &= \frac{1}{2} \left(M_1 + \frac{M_{3,1}}{4} + \frac{M_{3,2}}{4} \right) \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} \left(M_2 + \frac{M_{3,1}}{4} + \frac{M_{3,2}}{4} \right) \dot{x}_2^2 + \\ &\quad + \frac{1}{4} (M_{3,1} - M_{3,2}) \dot{x}_1 \dot{x}_2. \end{aligned}$$

Se si confronta la espressione presente con quelle, che abbiamo ottenuto per il sistema da noi considerato innanzi, si può concludere senz' altro che la costante K dovrà interpretarsi come caratteristica dei vincoli, che legano l'elettricità alla materia ponderale. Se K è zero le cose vanno *come se* questi vincoli non esistessero; sebbene non si possa concludere senz' altro alla loro mancanza (si confronti il paragrafo decimoquinto).

§ 2. Volendo procedere innanzi nel calcolo conviene notare che, nel caso della nostra disposizione, la sola coordinata geometrica variabile (la x) è, come la y , una coordinata ciclica, quindi le tre costanti M , L , K non possono dipendere da essa.

Ora, poichè le espressioni delle forze, secondo le formole di Lagrange, sono lineari ed omogenee nelle derivate di T , si potranno scindere tutte in tre componenti, in corrispondenza del modo, nel quale si è divisa l'energia.

La forza X , per esempio, che agisce su la variabile angolare x , avrà la forma:

$$X = X_m + X_e + X_{me},$$

essendo :

$$X_m = \frac{d}{dt} \frac{\partial T_m}{\partial \dot{x}} = M \ddot{x},$$

$$X_e = \frac{d}{dt} \frac{\partial T_e}{\partial \dot{x}} = 0,$$

$$X_{me} = \frac{d}{dt} \frac{\partial T_{me}}{\partial \dot{x}} = K \ddot{y}.$$

E se la forza esterna è zero, come possiamo ammettere, per piccole x , in prima approssimazione, avremo :

$$(1) \quad M \ddot{x} + K \ddot{y} = 0,$$

e quindi :

$$M \dot{x} + K \dot{y} = \text{costante}.$$

Ma se non c'è corrente e l'anello è in riposo il primo membro è nullo, e però la costante deve essere sempre uguale allo zero. Abbiamo dunque :

$$M \dot{x} + K \dot{y} = 0,$$

e, di conseguenza:

$$M x + K y = \text{costante}.$$

Anche questa costante dovrà porsi uguale allo zero, se si conviene di contare gli angoli a partire dalla quiete; dunque :

$$M x + K y = 0,$$

tale equazione esprime per il nostro sistema il principio delle aree. Da essa risulta senz'altro :

$$(2) \quad x = - \frac{K}{M} y.$$

§ 3. Sembra che il Maxwell abbia fatto alcune esperienze con un apparecchio, la teoria del quale si riduce alla formula (1); egli scrive infatti ¹⁾ :

1) L. c. pag. 200,

« We take a circular coil of a great many windings, and
 « suspend it by a line vertical wire, so that its windings are
 « horizontal, and the coil is capable of rotating about a ver-
 « tical axis, either in the same direction of the current in
 « the coil, or in the opposite direction.

« We shall suppose the current to be conveyed into the
 « coil by means of the suspending wire, and, after passing
 « round the windings, to complete its circuit by passing down
 « wards through a wire in the same line with the suspending
 « wire and dipping into a cup of mercury.

« Now let a current be made to pass through the coil in
 « the direction N. E. S. W. If electricity were a fluid like
 « water, flowing along the wire, then, at the moment of star-
 « ting the current, and as long as its velocity is increating,
 « a force would require to be supplied by the elasticity of the
 « suspending wire, the coil would at first rotate in the oppo-
 « site direction or W. S. E. N, and this would be detected
 « by means of the mirror. On stopping the current there would
 « be another movement of the mirror, this time in the same
 « direction as that of the current.

« No phenomenon of this kind has yet been observed ».

Ora, si può dubitare se le condizioni, indicate nel passo, che ho riferito, siano le più opportune per istituire l'esperienza, di cui si tratta.

E veramente, per la grande torsione posseduta da un filo metallico, occorre uno sforzo notevole a rotare il sistema, mentre la presenza di un'appendice, che s'affonda nel mercurio, deve contribuire per sua parte, in modo efficace, a smorzarne gli impulsi.

§ 4. Volendo evitare questi inconvenienti, i quali diminuiscono di molto la sensibilità della disposizione, non v'è altro modo che di indurre nel circuito mobile una forza elettromotrice, modificando il flusso che lo attraversa. Propriamente bisognerà che l'azione induttiva si eserciti col ridurre a zero un campo magnetico, onde evitare lo smorzamento dei moti, il quale seguirebbe senz'altro, in virtù delle correnti di Foucault.

In tale ipotesi è facile scrivere il valore della y , che vuol essere introdotto nella formola (2). E per vero, se l'intensità del campo fosse H , e l'area interna dell'anello S , la variazione del flusso sarebbe :

$$- H S ,$$

dunque :

$$y = \frac{H S}{R} ,$$

e :

$$(3) \quad x = - \frac{K H S}{M R} .$$

Qui si presenta una quistione, che per la pratica è molto importante; e cioè quale sostanza e forma sia da preferirsi per l'anello conduttore, e quale mezzo si debba impiegare per la produzione del campo, se un elettromagnete simile a quello di Faraday, o una semplice spirale percorsa da corrente.

§ 5. Bisogna osservare in primo luogo che, restando inalterata la forma e la grandezza del toro, il prodotto $M R$ varierà proporzionalmente al prodotto della *densità* (d) e della *resistenza specifica* (ρ); è facile dunque decidere quale sia il materiale più indicato per le esperienze.

Si trova infatti:

	Al	Cu	Ag	Zn	Au	Fe	Pt
d	2,65	8,95	10,47	6,86	19,29	7,79	20,18
$10^{-3} \rho$	2,889	1,584	1,492	5,580	2,041	9,636	8,981
$10^{-3} d\rho$	7,66	14,18	15,62	38,28	39,37	75,06	181,24

e però in primo luogo si raccomanda l'alluminio; dopo di esso restano in condizioni quasi pari l'argento e il rame.

§ 6. Ciò premesso cerchiamo quale sia la forma, che conviene meglio.

Per un anello circolare, ricavato da una lastra di spessore h , quando il raggio interno sia r_1 e l'esterno r_2 , si avrà :

$$\begin{aligned}
 M &= d \int_0^h d h \int_0^{2\pi} d \phi \int_{r_1}^{r_2} r^3 d r, \\
 &= 2 \pi h d \int_{r_1}^{r_2} r^3 d r, \\
 (4) \quad &= \frac{1}{2} \pi h d \cdot (r_2^4 - r_1^4).
 \end{aligned}$$

E la resistenza, R , manifestamente si ottiene ponendo :

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{R} &= \sum \frac{1}{\frac{2 \pi r}{\rho \frac{d r d h}{d r d h}}}, \\
 &= \sum \frac{d r d h}{2 \pi r \rho}, \\
 &= \frac{h}{2 \pi \rho} \int_{r_1}^{r_2} \frac{d r}{r}, \\
 &= \frac{h}{2 \pi \rho} \log \frac{r_2}{r_1}.
 \end{aligned}$$

Risulta dunque, nel caso nostro :

$$x = - \frac{K H r_1^2}{\pi d \rho \cdot \frac{r_2^4 - r_1^4}{\log \frac{r_2}{r_1}}}$$

Per andare innanzi nel calcolo chiameremo l la larghezza dell'anello, di modo che si avrà :

$$r_2 = r_1 + l,$$

dunque :

$$\begin{aligned}\frac{r_2^4 - r_1^4}{\log \frac{r_2}{r_1}} &= \frac{(r_1 + l)^4 - r_1^4}{\log \frac{r_1 + l}{r_1}}, \\ &= r_1^4 \frac{\left(\frac{r_1 + l}{r_1}\right)^4 - 1}{\log \frac{r_1 + l}{r_1}},\end{aligned}$$

ossia, ponendo :

$$\begin{aligned}\left(\frac{r_1 + l}{r_1}\right)^4 &= z, \\ \frac{r_2^4 - r_1^4}{\log \frac{r_2}{r_1}} &= r_1^4 \frac{z - 1}{\log z} = 4 r_1^4 \frac{z - 1}{\log z}.\end{aligned}$$

Quindi, sostituendo :

$$(5) \quad x = - \frac{K H}{4 \pi r_1^3 d \rho \frac{z - 1}{\log z}}.$$

Si noterà per prima cosa che lo spessore h non interviene nella formola finale; si può dunque prendere la lastra più o meno sottile, secondo che piace meglio.

Quanto ad r_1 , converrà, come appare, di prenderlo piccolissimo.

Veniamo al fattore

$$\frac{z - 1}{\log z},$$

nel quale, manifestamente, la z è maggiore di uno.

È facile provare che esso cresce sempre con l'argomento; e, poichè i valori più grandi della x corrisponderanno ai più piccoli di questa funzione, bisognerà dunque fare la z piccola per quanto è possibile, vale a dire limitare la l , che è la larghezza dell'anello.

Che $\frac{z-1}{\log z}$ cresca sempre, nel nostro caso, con z , si può dimostrare così. Sarà :

$$\begin{aligned}\frac{d}{dz} \left(\frac{z-1}{\log z} \right) &= \frac{\log z - (z-1) \frac{1}{z}}{\log^2 z}, \\ &= \frac{z \log z - (z-1)}{z \log^2 z},\end{aligned}$$

e però avremo una funzione crescente quando sia :

$$z \log z - (z-1) > 0,$$

cioè :

$$\log z > \frac{z-1}{z},$$

o anche, passando dai logaritmi ai numeri :

$$\begin{aligned}z &> e^{\frac{z-1}{z}}, \\ &> 1 + \frac{z-1}{z} + \frac{(z-1)^2}{2! z^2} + \frac{(z-1)^3}{3! z^3} + \frac{(z-1)^4}{4! z^4} + \dots,\end{aligned}$$

ma questo si verifica senza dubbio se è :

$$\begin{aligned}z &> 1 + \frac{z-1}{z} + \frac{(z-1)^2}{2! z^2} + \frac{z^3}{3! z^3} + \frac{z^4}{4! z^4} + \dots, \\ &> 2 - \frac{1}{z} + \frac{(z-1)^2}{2! z^2} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \dots, \\ &> e - \frac{1}{z} + \frac{(z-1)^2}{2! z^2} - \frac{1}{2}.\end{aligned}$$

Sotto altra forma la medesima condizione può scriversi :

$$z^3 - e z^2 + 2z - \frac{1}{2} > 0,$$

ossia :

$$(z^3 - 0,99 z + 0,28) (z - 1,73) > 0;$$

e questo si verifica sempre quando sia :

$$z > 1,73 .$$

Quanto all' intervallo che corre per z da 1 a 1,73 possiamo rendercene conto osservando che in esso si può sempre fare :

$$z = 1 + u ,$$

senza che u arrivi all' unità, quindi il logaritmo di z può svilupparsi con la nota serie, che dà il logaritmo di $1 + u$ per u minore di uno. Sarà :

$$\begin{aligned} \log z &= \log (1 + u) , \\ &= u - \frac{u^2}{2} + \frac{u^3}{3} - \frac{u^4}{4} + \frac{u^5}{5} - \dots , \end{aligned}$$

e dunque :

$$\begin{aligned} z \log z - (z - 1) &= (1 + u) \log (1 + u) - u , \\ &= u - \frac{u^2}{2} + \frac{u^3}{3} - \frac{u^4}{4} + \frac{u^5}{5} - \dots \\ &\quad + u^2 - \frac{u^3}{2} + \frac{u^4}{3} - \frac{u^5}{4} + \dots \\ &\quad - u , \\ &= \frac{1}{2} u^2 - \frac{1}{2.3} u^3 + \frac{1}{3.4} u^4 - \frac{1}{4.5} u^5 + \dots , \\ &= u^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{u}{2.3} \right) + u^3 \left(\frac{1}{3.4} - \frac{u}{4.5} \right) + \dots , \end{aligned}$$

la quale serie ha senza dubbio una somma positiva ¹⁾.

1) Per una via meno diretta, e con un procedimento sommario, si può dimostrare la stessa cosa nel modo che segue.

Si cambii la variabile, ponendo:

$$u = \log z ;$$

avrà :

$$z = e^u ,$$

Riassumendo conviene, per la sensibilità dell'apparecchio, che il raggio interno dell'anello sia piccolo e la larghezza pure. In pratica anzi converrà di prendere piccola la larghezza e piccolissimo il raggio, perchè, almeno da principio, il fattore r_1^2 cresce più presto che $\frac{z-1}{\log z}$.

Infatti per :

$$r_1 = \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 10$$

si ha :

$$r_1^2 = \quad 1 \quad 4 \quad 9 \quad 16 \quad 25 \quad 100,$$

mentre per :

$$\sqrt[4]{z} = \quad 1,1 \quad 1,2 \quad 1,3 \quad 1,4 \quad 1,5 \quad 2,0$$

viene :

$$\frac{z-1}{\log z} = \quad 1,23 \quad 1,48 \quad 1,76 \quad 2,12 \quad 2,90 \quad 5,41,$$

e quindi, mentre, moltiplicando per 10 il raggio, il primo fattore si moltiplica per 100, moltiplicando per 10, da principio, la larghezza dell'anello, il secondo fattore si moltiplica solamente per $\frac{5,41}{1,23} = 4,40$. Bisogna però notare che, scrivendo l'equazione di partenza, si è supposto implicitamente che il momento di inerzia del toro fosse grande rispetto al momento delle altre parti dell'equipaggio mobile. Ora, se si fa piccola la larghezza e piccolissimo il raggio dell'anello, vi è un solo modo per ottenere un momento sensibile, ed è di fare grande

o :

$$\begin{aligned} \frac{z-1}{\log z} &= \frac{e^u - 1}{u}, \\ &= \left(u + \frac{u^2}{2!} + \frac{u^3}{3!} + \dots \right) \frac{1}{u}, \\ &= 1 + \frac{u}{2!} + \frac{u^2}{3!} + \dots; \end{aligned}$$

ora questo secondo membro cresce manifestamente con u , e quindi con z .

l'altezza h . La forma più conveniente del conduttore da impiegarsi non è dunque propriamente quella di un disco annulare, ma piuttosto quella di *un tubicino (d'alluminio) a foro capillare*.

§ 7. Qui però interviene la considerazione di un altro elemento; per impiegare un conduttore in forma di tubo bisogna infatti rinunciare a produrre il campo con un elettromagnete del tipo di Faraday, e sostituire quest'ultimo con una semplice spirale, percorsa da corrente. Ciò porta una limitazione sensibile nella grandezza di H , e rimane a vedersi se convenga di guadagnare così da una parte, mentre si perde dall'altra.

Per decidere questo osserveremo anzitutto che se il campo magnetico dovesse prodursi con due bobine, e il conduttore muoversi nello spazio interposto, la h non potrebbe crescere molto senza che si indebolisse corrispondentemente il campo. Quindi il problema in questo caso dovrebbe porsi in tutt'altro modo.

Il momento di inerzia è dato, o almeno non deve essere inferiore ad un certo limite, la h pure è data, si tratta di cercare i valori più convenienti per r_1 e l . La cosa non presenta nessuna difficoltà.

Essendo :

$$d.(r_2^4 - r_1^4) = C^2,$$

con C costante, si tratta di rendere massimo :

$$|x| = \phi = \frac{|K| \cdot |H|}{\pi \rho C^2} r_1^2 \log \left(\frac{r_2}{r_1} \right).$$

In prima approssimazione si può porre $\frac{C^2}{d}$ in luogo di r_2^4 , quindi :

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{|K| \cdot |H|}{4 \pi \rho C^2} r_1^2 \log \left(\frac{C^2}{d r_1^4} \right), \\ &= \frac{|K| \cdot |H|}{4 \pi \rho C^2} r_1^2 \log \left(-\frac{C}{r_1^2 \sqrt{d}} \right), \end{aligned}$$

o, scrivendo u per $r_1^2 \sqrt{d}$:

$$\Phi = \frac{|K| \cdot |H|}{2\pi \rho C^2 \sqrt{d}} u \log \frac{C}{u}.$$

La condizione del massimo sarà:

$$\frac{d\Phi}{dz} = \frac{|K| \cdot |H|}{2\pi \rho C^2 \sqrt{d}} \left(\log \frac{C}{u} - u \frac{\frac{C}{u^2}}{\frac{C}{u}} \right) = 0$$

ossia:

$$\log \frac{C}{u} - 1 = 0,$$

$$\frac{C}{u} = e^1,$$

e:

$$r_1^2 = \frac{C}{e \sqrt{d}}.$$

Ma era:

$$r_2^2 = \frac{C}{\sqrt{d}},$$

dunque:

$$r_1^2 = \frac{r_2^2}{e},$$

$$r_1 = \frac{r_2}{\sqrt{e}},$$

$$= \frac{r_1 + l}{\sqrt{e}},$$

1) Si tratta veramente di un massimo, poichè risulta: $\frac{d^2\Phi}{du^2} = -\frac{|K| \cdot |H| e}{2\pi \rho C^2 \sqrt{d}}$,
per $u = \frac{C}{e}$.

e però :

$$\begin{aligned} r_1 \sqrt{e} &= r_1 + l, \\ l &= r_1 (\sqrt{e} - 1), \\ (6) \qquad \qquad &= 0,65 r_1. \end{aligned}$$

Bisogna dunque prendere, con la h prescritta, un raggio tale che, essendo la larghezza dell'anello i due terzi di esso all'incirca, il momento d'inerzia riesca non inferiore al limite assegnato. Quanto al fattore numerico, essendo il prodotto $\rho \sqrt{d}$ sensibilmente costante per l'alluminio, il rame e l'argento si potrà impiegare ad arbitrio uno di questi tre metalli.

Infatti si trova :

	Al	Cu	Ag
d	2,65	8,95	10,47
\sqrt{d}	1,63	2,90	3,24
$10^{-3} \rho$	2,889	1,584	1,492
$10^{-3} \rho \sqrt{d}$	4,71	4,74	4,83

§ 8. Per farci un'idea della praticità delle due soluzioni calcoliamo il coefficiente :

$$c = \frac{\log z}{4 \pi r_1^2 d \rho (z - 1)}$$

per due diversi conduttori.

Il primo sarà un anello d'argento, definito dalle costanti :

$$r'_1 = 0,30 \quad r'_2 = 0,50 \quad h' = 0,10,$$

e l'altro un tubicino d'alluminio con le dimensioni :

$$r''_1 = 0,05 \quad r''_2 = 0,15 \quad h'' = 42,90;$$

raggio e spessore di quest'ultimo sono presi di tale grandezza da rendere possibile senza troppo disagio la lavorazione ; la h , della quale per ora non si ha a tenere conto, è scelta in modo che i momenti di inerzia dei due tori risultino uguali.

Si ottiene :

$$c' = 0,0000172 ,$$

$$c'' = 0,0002283 .$$

Perchè le quantità cH si uguagliassero nei due casi bisognerebbe fare :

$$\begin{aligned} H' &= \frac{c''}{c'} H'' , \\ &= 13,27 H'' , \end{aligned}$$

e se fosse, per esempio:

$$H'' = 100 ,$$

che, per una semplice spirale, è già un campo notevole, si dovrebbe avere :

$$H' = 1327 ,$$

cosa non difficile da ottenere con un elettromagnete di Faraday.

Un argomento poi che ci porta a scegliere l'anello d'argento, piuttosto che il tubo d'alluminio, è l'argomento del peso. Con i dati, che abbiamo ammesso poc' anzi, si troverebbe infatti che il primo sistema importa

$$0,5263 \text{ gr.} ,$$

mentre il secondo raggiunge

$$7,1597 \text{ gr.}$$

Quindi la necessità di impiegare nel caso del tubicino d'alluminio un filo di gran lunga più robusto per sospendere l'equipaggio; ciò che porterebbe naturalmente ad introdurre una forza di torsione più grande.

Il risultato di questa analisi minuta si può riassumere dunque nell'opportunità di scegliere un anello d'argento come conduttore, e un elettromagnete per la produzione del campo.

§ 9. Ho costruito all'uopo l'apparecchio, che la figura 2 rappresenta in prospettiva.

Due bobine uguali, con nucleo di ferro, sono disposte verticalmente, una sopra l'altra. L'inferiore è fissata alla tavo-

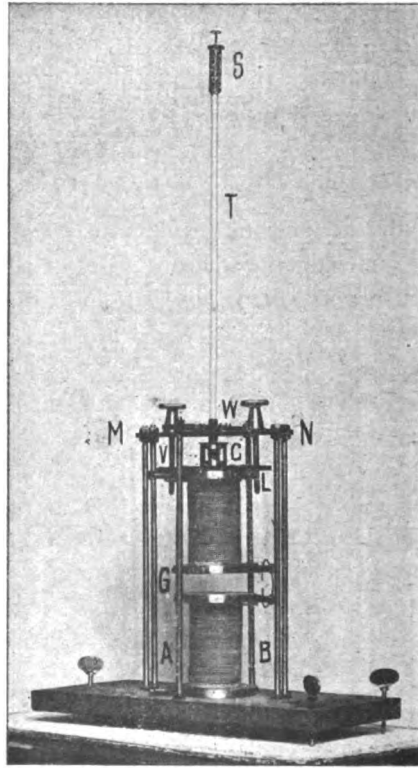


Fig. 2.

letta del sostegno, la superiore invece si regge per mezzo di due grosse viti, che ingranano in due femmine praticate nella lastra metallica L, mentre passano senza mordere per la traversa MN, e vi s'appoggiano con le testate.

Due guide, delle quali una sola, G, si scorge bene nella figura, scorrendo lungo le aste verticali A e B, impediscono alla bobina superiore i movimenti di beccheggio.

A questa stessa bobina, in alto, sopra l'orifizio del foro, che l'attraversa in tutta la lunghezza, è fissata una camera, C, munita di finestra; la quale si prolunga alla sua volta con un tubo di vetro lungo e sottile, T. Il tubo passa liberamente per

un ampio foro, praticato nella parte mediana delle due lastre ortogonali MN e VW, e reca all'estremità superiore, S, gli organi necessari per la sospensione.

Ogni bobina è alta in tutto dodici centimetri; le lastre terminali avendo un centimetro di spessore, ne rimangono dieci per la parte di mezzo, destinata a ricevere il filo: vi sono di questo undici strati e in ciascun strato quarantuna spire. Il diametro del conduttore è di due millimetri all'incirca.

Quanto ai fori assiali, che traversano le bobine, essi hanno una luce di un centimetro e mezzo; però, agli estremi, sono incastrati dei cilindretti cavi, con cinque millimetri appena di diametro interno ¹⁾.

§ 10. Il toro mobile fu l'anello d'argento, del quale ho discorso innanzi ²⁾; il rapporto dei raggi:

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{r_1 + l}{r_1} = 1 + \frac{l}{r_1} = \frac{0,5}{0,3} = 1,67$$

fornisce:

$$l = 0,67 r_1,$$

1) In alcune esperienze preliminari avevo adottato la disposizione, che la figura 3 rappresenta schematicamente; qui la distanza fra le bobine era di qualche centimetro, il campo, determinato con il metodo delle correnti indotte, risultò di 100 unità o poco più. Il toro impiegato fu un anello di rame, definito dalle seguenti costanti:

$$r_1 = 0,10$$

$$r_2 = 0,75$$

$$h = 0,10;$$

facendo il calcolo nel modo indicato al dodicesimo paragrafo risulta:

$$|K| < 2 \text{ circa.}$$

Questo esempio può indicare quale vantaggio importino le condizioni consigliate dalla teor. È dubbio solamente se le formole si possano ancora applicare, quando la sospensione è fatta con due fili.

2) Si confronti il paragrafo ottavo.

Serie V. Vol. I.

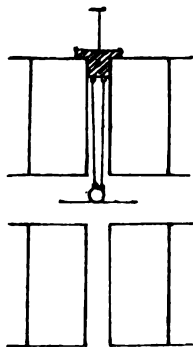


Fig. 3.

con che è rispettata, all'ingrosso, la condizione espressa con la formula (6). Il valore poi di r_1 e di h li scelsi in base al concetto che il momento del toro dovesse risultare almeno cinquanta volte più grande di quello delle parti rimanenti della sospensione.

Questa è fatta per mezzo di un tubicino cilindrico di vetro, lungo 15 centimetri, spesso 0,050; il suo peso era 0,085 gr., la densità, determinata con una misura diretta, si trovò uguale prossimamente a 3,0.

Posto :

$$\pi h d . (r_1^3 - r_2^3) = 0,085 \text{ } ^1),$$

si ricava con questi dati :

$$r_1 = 0,005 .$$

Su la faccia inferiore dell'anello d'argento è incollato un foglio di carta, con un forellino al centro. Tre fili di rame sottilissimi, lunghi un centimetro, attorti a treccia per metà della loro lunghezza, e ripiegati poi a novanta gradi dalla direzione primitiva, a centoventi uno dall'altro ²⁾, servono per assicurare al tubetto di vetro il sistema dell'anello. A tale scopo si fa riposare il disco di carta sopra i tre fili, come sopra una mensola, fermandolo ad essi con una goccia di cera; e la treccia si introduce a forza nel cavo del tubicino.

Alla parte superiore di questo, in corrispondenza della camera C, si fissa poi, anche con un po' di cera, lo specchietto. Esso aveva nelle mie esperienze un raggio di 0,375 centimetri, e un peso di 0,042 grammi; la sua densità mi risultò uguale a 2,4.

Ponendo :

$$\pi h d r^3 = 0,042 ,$$

si ottiene :

$$h = 0,040 .$$

1) Indico il peso dell'unità di volume con la stessa lettera, che ho impiegato a rappresentare la densità.

2) La fig. 4 a li rappresenta nella scala di 3 a 1.

La figura 4 b dà un' idea dell' equipaggio mobile, ridotto alla metà della sua grandezza reale.

Con i dati, che ho riferito, riesce facile adesso di calcolare i momenti di inerzia relativi all'anello (M_A), al tubetto di vetro (M_T), e allo specchio (M_S).

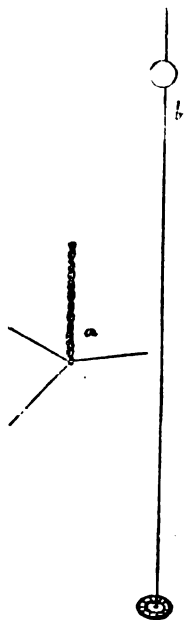


Fig. 4.

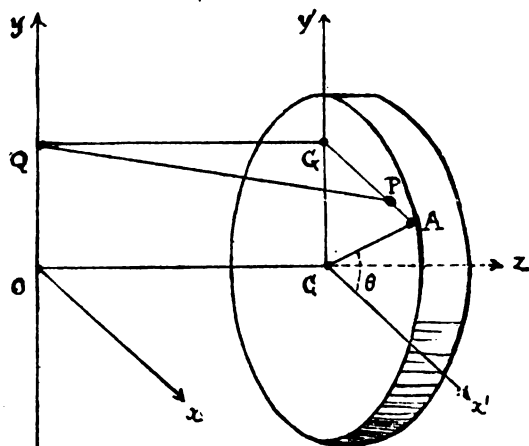


Fig. 5.

Per l' anello e il tubetto il calcolo va fatto in base alla formola (4), si ottiene:

$$\begin{aligned} M_A &= 0,08947, \\ M_T &= 0,00003. \end{aligned}$$

Per lo specchio è necessario ricavare una nuova espressione, la quale, del resto, ci sarà utile anche nel seguito.

Il problema consiste nel determinare il momento di inerzia di una ruota massiccia, le cui basi sono parallele all'asse di rotazione; si aggiunge ancora che la normale alle basi nel centro viene a tagliare l'asse predetto in un suo punto O. Assumeremo (fig. 5) questo punto come origine di un sistema di coordinate, prendendo per asse y l'asse di rotazione, per

asse z la normale da O alle basi, e per asse x finalmente la normale comune ad y e z .

La distanza di un punto, P , della ruota dall'asse di rotazione è la distanza di P dal punto Q , che ha la stessa y ; avremo dunque:

$$\begin{aligned} dM &= d \cdot \overline{QP^2} \cdot dv, \\ &= d \cdot (\overline{QG^2} + \overline{GP^2}) \cdot dv, \\ &= d \cdot (z^2 + x^2) dx dy dz, \end{aligned}$$

e, integrando:

$$\begin{aligned} M &= d \cdot \iiint (z^2 + x^2) dx dy dz, \\ \frac{1}{4} M &= d \cdot \int_{\Delta}^{\Delta+h} dz \int_0^r dy \int_0^{\sqrt{r^2-y^2}} (z^2 + x^2) dx, \\ &= d \cdot \int_{\Delta}^{\Delta+h} dz \int_0^r dy \left[z^2 \sqrt{r^2-y^2} + \frac{(r^2-y^2)^{\frac{3}{2}}}{3} \right], \end{aligned}$$

essendosi indicato con Δ la distanza della prima base dall'asse. Per integrare conviene fare un cambiamento di variabile; posto:

$$(CA, x') = \theta$$

verrà:

$$\begin{aligned} y &= r \sin \theta, \quad dy = r \cos \theta d\theta, \\ \sqrt{r^2 - y^2} &= r \cos \theta, \end{aligned}$$

e, sostituendo;

$$\begin{aligned}
\frac{1}{4} M &= d \cdot \int_{\Delta}^{\Delta+h} dz \left(r^2 z^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \theta \, d\theta + \frac{r^4}{3} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^4 \theta \, d\theta \right), \\
&= d \cdot \int_{\Delta}^{\Delta+h} dz \left(r^2 z^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1+\cos 2\theta}{2} \, d\theta + \frac{r^4}{3} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1+2\cos 2\theta + \frac{1+\cos 4\theta}{2}}{4} \, d\theta \right), \\
&= d \cdot \int_{\Delta}^{\Delta+h} dz \left[r^2 z^2 \frac{1}{2} \frac{\pi}{2} + \frac{r^4}{3} \left(\frac{1}{4} \frac{\pi}{2} + \frac{1}{8} \frac{\pi}{2} \right) \right], \\
&= \frac{\pi r^2 d}{4} \cdot \int_{\Delta}^{\Delta+h} dz \left(z^2 + \frac{r^2}{4} \right), \\
&= \frac{\pi r^2 d}{4} \cdot \left[\frac{(\Delta+h)^3}{3} - \frac{\Delta^3}{3} + \frac{r^2 h}{4} \right], \\
&= \frac{\pi r^2 d}{4} \cdot \left(\Delta^2 h + h^2 \Delta + \frac{h^3}{3} + \frac{r^2 h}{4} \right),
\end{aligned}$$

ossia :

$$(7) \quad M = \pi r^2 d \cdot \left(\Delta^2 h + h^2 \Delta + \frac{h^3}{3} + \frac{r^2 h}{4} \right).$$

Se si adopera questa formola nel caso nostro risulta :

$$M_s = 0,00158;$$

è dunque :

$$\frac{M_s}{M_r + M_s} = 55,5.$$

L'equipaggio è sospeso con un filo di bozzolo, che nel mio apparecchio aveva all'incirca un mezzo metro di lunghezza; l'anello d'argento viene a trovarsi, come bene si comprende, nello spazio che sta fra le due bobine, e il tubetto di vetro traversa in tutta la sua lunghezza la bobina superiore.

L'intero apparecchio fu coperto con un cilindro di cartone, munito di finestra a vetri.

§ 11. Per la misura del campo elettromagnetico mi sono valso di una spirale di bismuto ¹⁾, costrutta e tarata dalla casa Hartmann e Braun di Francoforte s. Meno. Le indicazioni, che si ottengono per questa via hanno una concordanza sufficiente, se pure non perfettissima.

La resistenza della spirale cambia infatti da un giorno all'altro senza che si possa cercarne la causa in condizioni esterne mutate, per esempio nella temperatura: ma l'incremento relativo si mantiene press' a poco uniforme. I dati, che riporto più avanti, offrono di tale fenomeno un esempio caratteristico.

Del resto a me importava sopra tutto di conoscere l'ordine di grandezza dei campi impiegati, e d'altra parte mi occorreva un metodo di misura, che non impedisse di tenere estremamente vicini i due nuclei dell'elettromagnete.

Nelle esperienze definitive la corrente dentro le bobine fu sempre di 20 Ampère, la distanza fra le superfici affacciate dei nuclei di 0,2 centimetri.

Ritrovavo questa condizione collocando su la bobina inferiore dei pezzetti di lastra di rame, e allentando poi le viti in modo che l'altra bobina vi si venisse ad appoggiare.

Ho determinato con qualche cura il campo corrispondente, ripetendo l'esperienza cinque volte in diverse giornate. Riporterò, come saggio di tali determinazioni, i numeri, che si riferiscono a due misure.

1ª esp. — 23 Gennaio 1901.

Resistenza di confronto
32 Ohm.

Posizione del corsoio sul filo	Resistenza della spirale
Corrente nulla . . 49,2	30,99
» di 20 Amp. 49,6	31,49

$$\frac{\Delta R}{R} = 0,0161.$$

¹⁾ Spirale N. 225, avuta in prestito dal Prof. G. Grassi del R. Museo Industriale.

2^a esp. — 27 Gennaio 1901.Resistenza di confronto
82 Ohm.

Posizione del corsoio sul filo	Resistenza della spirale
Corrente nulla . . 50,9	33,17
» di 20 Amp. 51,3	33,72

$$\frac{\Delta R}{R} = 0,0166.$$

Come media di queste e delle tre esperienze rimanenti si può assumere :

$$\frac{\Delta R}{R} = 0,016 ;$$

ora la curva di taratura, della quale riproduco una porzione nella figura 6, importerebbe in corrispondenza di questa ordinata un campo di circa mille unità (C. G. S.).

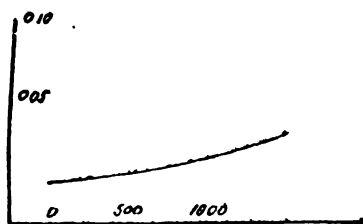


Fig. 6.

§ 12. Lo specchietto essendo piano le osservazioni si facevano con scala e cannocchiale nel modo ordinario; l'obbiettivo di quest'ultimo era disposto a due metri esattamente dall'asse dell'equipaggio mobile.

Il risultato della ricerca fu negativo.

Quando si stabilisce la corrente si vede nel campo del cannocchiale uno spostamento della scala, che, anche nei casi più favorevoli, importa sempre un paio di divisioni (millimetri). Questo spostamento non si inverte con la forza magnetica, e dura quanto il flusso; deve quindi ascriversi ad azioni attrattive, la cui risultante riesce diversa da zero per le dissimetrie inevitabili dell'equipaggio.

Interrompendo la corrente si *ricasca* alla posizione d'equilibrio, con un gran numero d'oscillazioni. Anche quì il senso della forza magnetica non sembra esercitare la minima influenza.

Le esperienze conducono senz'altro alla determinazione di un limite massimo per la costante K .

Spostandosi la scala della quantità s , mentre la distanza fra lo specchio e l'obbiettivo è Δ , l'angolo x descritto dall'equipaggio mobile si determinerà con l'equazione:

$$\begin{aligned}\frac{s}{\Delta} &= \operatorname{tg} 2x, \\ &= 2x.\end{aligned}$$

dalla quale si ricava:

$$x = \frac{s}{2\Delta};$$

nel caso nostro, poichè lo spostamento cercato è inferiore, senza dubbio, a una divisione, avremo:

$$\begin{aligned}|x| &< \frac{0,1}{400}, \\ &< 0,00025.\end{aligned}$$

La formola (5) fornisce:

$$|x| = \frac{|K| \cdot |H|}{4\pi r_1^2 d \rho \frac{z-1}{\log z}},$$

e quindi:

$$\frac{|K| \cdot |H|}{4\pi r_1^2 d \rho \frac{z-1}{\log z}} < 0,00025,$$

ossia:

$$|K| < \frac{0,00025}{|H| \cdot \log z} 4\pi r_1^2 d \rho (z-1).$$

Se si introducono nel secondo membro di questa disuguaglianza i valori numerici già noti, e che riporto ancora una volta nello specchio seguente :

$$\begin{aligned} r_1 &= 0,3 & z &= \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^4 = 7,72 \\ r_2 &= 0,5 \\ d &= 10,47 & |H| &= 1000 \\ \rho &= 1,492 \cdot 10^3 \end{aligned}$$

si ottiene :

$$|K| < 0,015.$$

§ 13. Questo numero acquista un significato solamente se lo si paragona con i valori numerici dei coefficienti degli altri termini dell' energia cinetica.

Quanto al momento di inerzia ho già dato la sua espressione e la sua grandezza ; rimane solo da calcolare il coefficiente di autoinduzione.

La cosa si fa agevolmente, applicando una formola del Maxwell, che fornisce il coefficiente di induzione mutua (P) di due cerchi, posti in piani paralleli per modo che i centri stiano sopra una perpendicolare alla giacitura comune ¹⁾.

La formola è la seguente :

$$\begin{aligned} P &= 4 \pi a \left(1 + \frac{x}{2a} + \frac{x^2 + 3y^2}{16a^2} + \dots \right) \log \frac{8a}{b} \\ &+ 4 \pi a \left(-2 - \frac{x}{2a} + \frac{3x^2 - y^2}{16a^2} + \dots \right), \end{aligned}$$

in essa :

a è il raggio di uno dei due cerchi,

$a + x$ è il raggio del secondo cerchio,

y è la distanza fra i due piani,

b è la distanza minima fra un punto del primo e uno del secondo cerchio.

1) L. c. pag. 311.

Per fare il calcolo nel caso nostro si consideri una sezione fatta con un piano passante per l'asse dell'anello; l'anello verrà segato secondo due rettangoli, uno dei quali è segnato in figura (fig. 7).

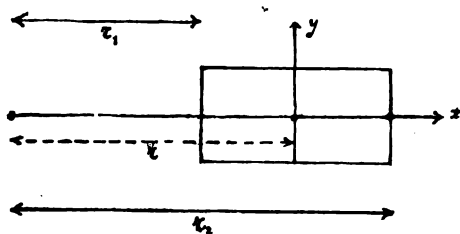


Fig. 7.

Nel piano della sezione si prendano due assi ortogonali, uno di essi (x) sia secondo il raggio dell'anello, l'altro (y) perpendicolare a questo primo.

L'origine sarà nell'incontro delle diagonali del rettangolo di traccia; ogni punto di questo rettangolo determina un cerchio, e il coefficiente di autoinduzione dell'anello si calcola tenendo conto dell'induzione mutua di tutte le coppie possibili di questi cerchi a sezione infinitesima.

Indicando con (x_1, y_1) e (x_2, y_2) rispettivamente due punti presi a caso dentro il rettangolo, e scrivendo r per $\frac{r_1 + r_2}{2}$, bisognerà nella formola di Maxwell porre:

$$\begin{aligned} \text{in luogo di } a & \dots\dots\dots r + x_1, \\ \text{» } & \text{» } x & \dots\dots\dots x_2 - x_1, \\ \text{» } & \text{» } y & \dots\dots\dots y_2 - y_1, \\ \text{» } & \text{» } b & \dots\dots\dots \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}. \end{aligned}$$

Viene dunque:

$$\begin{aligned} P = 4\pi(r + x_1) & \left[1 + \frac{x_2 - x_1}{2(r + x_1)} + \frac{(x_2 - x_1)^2 + 3(y_2 - y_1)^2}{16(r + x_1)^2} + \dots \right] \log 8 \frac{r + x_1}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + y_2 - y_1}}, \\ & + 4\pi(r + x_1) \left[-2 - \frac{x_2 - x_1}{2(r + x_1)} + \frac{3(x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2}{16(r + x_1)^2} + \dots \right], \end{aligned}$$

ossia :

$$\begin{aligned}
 P &= 4\pi r \left(1 + \frac{x_1}{r}\right) \left[1 + \frac{x_2 - x_1}{2r \left(1 + \frac{x_1}{r}\right)} + \frac{(x_2 - x_1)^2 + 3(y_2 - y_1)^2}{16r^2 \left(1 + \frac{x_1}{r}\right)^2} \log 8 \frac{r + x_1}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}} \right. \\
 &\quad \left. + 4\pi r \left(1 + \frac{x_1}{r}\right) \left[-2 - \frac{x_2 - x_1}{2r \left(1 + \frac{x_1}{r}\right)} + \frac{3(x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2}{16r^2 \left(1 + \frac{x_1}{r}\right)^2} + \dots \right] \right], \\
 &= 4\pi r \left(1 + \frac{x_1}{r}\right) \left[1 + \frac{x_2 - x_1}{2r} \left(1 - \frac{x_1}{r}\right) + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{(x_2 - x_1)^2 + 3(y_2 - y_1)^2}{16r^2} \left(1 - 2\frac{x_1}{r}\right) + \dots \right] \log 8 \frac{r + x_1}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}} \\
 &\quad + 4\pi r \left(1 + \frac{x_1}{r}\right) \left[-2 - \frac{x_2 - x_1}{2r} \left(1 - \frac{x_1}{r}\right) + \frac{3(x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2}{16r^2} \left(1 - 2\frac{x_1}{r}\right) + \dots \right], \\
 &= 4\pi r \left(1 + \frac{x_1}{r}\right) \left[1 + \frac{x_2 - x_1}{2r} - \frac{x_2 x_1 - x_1^2}{2r^2} + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{(x_2 - x_1)^2 + 3(y_2 - y_1)^2}{16r^2} + \dots \right] \log 8 \frac{r + x_1}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}} \\
 &\quad + 4\pi r \left(1 + \frac{x_1}{r}\right) \left[-2 - \frac{x_2 - x_1}{2r} + \frac{x_2 x_1 - x_1^2}{2r^2} + \frac{3(x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2}{16r^2} + \dots \right], \\
 &= 4\pi r \left[1 + \frac{x_2 + x_1}{2r} + \frac{(x_2 - x_1)^2 + 3(y_2 - y_1)^2}{16r^2} + \dots \right] \log 8 \frac{r + x_1}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}} \\
 &\quad + 4\pi r \left[-2 - \frac{x_2 - x_1}{2r} - 2\frac{x_1}{r} + \frac{3(x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2}{16r^2} + \dots \right].
 \end{aligned}$$

A questo punto si noterà che è :

$$\begin{aligned}
 \log 8 \frac{r + x_1}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}} &= \log 8 + \log \frac{r + x_1}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}}, \\
 &= \log 8 + \log \frac{r}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}} \left(1 + \frac{x_1}{r}\right), \\
 &= \log 8 \frac{r}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}} + \log \left(1 + \frac{x_1}{r}\right), \\
 &= \log 8 \frac{r}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}} + \frac{x_1}{r} - \frac{x_1^2}{2r^2} + \dots;
 \end{aligned}$$

e quindi, sostituendo :

$$\begin{aligned}
 P &= 4\pi r \left[1 + \frac{x_2 + x_1}{2r} + \frac{(x_2 - x_1)^2 + 3(y_2 - y_1)^2}{16r^2} \right] \log 8 \frac{r}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}} \\
 &\quad + 4\pi r \left[-2 - \frac{x_2 - x_1}{2r} - 2 \frac{x_1}{r} + \frac{3(x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2}{16r^2} + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{x_1}{r} + \frac{(x_2 + x_1)x_1}{2r^2} - \frac{x_1^2}{2r^2} \right], \\
 &= 4\pi r \left[1 + \frac{x_2 + x_1}{2r} + \frac{(x_2 - x_1)^2 + 3(y_2 - y_1)^2}{16r^2} \right] \log 8 \frac{r}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}} \\
 &\quad + 4\pi r \left[-2 - \frac{x_2 - x_1}{2r} + \frac{x_1 x_2}{2r^2} + \frac{3(x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2}{16r^2} \right], \\
 &= 4\pi r \log 8 r \cdot \left[1 + \frac{x_2 + x_1}{2r} + \frac{(x_2 - x_1)^2 + 3(y_2 - y_1)^2}{16r^2} \right] \\
 &\quad + 4\pi r \left[-2 - \frac{x_2 - x_1}{2r} + \frac{x_1 x_2}{2r^2} + \frac{3(x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2}{16r^2} \right] \\
 &\quad - 4\pi r \log \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \cdot \left[1 + \frac{x_2 + x_1}{2r} + \frac{(x_2 - x_1)^2 + 3(y_2 - y_1)^2}{16r^2} \right], \\
 &= P_1 - P_2 \log \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.
 \end{aligned}$$

Conservando alle lettere l ed h il loro significato ¹⁾ potremo scrivere il coefficiente di autoinduzione dell' anello sotto la forma :

$$L = \frac{1}{l^2 h^2} \int dy_2 \int dy_1 \int dx_2 \int dx_1 \left[P_1 - P_2 \log \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \right] \cdot \left[\frac{h}{2} + \frac{h}{2} + \frac{l}{2} + \frac{l}{2} - \frac{h}{2} - \frac{h}{2} - \frac{l}{2} - \frac{l}{2} \right].$$

Bisogna adesso fare la sostituzione ed eseguire i calcoli.

1) Si confronti il sesto paragrafo.

Porremo anzitutto :

$$L = L_1 - L_2 ,$$

$$L_1 = \frac{1}{l^2 h^2} \iiint \int dy_1 dy_2 dx_1 dx_2 P_1 ,$$

$$L_2 = \frac{1}{l^2 h^2} \iiint \int dy_1 dy_2 dx_1 dx_2 P_2 \log V \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} .$$

Il primo termine si calcola immediatamente e fornisce :

$$\begin{aligned} L_1 &= \frac{1}{l^2 h^2} \left[4 \pi r \log 8 r \cdot \left(l^2 h^2 + \frac{1}{96} \frac{l^4 h^2}{r^2} + \frac{1}{32} \frac{l^2 h^4}{r^2} \right) \right. \\ &\quad \left. + 4 \pi r \left(-2 l^2 h^2 + \frac{1}{32} \frac{l^4 h^2}{r^2} - \frac{1}{96} \frac{l^2 h^4}{r^2} \right) \right] , \\ &= 4 \pi r \log 8 r \cdot \left(1 + \frac{1}{96} \frac{l^2}{r^2} + \frac{1}{32} \frac{h^2}{r^2} \right) \\ &\quad + 4 \pi r \left(-2 + \frac{1}{32} \frac{l^2}{r^2} - \frac{1}{96} \frac{h^2}{r^2} \right) ; \end{aligned}$$

se si fa l'ipotesi che i termini in $\frac{l^2}{r^2}$, $\frac{h^2}{r^2}$ siano trascurabili rispetto agli altri risulta :

$$L'_1 = 4 \pi r (\log 8 r - 2) .$$

Ed ora resta da calcolare il secondo termine, cioè :

$$L_2 = \frac{1}{l^2 h^2} \iiint \int dy_1 dy_2 dx_1 dx_2 P_2 \log V \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} ;$$

questo può scindersi in quattro, ponendo in luogo di P_2 la sua espressione. Sarà infatti :

$$L_2 = L_{211} + L_{212} + L_{221} + L_{222} ,$$

con :

$$\begin{aligned} L_{211} &= \frac{4 \pi r}{l^2 h^2} \int dy_2 \int dy_1 \int dx_2 \int dx_1 \log V \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} , \\ &\quad + \frac{h}{2} + \frac{h}{2} + \frac{l}{2} + \frac{l}{2} \\ &\quad - \frac{h}{2} - \frac{h}{2} - \frac{l}{2} - \frac{l}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_{1,2} &= \frac{4\pi r}{l^2 h^2} \cdot \frac{1}{2r} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} dy_2 \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} dy_1 \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} dx_2 \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} dx_1 (x_2 + x_1) \log V \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}, \\
 I_{2,3} &= \frac{4\pi r}{l^2 h^2} \cdot \frac{1}{16r^2} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} dy_2 \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} dy_1 \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} dx_2 \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} dx_1 (x_2 - x_1)^2 \log V \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}, \\
 I_{3,4} &= \frac{4\pi r}{l^2 h^2} \cdot \frac{3}{16r^2} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} dy_2 \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} dy_1 \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} dx_2 \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} dx_1 (y_2 - y_1)^2 \log V \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.
 \end{aligned}$$

Il primo di tali termini, $I_{2,1}$, fu già calcolato dal Maxwell¹⁾, a meno del fattore $4\pi r$ esso rappresenta infatti *il logaritmo della distanza geometrica media (m) del rettangolo da se medesimo*, è quindi:

$$\begin{aligned}
 I_{2,1} &= 4\pi r \log m = 4\pi r \left[\frac{1}{2} \log(h^2 + l^2) - \frac{1}{12} \frac{l^2}{h^2} \log\left(1 + \frac{h^2}{l^2}\right) - \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{12} \frac{h^2}{l^2} \log\left(1 + \frac{l^2}{h^2}\right) + \frac{2}{3} \frac{l}{h} \operatorname{artg} \frac{h}{l} + \frac{2}{3} \frac{h}{l} \operatorname{artg} \frac{l}{h} - \frac{25}{12} \right].
 \end{aligned}$$

Il secondo termine, $I_{2,2}$, è nullo, come è facile vedere; in generale infatti si avrà:

$$\begin{aligned}
 &\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} dx_2 \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} dx_1 X(x_1, x_2) = \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} dx_2 \left(\int_0^{\frac{l}{2}} dx_1 X - \int_0^{\frac{l}{2}} dx_1 X \right), \\
 &= \int_0^{\frac{l}{2}} dx_2 \int_0^{\frac{l}{2}} dx_1 X - \int_0^{\frac{l}{2}} dx_2 \int_0^{\frac{l}{2}} dx_1 X - \int_0^{\frac{l}{2}} dx_2 \int_0^{\frac{l}{2}} dx_1 X + \int_0^{\frac{l}{2}} dx_2 \int_0^{\frac{l}{2}} dx_1 X;
 \end{aligned}$$

1) L. c. pag. 296.

consideriamo in particolare il primo termine, ponendo per $X(x_1, x_2)$ la sua espressione, vale a dire occupiamoci dell' integrale :

$$+\frac{l}{2} + \frac{l}{2} \\ \int_0^l dx_2 \int_0^l dx_1 (x_2 + x_1) \log V \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + c^2}.$$

Prendendo delle nuove variabili, definite dalle relazioni :

$$z_1 = -x_1,$$

$$z_2 = -x_2,$$

esso diventa :

$$-\frac{l}{2} - \frac{l}{2} \\ - \int_0^l dz_2 \int_0^l dz_1 (z_2 + z_1) \log V \sqrt{(z_2 - z_1)^2 + c^2},$$

e poichè, trattandosi di integrali definiti, i nomi delle variabili non importano, potrà scriversi anche :

$$-\frac{l}{2} - \frac{l}{2} \\ - \int_0^l dx_2 \int_0^l dx_1 (x_2 + x_1) \log V \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + c^2};$$

il primo termine nell'espressione di $L_{1,2}$ si distrugge dunque con l'ultimo. Similmente si troverebbe che il secondo annulla il terzo, essendo :

$$+\frac{l}{2} - \frac{l}{2} \\ - \int_0^l dx_2 \int_0^l dx_1 (x_2 + x_1) \log V \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + c^2} = \\ -\frac{l}{2} + \frac{l}{2} \\ = \int_0^l dx_2 \int_0^l dx_1 (x_2 + x_1) \log V \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + c^2};$$

vuol dire che $L_{1,1}$ è nullo identicamente, come si era annunciato. Restano a calcolarsi $L_{2,3}$ e $L_{3,4}$, ma si capisce che i cal-

coli, che servono per uno di questi integrali sono anche utili per l'altro, dal momento che, a meno di un fattore numerico, si passa dal primo al secondo semplicemente scambiando le x con le y .

Facciamo dunque, per esempio, l'integrazione di :

$$\begin{aligned} & +\frac{h}{2} + \frac{h}{2} + \frac{l}{2} + \frac{l}{2} \\ & \int dy_2 \int dy_1 \int dx_2 \int dx_1 (x_2 - x_1)^2 \log V \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} . \\ & -\frac{h}{2} - \frac{h}{2} - \frac{l}{2} - \frac{l}{2} \end{aligned}$$

Gli sviluppi riescono assai lunghi e tedious, ma non offrono nessuna speciale difficoltà; le formole, che s'impiegano un gran numero di volte nel corso del calcolo, sono le seguenti, le quali tutte possono dedursi per mezzo di successive integrazioni parziali :

$$\begin{aligned} a). \int x^m \log(x^2 + c^2) dx &= \frac{x^{m+1}}{m+1} \log(x^2 + c^2) - \frac{2}{m+1} \frac{x^{m+1}}{m+1} + \\ &+ \frac{2}{m+1} c^2 \frac{x^{m-1}}{m-1} - \frac{2}{m+1} c^4 \frac{x^{m-3}}{m-3} + \dots \pm \frac{2}{m+1} c^{m-1} \frac{x^2}{2} \mp \\ &\mp \frac{2}{m+1} c^{m+1} \frac{1}{2} \log(x^2 + c^2) + C, \\ &\text{(per } m \text{ intero e dispari)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b). \int x^m \log(x^2 + c^2) dx &= \frac{x^{m+1}}{m+1} \log(x^2 + c^2) - \frac{2}{m+1} \frac{x^{m+1}}{m+1} + \\ &+ \frac{2}{m+1} c^2 \frac{x^{m-1}}{m-1} - \frac{2}{m+1} c^4 \frac{x^{m-3}}{m-3} + \dots \pm \frac{2}{m+1} c^m x \mp \\ &\mp \frac{2}{m+1} c^{m+1} \operatorname{artg} \frac{x}{c} + C, \\ &\text{(per } m \text{ intero e pari)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c). \int x^m \log x^2 dx &= \frac{x^{m+1}}{m+1} \log x^2 - \frac{2}{m+1} \frac{x^{m+1}}{m+1} + C, \\ &\text{(per } m \text{ qualunque)} \end{aligned}$$

$$d). \int x^m \operatorname{artg} \frac{c}{x} dx = \frac{x^{m+1}}{m+1} \operatorname{artg} \frac{c}{x} + \frac{c}{m+1} \frac{x^m}{m} - \frac{c^3}{m+1} \frac{x^{m-2}}{m-2} + \\ + \frac{c^5}{m+1} \frac{x^{m-4}}{m-4} - \dots \pm \frac{c^m}{m+1} x \mp \frac{c^{m+1}}{m+1} \operatorname{artg} \frac{x}{c} + C, \\ \text{(per } m \text{ intero e dispari)}$$

$$e). \int x^m \operatorname{artg} \frac{c}{x} dx = \frac{x^{m+1}}{m+1} \operatorname{artg} \frac{c}{x} + \frac{c}{m+1} \frac{x^m}{m} - \frac{c^3}{m+1} \frac{x^{m-2}}{m-2} + \\ + \frac{c^5}{m+1} \frac{x^{m-4}}{m-4} - \dots \pm \frac{c^{m-1}}{m+1} \frac{x^2}{2} \mp \frac{c^{m+1}}{m+1} \frac{1}{2} \log(x^2 + c^2) + C, \\ \text{(per } m \text{ intero e pari)}$$

$$f). \int \operatorname{artg} \frac{x}{c} dx = x \operatorname{artg} \frac{x}{c} - \frac{c}{2} \log(x^2 + c^2) + C.$$

Eseguendo il calcolo per intero risulta :

$$+\frac{h}{2} + \frac{h}{2} + \frac{l}{2} + \frac{l}{2} \\ \int dy_2 \int dy_1 \int dx_2 \int dx_1 (x_2 - x_1)^2 \log V \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \\ -\frac{h}{2} - \frac{h}{2} - \frac{l}{2} - \frac{l}{2} \\ = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{10} l^2 h^4 - \frac{19}{36} l^4 h^2 - \frac{1}{15} l^6 \log \left(1 + \frac{h^2}{l^2} \right) + \frac{1}{30} h^6 \log \left(1 + \frac{l^2}{h^2} \right) \right. \\ \left. + \frac{1}{6} l^4 h^2 \log(l^2 + h^2) - \frac{2}{15} l^2 h^4 \operatorname{artg} \frac{h}{l} + \frac{2}{5} l^2 h^4 \operatorname{artg} \frac{l}{h} \right], \\ = \frac{1}{20} l^2 h^4 - \frac{19}{72} l^4 h^2 - \frac{1}{30} l^6 \log \left(1 + \frac{h^2}{l^2} \right) + \frac{1}{60} h^6 \log \left(1 + \frac{l^2}{h^2} \right) \\ + \frac{1}{12} l^4 h^2 \log(l^2 + h^2) - \frac{1}{15} l^2 h^4 \operatorname{artg} \frac{h}{l} + \frac{1}{5} l^2 h^4 \operatorname{artg} \frac{l}{h}.$$

Si ottiene dunque senz'altro :

$$+\frac{h}{2} + \frac{h}{2} + \frac{l}{2} + \frac{l}{2} \\ \int dy_2 \int dy_1 \int dx_2 \int dx_1 (y_2 - y_1)^2 \log V \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2} = \\ -\frac{h}{2} - \frac{h}{2} - \frac{l}{2} - \frac{l}{2} \\ = \frac{1}{20} h^2 l^4 - \frac{19}{72} h^4 l^2 - \frac{1}{30} h^6 \log \left(1 + \frac{l^2}{h^2} \right) + \frac{1}{60} l^6 \log \left(1 + \frac{h^2}{l^2} \right) \\ + \frac{1}{12} h^2 l^2 \log(h^2 + l^2) - \frac{1}{15} h^2 l^4 \operatorname{artg} \frac{l}{h} + \frac{1}{5} h^2 l^4 \operatorname{artg} \frac{h}{l}.$$

Con questi elementi si possono valutare con tutta facilità i termini $L_{3,3}$ e $L_{3,4}$ del nostro coefficiente di autoinduzione.

Viene infatti:

$$\begin{aligned}
 L_{3,3} + L_{3,4} &= \frac{4\pi r}{l^3 h^3} \cdot \frac{1}{16 r^3} \left\{ \frac{1}{20} l^2 h^4 - \frac{19}{72} l^4 h^2 - \frac{1}{30} l^6 \log \left(1 + \frac{h^2}{l^2} \right) \right. \\
 &\quad + \frac{1}{60} h^6 \log \left(1 + \frac{l^2}{h^2} \right) + \frac{1}{12} l^2 h^2 \log(l^2 + h^2) - \frac{1}{15} l h^3 \operatorname{artg} \frac{h}{l} \\
 &\quad + \frac{1}{5} l^3 h \operatorname{artg} \frac{l}{h} + 3 \left[-\frac{19}{72} l^2 h^4 + \frac{1}{20} l^4 h^2 + \frac{1}{60} l^6 \log \left(1 + \frac{h^2}{l^2} \right) \right. \\
 &\quad - \frac{1}{30} h^6 \log \left(1 + \frac{l^2}{h^2} \right) + \frac{1}{12} h^4 l^2 \log(l^2 + h^2) \\
 &\quad \left. \left. + \frac{1}{5} l h^3 \operatorname{artg} \frac{h}{l} - \frac{1}{15} l^3 h \operatorname{artg} \frac{l}{h} \right] \right\}, \\
 &= \frac{4\pi r}{l^3 h^3} \cdot \frac{1}{16 r^3} \left[\left(\frac{1}{20} - 3 \cdot \frac{19}{72} \right) l^2 h^4 - \left(\frac{19}{72} - 3 \cdot \frac{1}{20} \right) l^4 h^2 \right. \\
 &\quad - \left(\frac{1}{30} - 3 \cdot \frac{1}{60} \right) l^6 \log \left(1 + \frac{h^2}{l^2} \right) + \left(\frac{1}{60} - 3 \cdot \frac{1}{30} \right) h^6 \log \left(1 + \frac{l^2}{h^2} \right) \\
 &\quad + \left(\frac{1}{12} l^2 + 3 \cdot \frac{1}{12} h^2 \right) l^2 h^2 \log(l^2 + h^2) \\
 &\quad \left. - \left(\frac{1}{15} - 3 \cdot \frac{1}{5} \right) l h^3 \operatorname{artg} \frac{h}{l} + \left(\frac{1}{5} - 3 \cdot \frac{1}{15} \right) l^3 h \operatorname{artg} \frac{l}{h} \right], \\
 &= \frac{4\pi r}{l^3 h^3} \cdot \frac{1}{16 r^3} \left[-\frac{89}{120} l^2 h^4 - \frac{41}{360} l^4 h^2 + \frac{1}{60} l^6 \log \left(1 + \frac{h^2}{l^2} \right) \right. \\
 &\quad - \frac{1}{12} h^6 \log \left(1 + \frac{l^2}{h^2} \right) + \left(\frac{1}{12} l^2 + \frac{1}{4} h^2 \right) l^2 h^2 \log(l^2 + h^2) \\
 &\quad \left. + \frac{8}{15} l h^3 \operatorname{artg} \frac{h}{l} \right], \\
 &= 4\pi r \cdot \frac{1}{16 r^3} \left[-\frac{89}{120} h^3 - \frac{41}{360} l^2 + \frac{1}{60} \frac{l^4}{h^3} \log \left(1 + \frac{h^2}{l^2} \right) \right. \\
 &\quad - \frac{1}{12} \frac{h^4}{l^2} \log \left(1 + \frac{l^2}{h^2} \right) + \left(\frac{1}{12} l^2 + \frac{1}{4} h^2 \right) \log(l^2 + h^2) \\
 &\quad \left. + \frac{8}{15} \frac{h^3}{l} \operatorname{artg} \frac{h}{l} \right];
 \end{aligned}$$

e, se si fa l'ipotesi che i termini in $\frac{l^2}{r^2}$, $\frac{h^2}{r^2}$ siano trascurabili rispetto agli altri, risulta:

$$L'_{211} = L_{211} = 4\pi r \log m$$

$$L'_{222} + L'_{211} = 0;$$

viene dunque, in prima approssimazione:

$$L = L' = L' - L'_1,$$

$$= 4\pi r (\log 8r - 2) - 4\pi r \log m,$$

$$= 4\pi r \left(\log \frac{8r}{m} - 2 \right),$$

$$= 4\pi \frac{r_1 + r_2}{2} \left[\log \frac{8 \frac{r_1 + r_2}{2}}{m} - 2 \right],$$

$$(8) \quad = 2\pi (r_1 + r_2) \left[\log \frac{4(r_1 + r_2)}{m} - 2 \right];$$

che è la formola, che io ho dato in una nota preventiva, nella quale ho riassunto la prima parte di questo lavoro ⁽¹⁾.

Nel caso più generale si ottiene invece:

$$L = L_1 - L_2,$$

$$= 4\pi r \left\{ \log 8r \cdot \left(1 + \frac{1}{96} \frac{l^2}{r^2} + \frac{1}{32} \frac{h^2}{r^2} \right) - \log m - 2 + \frac{1}{32} \frac{l^2}{r^2} - \frac{1}{96} \frac{h^2}{r^2} \right. \\ \left. - \frac{1}{16r^2} \left[-\frac{89}{120} h^2 - \frac{41}{360} l^2 + \frac{1}{60} \frac{l^4}{h^2} \log \left(1 + \frac{h^2}{l^2} \right) - \frac{1}{12} \frac{h^4}{l^2} \log \left(1 + \frac{l^2}{h^2} \right) \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{12} l^2 \log (l^2 + h^2) + \frac{1}{4} h^2 \log (l^2 + h^2) + \frac{8}{15} \frac{h^3}{l} \operatorname{artg} \frac{h}{l} \right] \right\},$$

$$(9) \quad = 2\pi (r_1 + r_2) \left\{ \log 4(r_1 + r_2) \cdot \left[1 + \frac{1}{24} \frac{l^2}{(r_1 + r_2)^2} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{8} \frac{h^2}{(r_1 + r_2)^2} \right] - \log m - 2 + \frac{1}{(r_1 + r_2)^2} \left[\frac{221}{1440} l^2 + \frac{23}{160} h^2 \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1}{240} \frac{l^4}{h^2} \log \left(1 + \frac{h^2}{l^2} \right) + \frac{1}{48} \frac{h^4}{l^2} \log \left(1 + \frac{l^2}{h^2} \right) - \frac{1}{48} l^2 \log (l^2 + h^2) \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1}{16} h^2 \log (l^2 + h^2) + \frac{2}{15} \frac{h^3}{l} \operatorname{artg} \frac{h}{l} \right] \right\}.$$

$$= L' + L''$$

(1) Atti della R. Accademia di Torino (Adunanza del 24 Febbraio 1901).

Fatto il calcolo viene :

$$L' = 0,44 ,$$

$$L'' = 0,12 ,$$

e quindi :

$$L = 0,56 ,$$

il quale risultato fa vedere come la formola (8) possa impiegarsi senza errore notevole nei casi della pratica.

§ 14. Siamo in grado adesso di confrontare tra loro i tre coefficienti dei termini dell'energia.

Viene infatti :

$$\frac{L}{|K|} > \frac{9500}{15} , \quad \text{e} \quad \frac{M}{|K|} > \frac{89}{15} ,$$

$$> 600 , \quad \quad \quad > 6 \text{ circa.}$$

Del tre termini dunque, che costituiscono l'espressione di T, quello che corrisponde all'energia magnetica è di gran lunga il più importante; e il termine del rettangolo si può rigorosamente trascurare rispetto ad esso. Non è lecito concludere per ora che sia anche trascurabile davanti all'altro, che esprime l'energia cinetica delle masse ponderali.

Ad ogni modo però, anche nel caso più favorevole, l'effetto di codesto termine in pratica non si sente.

§ 15. Resta a vedersi da ultimo come i risultati delle nostre esperienze si possano interpretare dal punto di vista della teoria; considereremo all'uopo un po' più da vicino un modello del fenomeno. E sarà l'ingranaggio differenziale, studiato dal Maxwell, del quale ho fatto cenno nel primo paragrafo.

In questo caso particolare il termine del rettangolo, a meno di un fattore numerico, ha per coefficiente la differenza :

$$M_{2,1} - M_{1,2} ,$$

ed è ben chiaro che, nelle condizioni nelle quali l'apparecchio fu impiegato dal Maxwell, dall'Ebert e ultimamente da me, codesto binomio deve essere sempre positivo.

La ruota R_1 ha infatti lo stesso diametro delle altre due, il suo raggio misura dunque la distanza dall'asse a' . Ne viene così che il valore minimo assunto da r nell'espressione di $M_{s,1}$, pareggia il valore massimo, del quale si deve tener conto per valutare l'altro momento; e però:

$$M_{s,1} > M_{s,2}.$$

Del resto la cosa si vede anche meglio riferendosi alle formole. Sarà infatti, secondo la (7):

$$\begin{aligned} M_{s,1} &= \pi r^2 d \cdot \left(r^2 h + h^2 r + \frac{h^3}{3} + \frac{r^2 h}{4} \right), \\ &= \pi r^2 d \cdot \left(\frac{5r^2 h}{4} + h^2 r + \frac{h^3}{3} \right), \end{aligned}$$

mentre che, per la (4) deve scriversi:

$$M_{s,2} = \frac{1}{2} \pi h d r^2;$$

segue dunque:

$$M_{s,1} - M_{s,2} = \pi r^2 d \cdot \left(\frac{1}{3} h^3 + h^2 r + \frac{3}{4} h r^2 \right),$$

la quale somma, avendo tutti i termini positivi, è positiva.

Questa è la ragione, che rende l'apparecchio bene adatto per rappresentare i fenomeni induttivi fra due circuiti; nel caso dell'elettrodinamica infatti il coefficiente del rettangolo è una quantità maggiore di zero.

Le conclusioni del paragrafo decimoquarto invece porterebbero ad ammettere che, nel biciclo considerato da noi, deve ritenersi K , praticamente, uguale allo zero.

Questo avviene senza dubbio se non vi sono vincoli fra il primo e il secondo sistema parziale; ma non è lecito concludere senz'altro che i vincoli manchino quando il coefficiente del rettangolo si annulla: la cosa rimane a decidersi.

Noi possiamo anzi proporci un problema più generale, se cioè vi siano delle disposizioni che rendano *non positivo* il polinomio:

$$\sum_r (M_{r,1} - M_{r,2}),$$

dove la somma accenna all' esistenza di altri organi accessori nel sistema di trasmissione. Studiamo a questo scopo l' effetto di un anello, connesso rigidamente con la ruota R_2 , e centrato sopra a' .

Il suo momento intorno all' asse in discorso si deduce al solito dalla (4), ha dunque per grandezza :

$$M_{A,2} = \frac{1}{2} \pi h d. (r_2^4 - r_1^4) ;$$

quanto al momento relativo all' asse a' possiamo ricavarlo per differenza dalla formola (7), sottraendo dall' espressione, che vale per la ruota piena di raggio r_2 e spessore h , il momento della ruota definita dalle costanti r_1 e h .

Quindi sarà :

$$M_{A,2} = \pi d. \left[\left(r_2^2 \Delta^2 h + r_2^2 h^2 \Delta + \frac{r_2^2 h^3}{3} + \frac{r_2^4 h}{4} \right) - \left(r_1^2 \Delta^2 h + r_1^2 h^2 \Delta + \frac{r_1^2 h^3}{3} + \frac{r_1^4 h}{4} \right) \right] .$$

Nel caso particolare in cui è $\Delta = 0$, caso che in pratica può verificarsi solo per approssimazione, verrebbe:

$$M'_{A,2} = \pi d. \left[\frac{h^3}{3} (r_2^2 - r_1^2) + \frac{h}{4} (r_2^4 - r_1^4) \right] ,$$

sarebbe dunque :

$$\begin{aligned} M'_{A,2} - M_{A,2} &= \pi d. \left[\frac{h^3}{3} (r_2^2 - r_1^2) + \frac{h}{4} (r_2^4 - r_1^4) - \frac{h}{2} (r_2^4 - r_1^4) \right] , \\ &= \pi d. \left[\frac{h^3}{3} (r_2^2 - r_1^2) - \frac{h}{4} (r_2^4 - r_1^4) \right] , \end{aligned}$$

la quale differenza può manifestamente rendersi negativa. Quando è data la ruota R_2 , vale a dire è dato il binomio :

$$M_{2,1} - M_{2,2} = k^2 ,$$

bisognerà, per annullare o invertire l' effetto dei vincoli rendere :

$$k^2 + \pi d. \left[\frac{h^3}{3} (r_2^2 - r_1^2) - \frac{h}{4} (r_2^4 - r_1^4) \right] \geq 0 ,$$

ossia :

$$k^2 + \pi h d \cdot (r_2^2 - r_1^2) \left[\frac{h^2}{3} - \frac{1}{4} (r_2^2 + r_1^2) \right] \leq 0 ,$$

$$\pi h d \cdot (r_2^2 - r_1^2) \left[\frac{1}{4} (r_2^2 + r_1^2) - \frac{h^2}{3} \right] \geq k^2 .$$

Se, per esempio, ci diamo la condizione $h = 1$, risulta :

$$\pi d \cdot (r_2^2 - r_1^2) \left[\frac{1}{4} (r_2^2 + r_1^2) - \frac{1}{3} \right] \geq k^2 .$$

Io ho posto, in un modello, che ho realmente costruito:

$$l = 5 ,$$

vale a dire :

$$r_2 = r_1 + 5 ,$$

$$r_2^2 = r_1^2 + 25 + 10 r_1 ,$$

$$r_2^2 - r_1^2 = 25 + 10 r_1 ,$$

$$r_2^2 + r_1^2 = 2 r_1^2 + 25 + 10 r_1 ,$$

sostituendo i quali valori si ottiene :

$$\pi d \cdot (25 + 10 r_1) \left(\frac{2 r_1^2 + 25 + 10 r_1}{4} - \frac{1}{3} \right) \geq k^2 .$$

Per la ruota R_2 si ha, nel mio apparecchio :

$$r = 6 ,$$

$$h = 1 ,$$

e però :

$$M_{2,1} - M_{2,2} = k^2 = \pi d \cdot 1200 .$$

La condizione che determina r_1 è dunque :

$$(25 + 10 r_1) \left(\frac{2 r_1^2 + 25 + 10 r_1}{4} - \frac{1}{3} \right) \geq 1200 ,$$

e da essa si deduce :

$$r_1 \geq 3,42 .$$

Non sarebbe possibile, in pratica, applicare all'apparecchio un anello con il raggio di 3,42 cm., il quale riuscirebbe in parte compreso dentro lo spazio limitato dall'asse a' e dalle tre ruote. Convienne invece prendere un anello assai più grande; per modo che il caso limite :

$$M_{3,1} - M_{3,2} + M_{4,1} - M_{4,2} = 0,$$

si verifichi per una distanza non nulla dall'asse e così si abbiano con facilità i fenomeni corrispondenti alle tre ipotesi :

$$M_{3,1} - M_{3,2} + M_{4,1} - M_{4,2} \leq 0.$$

La cosa è tanto più consigliabile per ciò che, nell'apparecchio reale, vi sono altri organi, i cui momenti sono lungi dall'essere trascurabili, e riescono sempre più grandi intorno ad a' che ad a'' .

Vi è (fig. 8) il manicotto e l'asse, che portano la ruota R_3 , un altro manicotto fisso, che impedisce al primo di spo-

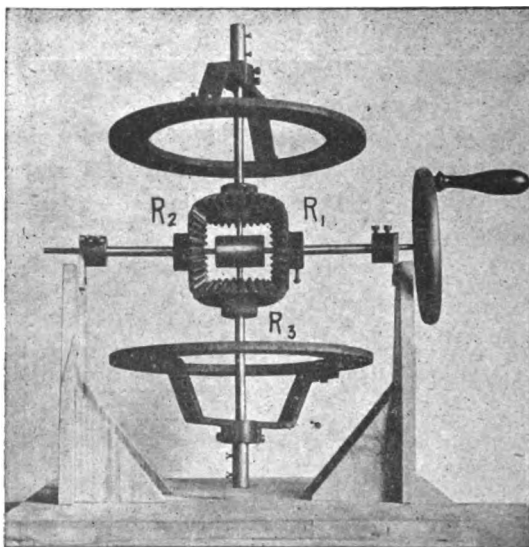


Fig. 8.

starsi lungo a'' , e un terzo, al quale, con l'intermezzo di due robuste braccia di ferro, si raccomanda l'anello.

Per abbondanza ho scelto di dare a quest'ultimo le dimensioni :

$$r_1 = 12 ,$$

$$r_2 = 17 ,$$

$$h = 1 \text{ ')}.$$

Ho poi aggiunto, simmetricamente ad R_2 , una quarta ruota ed un secondo anello, per equilibrare il sistema. L'apparecchio risponde, benchè in modo grossolano, a ciò che la teoria prevede; del resto non si potrebbe pretendere una concordanza molto buona, dal momento che taluni organi importanti, come, per esempio, i pignoni, non hanno che in modo approssimato la forma semplice, che s'è supposta nei calcoli.

Si trova ad ogni modo che, portando gli anelli vicinissimi all'asse α' , i fenomeni d'induzione riescono opposti di segno a quelli ordinarii; mentre per una certa distanza non v'è effetto sensibile del primo sul secondo sistema parziale. Al di là di questo limite le azioni induttive riprendono, come è facile intendere, il solito carattere.

Se ne deduce in primo luogo che il coefficiente K ²⁾ può benissimo annullarsi senza che i vincoli facciano difetto.

Che se poi nel sistema si esercitano azioni induttive, i vincoli sono senza dubbio presenti, ma non è lecito dal segno di \mathfrak{x}_1 concludere a quello di \mathfrak{x}_2 dal momento che la K non è necessariamente positiva.

§ 16. Lo stesso risultato potrebbe anche ottenersi con la considerazione dell'ingranaggio di Huyghens, che fu proposto da Lord Rayleigh per illustrare i fenomeni del biciclo ³⁾.

1) Tenendo conto dei dati presenti, e degli altri relativi ai singoli organi, che ho ricordato dianzi, si trova, p. e., per $\Delta = 1$:

$$\sum_P (M_{P,1} - M_{P,2}) < 0 .$$

2) Cioè, per l'ingranaggio differenziale, la somma :

$$\sum_P (M_{P,1} - M_{P,2}) .$$

3) Phil. Mag. (5), XXX, 30, 1890.

Due puleggie uguali, P_1 e P_2 , (fig. 9), ¹⁾ sono portate da un medesimo asse, AB, pur rimanendo indipendenti, e nelle

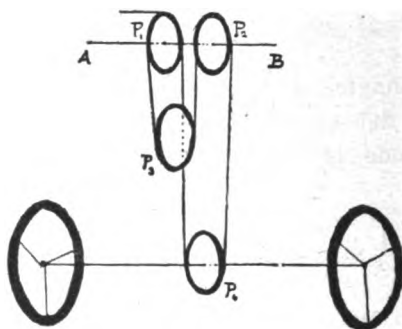


Fig. 9.

loro gole scorre una catena senza fine, la quale reca altre due carrucole, simili in tutto a quelle prime. La distanza fra P_1 e P_2 , contata da gola a gola lungo AB, ha per misura il loro comune diametro.

Sia m il momento di inerzia di ogni puleggia intorno al suo asse, e μ la massa, e r il raggio; siano poi \dot{x}_1 e \dot{x}_2 le velocità angolari di P_1 e P_2 .

L'energia cinetica del sistema può scriversi manifestamente:

$$T = \frac{1}{2} m \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}_2^2 + 2 \cdot \frac{1}{2} m \left(\frac{\dot{x}_1 - \dot{x}_2}{2} \right)^2 + 2 \cdot \frac{1}{2} \mu \left[\frac{r(\dot{x}_1 + \dot{x}_2)}{2} \right]^2,$$

$$= \frac{1}{2} \dot{x}_1^2 \left(\frac{3}{2} m + \frac{1}{2} \mu r^2 \right) + \frac{1}{2} \dot{x}_2^2 \left(\frac{3}{2} m + \frac{1}{2} \mu r^2 \right) + \dot{x}_1 \dot{x}_2 \frac{\mu r^2 - m}{2}.$$

È facile vedere che, in queste condizioni, il coefficiente del rettangolo è sempre positivo. Sarà infatti:

$$m = \frac{1}{2} \pi h d r^2,$$

$$\mu = \pi h d r^2,$$

1) Nella figura ho aggiunto i volani solamente alla quarta puleggia, per non complicare troppo il disegno.

e dunque :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} (\mu r^2 - m) &= \frac{1}{2} \left(\pi h d r^2 - \frac{1}{2} \pi h d r^2 \right), \\ &= \frac{1}{4} \pi h d r^2. \end{aligned}$$

Ma se si imagina di aggiungere sopra gli assi delle puleggie P_3 e P_4 due coppie di volani le cose possono cambiare. In realtà, essendo per questi volani m' il momento e μ' la massa, verrà :

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} m \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}_2^2 + 2 \cdot \frac{1}{2} m \left(\frac{\dot{x}_1 - \dot{x}_2}{2} \right)^2 + 4 \cdot \frac{1}{2} m' \left(\frac{\dot{x}_1 - \dot{x}_2}{2} \right)^2 \\ &\quad + 2 \cdot \frac{1}{2} \mu \left[\frac{r(\dot{x}_1 + \dot{x}_2)}{2} \right]^2 + 4 \cdot \frac{1}{2} \mu' \left[\frac{r(\dot{x}_1 + \dot{x}_2)}{2} \right]^2, \\ &= \frac{1}{2} m \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}_2^2 + \frac{1}{4} (m + 2m') (\dot{x}_1^2 - 2\dot{x}_1\dot{x}_2 + \dot{x}_2^2) \\ &\quad + \frac{1}{4} (\mu + 2\mu') (\dot{x}_1^2 + 2\dot{x}_1\dot{x}_2 + \dot{x}_2^2) r^2, \\ &= \frac{1}{2} (\dot{x}_1^2 + \dot{x}_2^2) \left[\frac{3}{2} m + m' + \frac{1}{2} (\mu + 2\mu') \right] \\ &\quad + \dot{x}_1 \dot{x}_2 \frac{(\mu + 2\mu') r^2 - (m + 2m')}{2}. \end{aligned}$$

Adesso si calcolerà agevolmente m' e μ' secondo le formule :

$$m' = \frac{1}{2} \pi h d \cdot (r_2^2 - r_1^2),$$

$$\mu' = \pi h d \cdot (r_2^2 - r_1^2),$$

supponendo, per semplificare, che i volani abbiano lo stesso spessore delle carrucole, e siano ricavati dallo stesso materiale.

Il coefficiente del rettangolo diventa :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} [(\mu + 2\mu') r^2 - (m + 2m')] &= \frac{1}{2} \left\{ [\pi h d r^2 + 2\pi h d (r_2^2 - r_1^2)] r^2 \right. \\ &\quad \left. - \left[\frac{1}{2} \pi h d r^2 + \pi h d (r_2^2 - r_1^2) \right] \right\}, \\ &= \frac{1}{2} \pi h d \left\{ \frac{1}{2} r^2 + (r_2^2 - r_1^2) [2r^2 - (r_2^2 + r_1^2)] \right\}, \end{aligned}$$

Supponiamo ancora, onde introdurre una determinazione ulteriore, che il raggio interno degli anelli (r_1) sia uguale all'esterno delle carrucole (r) e scriviamo :

$$\begin{aligned} & A \text{ per } r^2, \\ & A + B \text{ per } r_1^2; \end{aligned}$$

verrà :

$$\frac{1}{2} [(\mu + 2\mu') r^2 - (m + 2m')] = \frac{1}{2} \pi h d \left(\frac{1}{2} A^2 - B^2 \right);$$

si riesce dunque ad annullare o invertire i fenomeni di induzione facendo :

$$B^2 \geq \frac{1}{2} A^2,$$

ciò che è sempre possibile.

§ 17. Queste cose, che abbiamo constatato con lo studio di due modelli dinamici e che potrebbero dunque, per ciò solo, come è noto, verificarsi anche in infiniti altri modi, permettono di enunciare alcune conseguenze sopra la natura dei vincoli, che collegano l'elettricità con la materia ponderale.

a) Appare infatti in primo luogo che *praticamente le cose vanno come se tali vincoli non esistessero.*

b) Malgrado questo, quando anche con ulteriore approssimazione si potesse mettere in sodo la mancanza del termine, che contiene il prodotto della velocità angolare e della intensità di corrente, *sarebbe sempre lecito supporre che i vincoli esistono, bensì sono dotati di certe speciali proprietà.*

c) Che se in qualche caso particolare si manifestasse un termine della forma $K \dot{x} \dot{y}$ nell'espressione di T *seguirebbe bensì con certezza l'esistenza dei vincoli, ma non si potrebbe affermare nulla sul verso, nel quale si muove l'elettricità nei conduttori, che guidano le correnti.*

Torino, Maggio 1901.

**RICERCHE SULLA INFLUENZA DELLA RICOTTURA NELLA TRASPARENZA
DEI METALLI AI RAGGI ROENTGEN,
del Dott. R. MALAGOLI ¹⁾.**

(Sunto dell'Autore).

1. Coll' intento di contribuire allo studio delle analogie tra la luce e i raggi Roentgen, mi sono fatto a cercare se esiste per essi il fenomeno notato da Faraday, e non ancora spiegato, per cui una foglia d'oro o d'argento sottoposta a ricottura diventa trasparente alla luce bianca, perdendo il riflesso metallico, mentre poi sottoposta a compressione fra due pezzi di agata riprende le apparenze primitive.

Pei raggi X essendo le foglie d'oro e d'argento trasparentissime, dovetti prendere degli strati più spessi a fine di avere (avanti la ricottura) un certo grado di opacità. Ciò poteva farsi usando sia delle lastre metalliche, che buon numero (70 almeno) di foglie metalliche. Sperimentai separatamente ed ottenni nei due casi risultati diversi.

Le esperienze furono limitate alla ricerca di una modificazione nella trasparenza ai raggi Roentgen, giacchè quanto alla radiazione diffusa, oltrechè si tratta sempre di piccola parte della incidente, c'è la complicazione prodotta dalle foglie di mica (entro cui dovevo tenere gli strati metallici per poterli portare ad alta temperatura); e questa mica assorbe la massima parte della radiazione diffusa, o meglio *trasformata*, dalla superficie metallica, perinodochè sarebbe stato ben difficile avere dei risultati sufficientemente eloquenti.

L'esame della opacità avanti e dopo la ricottura fu effettuato col metodo fotografico come il più indicato ²⁾.

2. Dirò prima delle ricerche fatte con lastre metalliche. I corpi usati furono: l'oro e l'argento. Partendo da una me-

1) Memorie della R. Acc. di Sc. Lett. ed Arti in Modena. Serie 3., Vol. 3.

2) Malagoli e Bonacini. Nuovo Cimento, Ser. 4., Vol. 9 (Aprile 1899), § 3.

desima lastra mi preparai con successivi passaggi al laminatoio degli spessori, per ogni metallo, che da un 0,3 andarono fino a 0,03. Ogni campione veniva diviso in due parti, una delle quali chiusa entro una scatola di ferro era sepolta nel carbone dolce della fucina e poi portata al calore rosso chiaro. Non potendo avere una guida sicura, arrivai talvolta fino alla fusione della lamina; ma in molti casi però ottenni di giungere a temperature notevolmente elevate senza però che il metallo fondesse.

Al disopra di un doppio-strato per raggi Roentgen, avvolto in carta opaca alla luce, le lamine ricotte venivano collocate accanto alle loro gemelle che non erano state riscaldate, e ciò allo scopo che ogni coppia si trovasse a ricevere zone del fascio, emesso dal *focus*, di intensità molto prossime. Le prove furono prese con pose crescenti fino a 10', con una distanza di 25 cm.

Questa esperienza fu anche ripetuta mandando ad agire, in luogo dei raggi X, i raggi trasformati ottenuti dalla diffusione di una lastra di Zn investita dal fascio emanante del *focus*. Le pose saggiate furono allora di 20' e di 40' collocando il doppio strato sensibile a 8 cm. dal diffusore.

Nella speranza di analizzare qualitativamente le differenze di trasparenza fra lamine crude e lamine ricotte, ho usufruito della trasformazione che produce lo schermo al platino-cianuro di bario. In una serie di esperienze, il doppio-strato Roentgen era posto a contatto del platino-cianuro, avvolti assieme con carta opaca: le laminette erano fuori, sulla faccia ove trovavasi lo schermo, per modochè i raggi X attraversanti le laminette eccitavano la fluorescenza del sale di bario, e l'azione grafica dipendeva in gran parte da radiazione luminosa. In un'altra serie di esperienze, infine, il doppio-strato sensibile si trova compreso fra le laminette e lo schermo al platino-cianuro di bario, allo scopo di sopprimere l'azione filtrante di esso; e si utilizzava, assieme ai raggi X, anche l'azione luminosa diffusa da esso. Le pose in questa seconda serie furono tenute, naturalmente, più brevi che nella prima.

I negativi ottenuti da tutte queste esperienze mostravano, su un fondo generale nero, sensibilmente omogeneo, ma va-

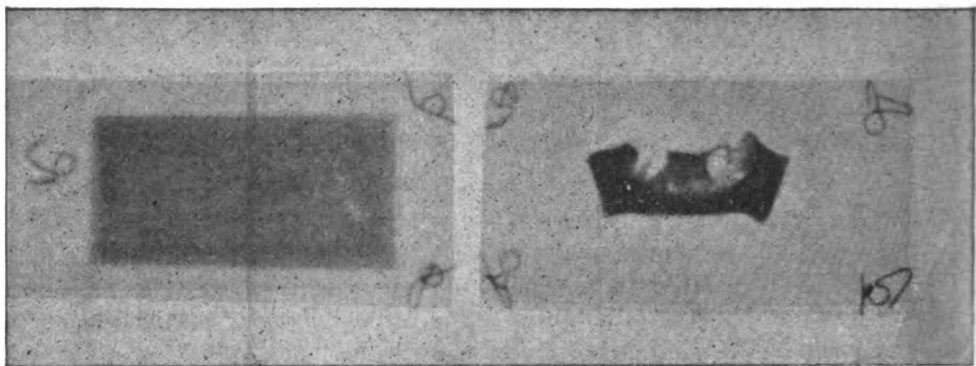
riabile colle diverse pose, delle zone più chiare corrispondenti alle ombre delle lamine. Per l'esame comparativo del grado di opacità di queste zone, trovai preferibile l'osservare attraverso ad esse una pagina stampata illuminata discretamente con luce diffusa. Lo stesso esame feci ripetere da varii soggetti inconsapevoli dello scopo della mia indagine. Risultò concordemente che per alcuni casi non sapevasi notare alcuna differenza fra la opacità delle lamine crude e delle lamine ricotte, ma per la maggior parte dei casi, indipendentemente dal metodo usato per ottenere i negativi, *le lamine sottoposte alla ricottura avevano acquistato un debole aumento di opacità.*

Questo risultato, che è di senso opposto a quello che andavo cercando, mi sembra naturale che possa attribuirsi ad un aumento di spessore delle lamine durante l'arroventamento. Le lastrine come io le ricavavo dal laminatoio erano naturalmente indurite e molto sonore; la metà di esse che ne tagliava, perdeva, dopo l'arroventamento completamente la sua elasticità. All'inizio del riscaldamento le particelle del metallo sentendosi più libere, sembrano ubbidire alla elasticità susseguente che ricondà alla lamina il suo penultimo spessore.

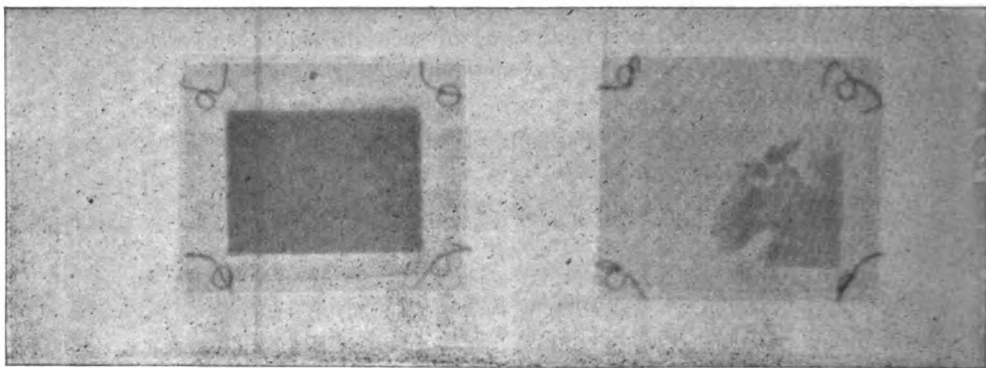
3. Passai allora ad adoperare, in posto delle lamine, dei plichi di foglie d'oro e d'argento imprigionate fra due lamine di mica, tenute a posto con dei piccoli ganci di filo di ferro applicati in prossimità dei bordi. Farò notare che la mica dopo la ricottura diventa amorfa ed opaca alla luce, ma rapporto ai raggi X essa non altera apprezzabilmente il suo potere assorbente.

In una prima esperienza mi preparai due plichi di 100 foglie d'oro, accuratamente sovrapposte e delle dimensioni di cm. 2 per cm. 4. Ne sottoposi uno all'azione del calore chiudendolo in una scatola di lastra di ferro sottile, che fu sepolta nel carbone, e arroventata nella fucina. Raffreddata la preparazione, la radiografai assieme al plico gemello, ed il negativo ottenuto è riprodotto nella fig. 1. Aperto il plico che era stato portato ad alta temperatura e la cui mica era dunque opaca, trovai che le 100 foglie d'oro si erano ridotte ad una

massa contratta a forma rabescata, quale mostra il negativo, con un notevole aumento di spessore in corrispondenza dell'aumentata opacità.



Per una seconda esperienza formai altri due plichi di 100 foglie d'oro, pure accuratamente sovrapposte, aventi le dimensioni di cm. 2 per 2,5. L'uno di essi fu sottoposto all'azione del calore nel fornello, ma coll'intendimento di non raggiungere l'alta temperatura dell'esperienza precedente. La



radiografia dei due plichi mi ha fornito il negativo riprodotto nella figura 2. Il plico delle foglie sottoposto alla ricottura, per buona parte almeno, *sembra come scomparso*. Aperto con precauzione il plico, pareva infatti che, in quasi due terzi

della superficie dapprima occupata, l'oro non ci fosse più, solo osservando con luce radente appariva una debole tinta uniforme di color giallo-arancio, che indicava nettamente e in ognuno dei fogli di mica, la regione rettangolare che era stata prima a contatto colle foglie d'oro.

Ispezionando con una forte lente d'ingrandimento e con buona illuminazione, la zona interessante delle foglie di mica, la superficie bianca dai riflessi argentei del fondo mi apparve disseminata da una miriade di granelli di dimensioni diverse, ma esattamente sferici, speculari, e dai riflessi dell'oro lucente. La massa dell'oro esiste dunque ancora, ma essa ha mutata struttura. Riflettendo ai grandi spazii che intercedono fra i granelli, al fatto che essi per lo spessore della mica sono a qualche distanza dallo strato sensibile, ed alle dimensioni della sorgente di raggi Roentgen si comprende come il negativo non registri che una penombra: d'altra parte la grana stessa della gelatina impedisce di apprezzare con un buon ingrandimento le ombre sbordate che (almeno i granelli maggiori) possono avere determinate.

Nella restante parte del plico, corrispondente alla zona irregolarmente opaca del negativo, trovai dei frammenti del plico stesso, i quali non risultarono fusi assieme (come nella esperienza precedente) ma erano ancora separabili in foglie, ciò che mi confermò che in questa seconda prova la temperatura, se fu irregolarmente distribuita, non deve però aver raggiunto generalmente l'alto valore del caso precedente.

Ma la sostanziale diversità dei risultati ottenuti in queste due esperienze non mi parve ascrivibile esclusivamente al diverso grado di temperatura raggiunta durante la ricottura. Osservando (come mostrano le figure) le dimensioni diverse delle coppie di plichi e delle lamine di mica usate nelle due esperienze, e notando che i ganci metallici, nella seconda esperienza, erano più vicini alle foglie d'oro, tenendo conto in fine che la mica nel diventare amorfa si gonfia notevolmente, mi venne fatto di pensare che debba entrare in gioco anche la diversa libertà di muoversi che avevano nei due casi le foglie d'oro.

4. Però se questa causa influisca si è portati ad ammettere che le foglie d'oro sottoposte al calore abbiano la virtù di raccogliersi a dimensioni più piccole, qualora sieno libere. E per controllare questa congettura feci due altri plichi di 20 foglie d'oro: uno fu collocato fra due pezzetti di lastra di vetro difficilmente fusibile e alquanto piani; l'altro plico fu posto in una specie di scatolina fatta con pezzetti della stessa lastra di vetro e cosparsa internamente di polvere di talco. Legati i due pacchi con filo di ferro e collocati in scatola di ferro furono portati entrambi ad alta temperatura fra i carboni della fucina. Il plico di foglie d'oro compresso fra le lastre di vetro risultò delle stesse dimensioni con cui fu preparato: il plico delle foglie d'oro contenute nella scatolina erasi ridotto ad occupare una superficie *metà circa* di quella con cui era stato preparato; però non era rimasto piano ma le contrazioni disformi nelle diverse direzioni possono spiegarsi colle irregolarità di spessore e di appoggio.

In queste esperienze si ottiene ingrandito notevolmente il fenomeno già notato in molti casi sperimentando con lamine (N. 2), in conseguenza del quale la ricottura accentua l'opacità. Tale fenomeno è forse in parte ascrivibile all'esaltarsi della elasticità susseguente per effetto del riscaldamento, come dicemmo per le lamine; ma deve forse attribuirsi ad una incipiente fusione delle foglie metalliche, tantochè entrino in gioco delle tensioni superficiali che danno origine al raccogliersi delle masse fluide in forme ad area ridotta: giacchè sta in fatto che il plico così ridotto si mostra costituito da una unica laminetta.

5. In base ai risultati ottenuti, vediamo come si possa agevolmente comprendere il meccanismo col quale si compie il fenomeno di Faraday, dal quale abbiamo preso le mosse.

La foglia d'oro o d'argento osservata al microscopio, con ingrandimento non minore di 700 diametri e con illuminazione solo per trasparenza mostra enormi diversità di spessore da punto a punto; essa risulta infatti costituita da una fitta rete di molto spesse nervature che la solcano in tutti i sensi, congiunte fra loro dalla foglia propriamente detta. Tali nerva-

ture sono la riproduzione delle irregolarità che presentano i fogli di pergamena in mezzo ai quali viene tenuto il metallo dal battiloro. Allorchè la foglia d'oro viene depositata sulla lastra di vetro o di mica per essere portata al forno, la sua adesione, inerente al peso, deve manifestarsi prevalentemente lungo le nervature. Coll'azione del calore, se si giunga ad una fusione incipiente, le nervature si disputeranno fra loro la foglia propriamente detta, la cui massa si raccoglie lungo di esse. La foglia d'oro o d'argento dopo la ricottura osservata per trasparenza al microscopio si mostra appunto come una rete irregolare formata dalle precedenti nervature, che comprendono la miriade di lacerazioni della foglia.

Anche le altre particolarità notate dal Faraday in questo fenomeno, trovano la loro completa spiegazione nella modificazione della costituzione che si constata nella foglia metallica dopo la ricottura. La poca luce bruno-pallido che essa diffonde è dovuta alla diffusione sulle microscopiche scabrosità della superficie. La compressione fra due piani di agata, schiaccia queste nervature, e tende a ricongiungerle, riproducendo le condizioni iniziali.

Rapporto alla continuità della foglia d'oro anche dopo la ricottura, il metodo che indica il Faraday di chiudere con essa un circuito elettrico, si presenta, dopo quanto precede, ben poco indicato. I contatti stabiliti fra i conduttori e la foglia comprendono molte nervature ed è lungo di esse, nel loro intrecciarsi, che ha luogo la continuità del circuito elettrico, senza che resti implicita la continuità vera e propria della foglia d'oro.

6. Concludendo, la ricottura può modificare la trasparenza di strati metallici sottili ai raggi Roentgen. Se si tratti di lamine o di plichi di foglie non compressi, l'esperienza ci mostra che si ha un aumento più o meno debole di opacità. Nel caso di plichi di foglie chiuse e compresse, si ha una diminuzione assai grande della opacità dello strato. Questo è il caso analogo delle esperienze di Faraday colle onde luminose. Nel caso di Faraday il microscopio ci mostra che la foglia d'oro si trasforma in un setto bucherellato, raggruppandosi il me-

tallo lungo le nervature della foglia. Nel caso del plico di foglie, è intervenuta una analoga, ma più completa, modificazione nel modo di aggregazione del metallo. Esso è ridotto a sferette regolari e lucenti, che una buona lente basta a mostrare. Per trasparenza, a motivo delle loro minime dimensioni di fronte a quella della sorgente di raggi X, della loro distanza dallo stato sensibile ed in causa della grana della gelatina, la radiografia non ne dà pressochè traccia, allo stesso modo che le fotografie comuni non portano traccia del pulviscolo atmosferico. Quanto al potere diffusivo pei raggi Roentgen dello strato d'oro ridotto sferoidale dalla ricottura, come per la luce diffonde solo una debole radiazione giallo-aranciato, è naturale ritenere (essendo impossibile lo sperimentare) che anche esso sia una ben piccola frazione di quella pur debole che il plico stesso avrebbe rimandato avanti la ricottura.

Infine, per quanto esista dunque anche per i raggi X un fenomeno analogo a quello osservato dal Faraday colla luce, le esperienze precedenti ci hanno fatto conoscere che tali fenomeni sono dovuti ad una modificazione nella struttura dei setti filtranti le radiazioni e non alle radiazioni stesse; tantochè nessun nuovo elemento abbiamo potuto dedurre che valga a mettere in chiaro delle differenze nella natura delle due radiazioni, per quanto non resti escluso che sia, come è lecito supporre, la medesima.

Modena, Novembre 1900.

RISULTATO DI ALCUNE MISURE DI DISPERSIONE ELETTRICA.

Nota di A. POCHETTINO.

In una recente Nota ¹⁾ il sig. Elster, riportando i numeri ottenuti da alcune misure di dispersione elettrica compiute durante un viaggio nel Mar Glaciale, ebbe a rilevare come al crescere dell'umidità relativa, anche quando non vi siano nebbie o vapori visibili, il coefficiente di dispersione dell'elettricità nell'aria libera diminuisca, qualunque sia il segno dell'elettricità. Questo fatto, a prima vista strano, riesce affatto spiegabile se si ammette che quando il vapor acqueo contenuto nell'aria è prossimo al suo punto di condensazione, allora un gran numero degli ioni liberamente esistenti nell'atmosfera subisce una notevole diminuzione di mobilità.

L'evidente importanza che questo fenomeno assume non solo nella teoria della conducibilità elettrica dei gaz, ma anche nello studio dell'elettricità atmosferica rispetto alla esistenza o no di ioni liberi nell'aria ordinaria, è senza dubbio grandissima; perciò volli vedere se qualche cosa di analogo saltasse fuori dallo spoglio dei risultati delle misure sulla dispersione dell'elettricità nell'aria atmosferica ch'ebbi occasione di compiere durante i mesi di Luglio, Agosto, Settembre ed Ottobre dello scorso anno, trovandomi a Conegliano (Treviso) a dirigere la locale Stazione governativa di studio dei fenomeni temporaleschi e di controllo agli esperimenti grandinifughi.

I signori Elster e Geitel in un recente loro studio ²⁾ sopra l'importante questione se l'aria atmosferica si possa riguardare come leggermente conduttrice dell'elettricità, e se questa sua tenue conduttività sia da ascriversi principalmente ad una

1) *Physikalische Zeitschrift*, 24 Novembre 1900.

2) *Physikalische Zeitschrift*, I, pag. 245, 1900; *Terrestrial Magnetism*, IV, n. 4, pag. 213; *Annalen der Physik*, 1900, n. 7, pag. 425.

parziale ionizzazione, giunsero alla costruzione di un semplicissimo apparecchio destinato a studiare il modo con cui un conduttore caricato a un certo potenziale perde la sua carica quando venga esposto all'aria atmosferica.

Il metodo da essi ideato, e da me con scrupolosa cura seguito, consiste nel misurare mediante un elettrometro di Exner la perdita di carica di un conduttore cilindrico preventivamente caricato ad un determinato potenziale, tenendo conto della perdita dovuta al sostegno isolante.

Grandi cure ho preso affinché le condizioni dell'isolamento dell'apparecchio fossero sempre le stesse e perciò ho mantenuto nell'interno dell'elettrometro un pezzetto di sodio metallico che rinnovavo due volte al giorno; di più, affine di rendere i risultati delle misure assolutamente indipendenti dalle influenze elettrostatiche esterne, l'istrumento venne sempre adoperato coll'astuccio metallico di protezione.

Ogni volta che si doveva disporre l'apparecchio per una misura, si teneva il corpo disperdente in comunicazione combinata con una pila (pila Zamboni, capace di dare in buone condizioni circa 300 Volta) per 10' affinché la carica penetrasse nell'isolante che sostiene tutto il sistema; dovendosi fare una successiva esperienza con elettricità di senso contrario, si caricava per 15' affinché il suddetto isolante potesse cambiare la sua carica superficiale e neutralizzare il residuo della precedente.

Tranne poche interruzioni, le misure vennero eseguite costantemente quasi ogni giorno, ogni due ore, per la seconda metà di Luglio, per tutto Agosto e tutto Settembre, e per la prima metà di Ottobre.

Parallelamente a queste osservazioni, intercalandole con esse, vennero nei giorni di assoluto sereno, nei quali in tutto il Veneto non vi fu traccia di attività temporalesca, eseguite delle misure di caduta di potenziale con un elettrometro ausiliario seguendo il metodo di Exner con collettori a fiamma, mentre, temperatura, pressione, umidità assoluta e relativa venivano continuamente fornite da appositi registratori Richard con cui l'Ufficio Centrale di Meteorologia aveva munito la stazione.

Ebbi in tal modo occasione di radunare una serie di circa 600 misure di dispersione dell' elettricità nell' atmosfera libera eseguite in ore, posizioni e condizioni meteorologiche disparatissime, ma sempre perfettamente note, e sempre su per giù nella stessa località, cioè a circa due chilometri da est-nord-est di Conegliano, su una collinetta elevata circa un' ottantina di metri sulla pianura e assolutamente isolata. Facendo lo spoglio di queste osservazioni, si rilevano alcuni fatti abbastanza interessanti in completo accordo coi risultati delle misure cui accennavo in principio.

Anzitutto i coefficienti di dispersione ottenuti con cariche positive e negative sono a parità di condizioni eguali entro i limiti degli errori d' osservazione; questo vale in generale, eccettuati i giorni di violente precipitazioni, nei quali si ebbero a notare certe particolarità di cui dirò appresso.

Di nessuna influenza si manifestarono e la natura del suolo su cui è posato l' apparecchio e l' ambiente in cui la misura è eseguita; misure eseguite posando l' istrumento sull' erba all' aria libera, su un lastricato o sul nudo terreno pure all' aria libera, o sul davanzale di una finestra nel vano della medesima, non lasciano scorgere alcuna differenza che non sia riferibile ad errori inevitabili in misure di simil genere.

Un' influenza della temperatura, umidità assoluta, forza del vento e stato del cielo e della caduta di potenziale non fu parimenti potuta scorgere *almeno nei limiti in cui vennero eseguite le osservazioni corrispondenti.*

Nell' andamento della caduta di potenziale ebbi a notare costantemente due massimi caratteristici, uno alle 11 ore e uno alle 16, che si rilevano in tutte le serie; due massimi secondarii, ma pure sempre ben marcati, si hanno alle 9 e alle 13; nulla di simile si ha occasione di notare nei valori del coefficiente di dispersione.

Una importante relazione si nota invece fra i valori del coefficiente di dispersione e quelli dell' umidità relativa, nel senso che ai valori più grandi dell' umidità relativa corrispondono i valori più piccoli del coefficiente di dispersione, fatto

precisamente analogo a quello che il sig. J. Elster già notò nelle ricerche di cui ho sopra parlato.

Ho potuto constatare che questa relazione fra il coefficiente di dispersione e l'umidità relativa era perfettamente generale e che non dipendeva affatto dal segno della carica del corpo disperdente; riporto qui sotto una tabella dimostrante il fenomeno:

Umidità relativa	Numero delle osservazioni fatte coll'elettricità +	Numero delle osservazioni fatte coll'elettricità —	Numero totale delle osservazioni	Coefficiente medio di dispersione	
				con elettricità +	con elettricità —
28-30	2	—	2	3,50	—
31-35	5	1	6	3,50	3,71
36-40	17	15	32	3,20	3,93
41-45	15	16	31	2,10	2,10
51-55	40	52	92	1,60	1,56
56-60	75	51	126	1,44	1,44
61-65	65	40	105	1,19	1,25
66-70	12	14	26	0,87	1,00
71-75	6	9	15	0,80	0,68
76-80	1	3	4	0,76	0,56
81-86	5	2	7	0,36	0,60

Un fatto importante e che porta un marcato carattere di polarità è quello che si nota esaminando la seguente tabella in cui vengono riportati i valori del coefficiente di dispersione durante piogge temporalesche: nell'ultima colonna riporto il valore del coefficiente di dispersione quale sarebbe stato da attendersi in un giorno normale, dato il valore dell'umidità relativa:

DATA	ORA	Segno della carica	Durata ed entità della pioggia	Coefficiente di dispers. trovato	Umidità relativa	Coefficiente di dispers. normale
4 Agosto	18-20	+	18 $\frac{1}{4}$ -19 $\frac{3}{4}$, minuta	3,20	61	1,25
5 »	12-14	+	12-12 $\frac{1}{2}$, discreta	2,09	50	1,90
8 »	16-18	—	16-17 , forte	1,79	46	1,86
10 »	18-20	—	19-19 $\frac{1}{2}$, forte	1,93	45	2,00
18 »	18-20	+	17-18 $\frac{3}{4}$, minuta	1,56	59	1,45
21 »	16-18	—	16 $\frac{1}{2}$ -8 , forte	1,39	58	1,30
21 »	18-20	+	18-20 , forte	2,33	66	1,03
21 »	20-22	—	20-22 , forte	0,85	72	0,73
23 »	8-10	+	8 $\frac{1}{2}$ -9 $\frac{1}{2}$, forte	3,80	68	0,90
24 »	14-16	—	15 $\frac{1}{2}$ -16 , poca	1,37	57	1,40
27 »	10-12	+	10-12 , minuta	2,77	58	1,30
29 »	14-16	—	14 $\frac{1}{2}$ -15 $\frac{1}{2}$, minuta	0,81	64	1,25
8 Settembre	18-20	+	18-20 , forte	1,98	67	1,00
12 »	10-12	—	10-12 , poca	1,55	57	1,50
18 »	10-12	+	10-10 $\frac{1}{2}$, poca	1,58	59	1,45
19 »	14-16	—	14 $\frac{1}{4}$ -15 , poca	1,41	57	1,40
19 »	16-18	+	17-18 , poca	1,24	62	1,25
20 »	10-12	+	10-11 , poca	2,02	62	1,25
27 »	14-16	—	14 $\frac{1}{2}$ -15 $\frac{1}{2}$, poca	1,25	65	1,25

Come si rileva subito, tranne in quella osservazione, i dati corrispondenti alla quale vennero scritti in caratteri diversi, sempre durante le piogge temporalesche il coefficiente di dispersione è cresciuto per cariche positive ed è rimasto assolutamente normale per cariche negative, fatto questo che è in completa armonia coi risultati delle esperienze fatte dai sigg. Elster e Geitel in vicinanza delle cascate.

R I V I S T A

Journal de Physique. T. 9, serie, 3^e.

Novembre e Dicembre 1900.

MERCADIER E. *Sulla realizzazione dei risultati della teoria generale dei piccoli movimenti per l'impiego dei movimenti elettrici periodici: sistema di telegrafia multipla reversibile o multiplex* (pp. 561-575). — Il sistema di telegrafia multiplex descritto dall'A. in questa Nota e col quale si può ottenere la trasmissione reversibile di 24 segnali, è stato concepito dapprima come un'applicazione possibile della teoria dei piccoli movimenti a correnti elettriche periodiche. L'A., premesso un breve cenno di quella teoria, descrive il sistema impiegato per mettere in relazione i vari circuiti necessari per la telegrafia multiplex e i modi di utilizzare questa telegrafia tra due stazioni estreme o tra stazioni diverse. Pone in fine in rilievo i principali vantaggi che presenta questo sistema di telegrafia osservando che pur essendosi in questa Nota limitato al caso di 12 trasmettitori e ricevitori, questo numero di apparecchi non è affatto limitato a 12 e può, senza serie difficoltà, essere aumentato.

MACÉ DE LÉPINAY J. *Su un nuovo analizzatore a penombra* (pp. 585-588). — L'A. descrive un nuovo analizzatore a penombra che soddisfa alle due interessanti condizioni, necessarie per misure di precisione, di permettere l'impiego di radiazione monocromatica qualunque e di conservare tutta la sua sensibilità in luce convergente.

Il primo di questi risultati è stato ottenuto impiegando come apparecchio produttore di penombra un quarzo minuto a due rotazioni, formato da due lamine prismatiche, di rotazioni inverse e di angoli piccoli e sensibilmente uguali.

Circa la seconda condizione l'A. ne rileva l'importanza facendo notare come quando l'analizzatore è un nicol ordinario sia impossibile ogni osservazione di precisione a causa della banda nera diffusa sui bordi, che apparisce nel campo e che è lentamente mobile coll'analizzatore quando si cerca di estinguere un fascio di luce polarizzata linearmente. Quando poi, volendo effettuare misure più precise, si trasforma l'analizzatore semplice in analizzatore a penombra, la banda nera diffusa si scinde in due,

spostantesi nello stesso senso quando si fa ruotare l'analizzatore, rendendo così impossibile la precisione della misura. L'A. dà ragione di questo grave inconveniente, concludendo che perchè esso sparisca occorre che il nicol abbia le sue facce d'ingresso e di emergenza della luce normali alla direzione media del fascio che lo attraversa, e parallele all'asse ottico dello spato che lo costituisce.

Una figura unita alla Nota mostra la disposizione dell'apparecchio ideato dall'A., il quale si riserva di descrivere in un'altra Nota le esperienze eseguite con esso.

DUBOIS R. *Sull'illuminazione per mezzo della luce fredda fisiologica, detta luce vivente* (pp. 589-591). — La luce fisiologica o luce vivente è quella che finora si avvicina più al tipo ideale della luce, non contenendo che una quantità minima di radiazioni calorifiche o chimiche e la quantità massima di radiazioni di lunghezza media.

L'A. per ottenerla col suo massimo splendore, in modo rapido e pratico, nella quantità che si desidera, ha pensato di coltivare alcuni microbi luminosi, o *fotobatteri*, in liquidi di una composizione speciale. Ponendo questi liquidi in recipienti di vetro, a facce piane, convenientemente disposti, l'A. ha potuto illuminare una sala in modo da potere riconoscere i lineamenti di una persona a più metri di distanza, e leggere uno stampato o l'ora di un orologio. L'A. senza tornare a ripetere le proporzioni delle diverse sostanze contenute in un liquido tipo, già date altrove ¹⁾, si limita qui a indicare quali di quelle sostanze danno i risultati migliori, le cautele da aversi nella loro scelta e nel loro uso. Rileva infine che la persistenza della luce nei mezzi liquidi varia secondo la loro ricchezza nutritiva, secondo la sua aereazione e le sue agitazioni, secondo la purezza della coltura e la temperatura esterna.

BERLEMONT e JOUARD G. *Nuovo modello di pompa a mercurio* (pp. 591-594). — Con questa nuova pompa a mercurio gli A. si sono proposti di realizzare la soppressione dei rubinetti, la eliminazione di tubi curvi, che servono frequentemente di rifugio alle bolle d'aria introdotte per mezzo del mercurio, uno smontamento facile e, infine, una riduzione notevolissima del prezzo dell'apparecchio.

Una figura mostra la disposizione delle diverse parti di questa pompa, che, con tre cadute, permette, secondo gli A., di realizzare il vuoto di Crookes in un'ora appena in un recipiente di mezzo litro di capacità.

1) D. R. *Leçons de Physiologie générale et comparée*. Paris, Carré et Naud; 1898.

VIEILLE. *Studio sull'importanza delle discontinuità nei fenomeni di propagazione* (pp. 621-644). — L'A. ha studiato le velocità di propagazione di scuotimenti intensi in mezzi inerti in riposo. Ha osservato che tutte le volte che si producono condensazioni intense, si hanno a una distanza conveniente dal centro di produzione, velocità che possono raggiungere da due a quattro volte la velocità normale del suono. Queste velocità si estinguono con un'estrema rapidità se la condensazione iniziale non è mantenuta, mentre si mantengono costanti su grandi tratti nel caso contrario. L'A. ha osservato che queste grandi velocità non possono spiegarsi colla teoria della propagazione di uno scuotimento, quando si ammetta che vi sia continuità tra gli strati del mezzo, avanti e dopo la perturbazione. Si spiegano invece, se si suppone l'esistenza delle discontinuità che Riemann e Hugoniot hanno considerate come una conseguenza necessaria della velocità di propagazione variabile delle onde elementari disugualmente condensate.

Dopo avere studiato la teoria della propagazione delle onde piane, la produzione spontanea e artificiale delle discontinuità, le discontinuità prodotte per la espansione brusca del gas compresso, l'A. chiude la Nota studiando diverse applicazioni della teoria delle discontinuità, come la legge della resistenza dell'aria al movimento dei proiettili e la propagazione dei fenomeni esplosivi.

MAOË DE LEPINAY. *Determinazione delle costanti ottiche del quarzo per la radiazione verde del mercurio. — Loro applicazione alle misure di spessore col metodo di Monton* (pp 644-652). — L'A. riporta in questa Nota i risultati numerici ottenuti nella determinazione delle costanti caratteristiche del potere rotatorio e della birifrangenza del quarzo per la radiazione verde del mercurio, mercè il suo analizzatore a penombre, di cui ci siamo occupati più sopra. Secondo questi risultati, il potere rotatorio di una lamina di quarzo di un centimetro di spessore, è rappresentato da

$$\alpha = 255^{\circ},171 + 0^{\circ},0046 (t - 15^{\circ}).$$

Per la birifrangenza l'A. ha adottato lo stesso metodo seguito dal Dongier, di cui ha, in qualche punto, completato i calcoli.

L'A. fa rilevare in fine che dal confronto dei risultati ottenuti con questo metodo con quelli ottenuti col metodo delle frange di Talbot su quarzi di origine diversa, sembra che le proprietà ottiche del quarzo non varino colla provenienza del quarzo stesso.

COUETTE M. *Esperienze favorevoli alla teoria di W. Nernst* (pp. 652-655). — Esperienze eseguite dall'A. allo scopo di determinare la differenza di potenziale al contatto di due soluzioni di acido solforico hanno dato risultati concordanti, almeno per il segno, con quelli preveduti dalla formula del Nernst, e non con quelli preveduti da una formula stabilita dall'A. stesso e fondata sulla generalizzazione di una legge sperimentale dovuta a Pellat. L'A. ne deduce che verosimilmente quella legge non è che approssimata, e che la differenza di potenziale al contatto di un metallo e di una soluzione dei suoi sali deve essere variabile colla concentrazione di essa. Per le concentrazioni considerate nelle esperienze del Pellat il suo valore è prossimo a zero. Riporta qualche altra esperienza a sostegno di questo nuovo modo di vedere e conclude che queste verificazioni, e la conferma importante che la teoria di Nernst riceve, su un altro punto, dalle esperienze di Rothé, mostrano che questa teoria fornisce una immagine notevolmente fedele dei fenomeni.

POULSEN V. *Il telegrafo* (pp. 655-661). — È l'apparecchio destinato a riprodurre i suoni e la voce, di cui qui l'A. dà una assai minuta descrizione. Il principio su cui si basa è il seguente. Se si fa scorrere lungo un filo di acciaio disteso sopra una tavola un polo di una piccola elettrocalamita, collegata, sia direttamente sia mediante un trasformatore, con un microfono munito della sua pila, tutte le volte che si parla nel microfono, le correnti sviluppate per mezzo della voce producendo variazioni corrispondenti nell'azione magnetica del polo, le diverse parti del filo si trovano calamitate in modo diverso. Se ora si rimpiazza il microfono con un telefono e si fa scorrere l'elettrocalamita sempre nello stesso senso, il telefono riprodurrà le parole pronunziate davanti al microfono. Anzi, per la forza coercitiva dell'acciaio, resterà sul filo una specie di scrittura magnetica. Per cancellare questa scrittura basta fare passare il filo davanti all'elettrocalamita scrivente, o davanti ad un'elettrocalamita ausiliare, traversata dalla corrente di due o tre elementi di pila. La cancellazione può anche farsi lanciando una corrente nel filo, base della scrittura.

P. BACCIEL.

Drude *Annalen*, Vol. I, N. 1, 1900.

DÖRGE O. *Uno studio sulle bolle di sapone* (pp. 1-16). — L'A. impiegando una bolla di sapone a cui fa percorrere un ciclo simile a quello di Carnot, trova che la trasformazione dell'energia elettrica in lavoro meccanico può farsi in condizioni perfettamente analoghe a quelle che definiscono il ciclo di Carnot.

WRIGHT H. *La riflessione diffusa della luce sulle superfici non lucide* (pp. 17-41). — Secondo Lambert la quantità di luce diffusa, in una direzione che fa l'angolo e colla normale, da una porzione di superficie non lucida la quale riceva un fascio di luce con l'incidenza i , è proporzionale al prodotto $\cos i \cos e$. Le esperienze già fatte non hanno giustificato completamente questa legge; e l'A. in questa memoria cerca di decidere la questione.

Per ottenere, senza materia differente che possa alterare i risultati, delle sostanze perfettamente non lucide, egli ricorse alla pressione: impiegò delle polveri che agglomerava comprimendole molto fortemente sopra un foglio di cartone, con una pressa idraulica.

L'A. trova: che la lunghezza d'onda della luce impiegata non ha influenza sulla quantità di luce diffusa; che la quantità di luce diffusa varia proporzionalmente a $\cos e$; ma non varia proporzionalmente a $\cos i$ come vorrebbe la legge di Lambert.

ASCHKINASS E. *Sulla dispersione anomala nell'infrarosso* (pp. 42-68). — Quando una sostanza emette delle righe, essa si trova in condizioni molto diverse dalle ordinarie; la molecola è differente o dissociata. Per questo le ricerche sulle bande di assorbimento permettono di trovare delle relazioni fra la costituzione chimica e le proprietà ottiche dei corpi.

L'A. attribuisce una importanza speciale alle bande di assorbimento energetico che da lui e da Rubens sono state già messe in evidenza nell'infrarosso. Queste particolari bande di assorbimento, accompagnate da una dispersione anomala energetica, si traducono in un valore molto elevato del potere riflettore; si possono chiamare *bande d'assorbimento metallico* o *bande di dispersione anomala*.

In questa memoria l'A. studia queste bande per il marmo, lo spato calcareo, il gesso, l'allume, il bromuro di sodio e il bromuro di potassio.

PLANCK M. *Sopra i processi di radiazione irreversibili* (pp. 69-122).

LARSEN A. *Influenza della temperatura sulla conducibilità elettrica delle amalgame liquide e sulla solubilità dei metalli nel mercurio* (pp. 123-131). — La solubilità del metallo nel mercurio e la conducibilità dell'amalgama, riferita a quella del mercurio, crescono proporzionalmente alla temperatura.

KOHLBAUSCH F. *Temperatura stazionaria d'un conduttore scaldato da una corrente elettrica* (pp. 132-158).

OGGLER A. *Contributo allo studio dei potenziali esplosivi* (pp. 159-174). — L'A. ha misurato i potenziali esplosivi di un eccli-

tatore a sfere nei diversi gas: aria, ossigeno, azoto e idrogeno, sotto pressioni che variano da 75 cm. a 2 cm. di mercurio. L'eccitatore è posto sotto una campana di vetro, sul piatto di una macchina pneumatica; vien caricato con una macchina di Wimshurst munita d'un condensatore formato da tre grosse bottiglie. L'intensità dell'illuminazione è diminuita coll'interposizione di una resistenza liquida.

Si constata una grande irregolarità nei valori dei potenziali esplosivi, se non s'illumina l'eccitatore con la luce ultravioletta.

KOENIGSBERGER J. *Su delle nuove ricerche relative alla suscettibilità magnetica* (pp. 175-177). — L'A. discute dei risultati di St. Meyer che non si accordano completamente coi suoi. L'A. trovò che la suscettibilità di alcuni corpi debolmente paramagnetici dipendeva dal campo; se Meyer non ha osservato delle variazioni analoghe, ciò dipende perchè non ha operato su sali anidri, pei quali questa variazione è la più marcata.

LIEBKNECHT O. e WILLS A. P. *Suscettibilità molecolare dei sali dei metalli appartenenti al gruppo del ferro* (pp. 178-188). — Dai risultati relativi alla suscettibilità dei sali di questi metalli, G. Wiedemann concluse che si poteva con una precisione del 2 o 3 %, almeno, attribuire un valore costante al magnetismo dell'atomo di questi metalli nei loro sali; se s'indica con a il magnetismo atomico, così definito, per il nickel, i valori del magnetismo atomico per il cobalto, il ferro e il manganese sarebbero dati da

$$a + b, \quad a + 3b, \quad e \quad a + 2b, \quad \text{con } b = 1,15 a.$$

Delle esperienze posteriori di Jaeger e Meyer hanno portato al risultato che questi quattro metalli avrebbero dei magnetismi atomici corrispondenti pure alle formule precedenti, ma con $b = a$.

Gli A. hanno misurato la suscettibilità di un gran numero di sali di questi metalli; e i loro risultati non sono favorevoli alla realtà dell'esistenza di magnetismi atomici. La media dei risultati si avvicina più alle formule di Wiedemann che ai numeri di Jaeger e Meyer.

BOIS (DU) H. e LIEBKNECHT O. *Suscettibilità molecolare dei sali magnetici delle terre rare* (pp. 189-198). — Queste misure sono state eseguite col metodo di Quincke trasformato in metodo di zero e i numeri dati sono riferiti al valore $k = -0,75 \cdot 10^{-6}$ adottato per l'acqua. Una soluzione resa neutra con una diluizione conveniente, resta tale per tutti i valori del campo compresi fra 2,000 e 40,000.

Sarebbe poco verosimile che la suscettibilità dell'acqua e quella dei sali avessero delle variazioni proporzionali, e quindi si

può concludere che la suscettibilità dell'acqua e quella dei sali studiati sono indipendenti dal campo.

BOIS (DU). *Elettrocalamita semicircolare* (pp. 199-206). — È la descrizione di una grande elettrocalamita costruita sulle indicazioni dell'A. da Hartmann e Braun.

LAIRD L. R. *Studio, in funzione del tempo, della viscosità magnetica nei dischi di ferro* (pp. 207-213). — L'A. misura con un magnetometro la magnetizzazione indotta dal campo magnetico terrestre sopra un disco di ferro orizzontale. Posto il disco in rotazione intorno al suo asse, col crescere della velocità l'azione sul magnetometro diminuisce sino a un valore limite, e viene compensata con un piccolo magnete ausiliario. Ciò fatto viene improvvisamente arrestato il movimento del disco e viene seguito l'andamento del magnetometro con registrazione fotografica.

L'A. trova così che la magnetizzazione del ferro cresce a partire dall'istante in cui esso viene posto nel campo magnetico, e che dopo 13 o 14 secondi la magnetizzazione ha raggiunto un valore praticamente uguale a quello che si avrebbe dopo un tempo infinito.

YAMAGUCHI E. *Contributo allo studio dell'effetto trasversale termo-magnetico nel bismuto* (pp. 214-224). — Le misure sono state effettuate a 62° , 10° , $-30^{\circ},5$ e a -119° , mentre l'intensità del campo variava fino a circa 8600 per ciascuna serie. L'effetto è molto più grande alle temperature basse; a -119° cresce regolarmente col campo, e la curva non presenta punti d'inflessione. Nella serie eseguita a 62° l'effetto è dapprima di segno opposto a quello osservato nelle altre serie; cambia di senso per un campo di circa 2800 e riprende allora il cammino ascendente delle altre serie.

M. PANDOLFI.

FINE DEL VOLUME I SERIE V.

PIETRO SALVIONI, *gerente responsabile.*

INDICE

	Pagina
ALLEGRETTI M. Sulle correnti fotoelettriche	189
AMERIO A. Se il mercurio e le amalgame liquide di bismuto presentino il fenomeno di Hall	342
BARTORELLI A. Sul comportamento dell'alluminio come elettrodo	112
BATTELLI A. Sulla legge di Boyle a pressioni molto basse	5
BATTELLI A. Sulla legge di Boyle a pressioni molto basse (Parte II).	81
BISCONCINI G. Di una classificazione dei problemi dinamici	258
BUGGIO T. Sull'equilibrio delle membrane elastiche piane	141
BUSCHMI T. Forza elettromotrice tra i nodi di un circuito	201
CANTONE M. e SOZZANI E. Osservazioni intorno ad un fenomeno nuovo sulla deformazione dei condensatori	258
CARDANI P. Sull'energia assorbita dalla scintilla nei vari stadi della radiazione catodica	241
CORBINO O. M. Sulle generatrici asincrone	178
CORBINO O. M. Rappresentazione stereometrica dei potenziali nei circuiti percorsi da correnti trifasiche.	182
DE PRATO G. Sul moto di rotazione di un corpo composto di una parte solida e di una fluida	41
FEDERICO R. Una nuova pompa a mercurio	187
FERRERO E. Sull'attrito interno delle soluzioni di allume di cromo	285
GARBASSO A. Su la scarica elettrica nei gas	321
GARBASSO A. Sopra il valore massimo e il significato fisico della funzione T_{ms} di Maxwell	401
GUGLIELMO G. Descrizione di un apparecchio per la determinazione della densità e della massa di quantità minime di un solido	290
GUGLIELMO G. Sulla misura della pressione atmosferica mediante il ludione	365
KURLBAUM F. A proposito di un reclamo di priorità del Sig. E. Villari	185
MALAGOLI R. Sulla polarizzazione colle correnti alternanti.	209
MALAGOLI R. Ricerche sulla influenza della ricottura nella trasparenza dei metalli ai raggi Roentgen	445
MASINI A. Intorno alla supposta influenza delle onde elettromagnetiche sulla resistenza del selenio	358
MAZZOTTO D. Sui calori specifici delle leghe	355
ODDONE E. Ricerche strumentali in sismometria con apparati non pendolari	195
OLIVIERI F. Sulla polarizzazione con correnti alternate. — Osservazioni alla Nota precedente	211

	Pagina
OLIVETTI C. Sugli apparecchi industriali a filo caldo	360
POCHETTINO A. Risultato di alcune misure di dispersione elettrica	458
RIGHI A. Le onde hertziane	50
VICENTINI G. e PACHER G. Esperienze sui proiettili gassosi	133
VILLARI E. Osservazione sulla Nota precedente	136
VILLARI E. Intorno ad una Nota del Sig. Prof. Ernst Dorn, dal titolo: "Di una possibile spiegazione delle cariche elettriche osservate dal Sig. Prof. Emilio Villari svolte dall'aria röntgenizzata"	206

LIBRI NUOVI

ALIPPI TITO. L'illuminazione elettrica (Recensione di P. G. Melani)	144
Annuaire du bureau des longitudes pour 1901 (Recensione di M. Pandolfi)	141
BERTRAND A. W. e RUSSEL M. A. Essai sur les fondaments de la géométrie (Recensione di M. Pandolfi)	378
CINTOLESI FILIPPO. Dizionario di fisica (Recensione di M. Pandolfi)	381
COSSA A. Prime nozioni fondamentali di elettrochimica (Recensione di G. Gigli)	212
DUFET H. Recueil de données numériques publié par la Société française de physique (Recensione di M. Pandolfi)	142
FERRINI RINALDO. Recenti progressi nelle applicazioni dell'elettricità (Recensione di Duilio Gigli)	296
GHERSI ITALO. Conti e calcoli fatti (Recensione di G. Carro Cao)	144
GHERSI ITALO. Prontuario delle monete, pesi e misure inglesi ragguagliate al sistema metrico decimale (Recensione di G. Carro Cao)	294
GRETSCHEL H. e HIRZEL H. Jahrbuch der erfindungen (Recensione di M. Pandolfi)	71
GUILLAUME CH. ED. e POINCARÉ L. Relazioni presentate al congresso di fisica riunito a Parigi nel 1900 (Recensione di M. Pandolfi)	188
INVREA FABIO. Elementi di fisica (Recensione di P. G. Melani)	142
LUMMER O. Contribution to photographic optics (Recensione di A. S.)	295
OSTWALD W. Die wissenschaftlichen grundlagen der analytischen chemie (Recensione di Guido Gigli)	296
POINCARÉ M. H. Corsi di Fisica Matematica. — Electricité et optique (Recensione di Francesco Maccarrone)	379
STÖCKHARDT E. Lehrbuch der elektrotechnik zum gebrauch beim unterricht und zum selbststudium (Recensione di A. S.)	295
VIVAREZ ENRICO. Les phénomènes électriques et leurs applications (Recensione di Gino Zanobini)	380
WERTH FEDERICO. Galvanizzazione, pulitura e verniciatura dei metalli e galvanoplastica in generale (Recensione di P. G. Melani)	143
WLAD. KARAPETOFF. Ueber mehrphasige stromsysteme bei ungleichmässiger belastung (Recensione di F. Maccarrone)	71
NECROLOGIA: Giulio Pacher	69
Società Italiana di Fisica	CXV, CXVII, CXIX

RIVISTA.

Comptes Rendus. — 1900.

Amagat E. H. — Su due luoghi relativi alle densità del liquido e del vapore dell'acido carbonico a saturazione	146
Balachowsky D. — Sul dosaggio elettrolitico del bismuto	148

Becquerel H. — Nota sul raggimento dell'uranio	73
Becquerel H. — Sul raggimento dell'uranio	147
Berget A. — Dimostrazione della rotazione della terra, per mezzo dell'esperienza di Foucault realizzata con un pendolo di 1 ^m	147
Berlemont e Jouard. — Su un nuovo tipo di pompa a mercurio permettente di ottenere rapidamente il vuoto massimo	147
Berthelot D. — Sulla legge degli stati corrispondenti	148
Berthelot D. — Sui punti di obullizione dello zinco e del cadmio	218
Boussinesq J. — Riduzione di alcuni problemi di riscaldamento o di raffreddamento per raggimento, al caso più semplice del riscaldamento o del raffreddamento degli stessi corpi per contatto: riscaldamento di un muro di spessore indefinito	73
Boussinesq J. — Il problema del raffreddamento della crosta terrestre, trattato dallo stesso punto di vista del Fourier, ma con un metodo d'integrazione più semplice	76
Boussinesq J. — Problema del raffreddamento di un muro per raggimento ricondotto al caso più semplice in cui il raffreddamento abbia luogo per contatto	76
Boussinesq J. — Riscaldamento permanente ma disuguale, per raggimento, di un muro di spessore indefinito, ricondotto al caso di un riscaldamento analogo per contatto	145
Boussinesq J. — Problema del riscaldamento permanente di una sfera per raggimento, ricondotto al problema più semplice del riscaldamento della stessa sfera per contatto	146
Bouty E. — Sulla coesione dielettrica del gas	215
Bouty E. — Coesione dielettrica e campi esplosivi	216
Bouty E. — Sulla coesione dielettrica dei gas e dei vapori	217
Brocht A. — Sull'elettrolisi delle soluzioni concentrate di ipocloriti	150
Caillaudet L., Colardeau e Rivière. — Ricerche sulle tensioni di vapore di mercurio saturo	73
Camichel e Swynghedauw. — Sui circuiti chiusi unicamente da elettroliti	213
Caubet F. — Sulla liquefazione dei miscugli gassosi. — Cloruro di metile e anidride solforosa	147
Chatelier (Le) H. — Sui punti angolari delle curve di solubilità	74
Chatelier (Le) H. — Sulla dilatazione della silice fusa	76
Chatelier (Le) H. — Sulla propagazione delle onde condensate nei gas caldi	145
Chevallier H. — Le modificazioni permanenti dei fili metallici e la variazione della loro resistenza elettrica	74
Claude G. — Sulla liquefazione per espansione con produzione di lavoro esterno	216
Claude G. — Sulla eliminazione degli armonici delle correnti alternative industriali per l'impiego di condensatori e sull'interesse di questa eliminazione dal punto di vista della sicurezza per la vita umana	220
Coppet (De) L. C. — Sulla temperatura del massimo di densità delle soluzioni acquose del cloruro di ammonio e del bromuro e dell'ioduro di litio	148
Cremien V. — Ricerche sull'esistenza del campo magnetico prodotto dal movimento di un corpo elettrizzato	72
Crémieu V. — Ricerche sull'effetto inverso del campo magnetico che dovrebbe produrre il movimento di un corpo elettrizzato	219
Curie M. — Sul peso atomico del bario radiofero	214
Debiérne A. — Su del bario radioattivo artificiale	149
Dechevrens. — Visione stereoscopica delle curve tracciate per mezzo di apparecchi phasés.	214
Demarcay E. — Sullo spettro del radio	149
Dufour. — Sulla resistenza della silice fusa alle variazioni brusche di temperatura	77

	Pagina
Floquet G. — Sul movimento di un filo nello spazio	76
Floquet G. — Sul movimento di un filo nello spazio	145
Floquet G. — Sulle equazioni del movimento di un filo in coordinato qualunque .	147
Gouy. — Sulle funzioni elettrocapillari delle soluzioni acquose	149
Guarini E. e Poncelet F. — Esperienza di telegrafia senza fili nel corpo umano e negli schermi metallici	219
Guarini e Poncelet. — Telegrafia senza fili — Inconvenienti dei relais successivi Guarini	219
Guillet A. e V. — Oscillometro balistico — Misura della quantità di elettricità e dell'energia elettrica distribuita dalle correnti continue	73
Hinrichs G. — Sulla composizione dell'aria nella verticale, e sulla costituzione degli strati superiori dell'atmosfera terrestre	215
Lafay A. — Sulle deformazioni di contatto dei corpi elastici.	217
Marey. — Dei movimenti dell'aria allorchè incontra delle superfici di forme diverse	147
Maurain C. — Proprietà dei depositi magnetici ottenuti in un campo magnetico .	214
Mathias E. — Su due gruppi notevoli di luoghi geometrici	77
Moreaus T. — Su un modo di attenuare l'influenza delle correnti industriali sul campo terrestre, negli osservatori magnetici	149
Perot A. Sull'accoppiamento degli alternatori dal punto di vista delle armoniche ed effetto dei motori sincroni su essi	213
Perot A. e Fabry C. — Metodo interferenziale per la misura delle lunghezze d'onda nello spettro solare	221
Poulsen V. — Sul telegrafo	78
Riviere C. — Indice di rifrazione e dispersione del bromo	221
Rheims G. — Sulle modificazioni delle proprietà elettriche e organiche dei cavi, sotto l'azione prolungata delle correnti	217
Steinmann E. — Sulla termo-elettricità di alcune leghe	145
Stekloff W. — Il problema delle temperature stazionarie	220
Turpain A. — Sull' stato elettrico di un risonatore di Hertz in attività	72
Turpain A. — Sulla distribuzione elettrica lungo un risonatore di Hertz in attività	74
Villard P. — Sui raggi catodici	74
Villard P. — Sulla discontinuità dell'emissione catodica	77
Villard P. — Sulla permeabilità della silice fusa per l'idrogeno	77

Journal de Physique. — 1900.

Abraham H. e Lemoine J. — Nuovo metodo di misura delle durate infinitesime. Applicazione alla sparizione della birifrangenza elettro-ottica e della polarizzazione magnetica	150
Amagat E. H. — Sulle leggi dei calori specifici dei fluidi	221
Aubel E. — Sui calori specifici delle leghe	225
Beaulard F. — Sull'isteresi dielettrica	223
Bakker G. — Teoria della capillarità	156
Benard H. — Studio sperimentale delle correnti di convezione in uno strato liquido. — Regime permanente: vortici cellulari	381
Berlemont e Jouard G. — Nuovo modello di pompa a mercurio	459
Carvallo E. — Sulla dispersione eccezionale dello spato d'Islanda	224
Chaveau A. B. — Sulla deviazione limite dell'elettrometro a quadranti	382
Cornu A. — Sulla legge di rotazione diurna del campo ottico fornito dal siderostato e dall'elicostato	150

	Pagina
Cotton A. — Apparecchio per la misura dell'intensità dei campi magnetici	155
Couetta. — Sulla teoria osmotica delle pile	151
Couette M. — Esperienze favorevoli alla teoria di W. Nernst	461
Dubois R. — Sull'illuminazione per mezzo della luce fredda fisiologica, detta luce vivente	459
Fabry C. e Perot A. — Sulle sorgenti di luce monocromatica	154
Hemsaiech A. G. — Sugli spettri delle scariche oscillanti	223
Job. — Apparecchio gazometrico	154
Lenoble E. — Sulle deformazioni permanenti dei fili metallici	382
Macé de Lépinay J. — Su un nuovo analizzatore a penombre	458
Macé de Lépinay. — Determinazione delle costanti ottiche del quarzo per la radiazione verde del mercurio. — Loro applicazione alle misure di spessore col metodo di Monton	460
Marchis L. — Sui falsi equilibri chimici	153
Mathias E. — Su due gruppi notevoli di luoghi geometrici	225
Mercadier E. — Sulla realizzazione dei risultati della teoria generale dei piccoli movimenti per l'impiego dei movimenti elettrici periodici: sistema di telegrafia multipla reversibile o multiplex	458
Meslin G. — Su un metodo per la messa a punto di un obiettivo fotografico	151
Meslin G. — Su una macchina a risolvere le equazioni	153
Moreau G. — Sui fenomeni termomagnetici	226
Moulin H. — Verificazione di due formule che danno i volumi del vapore saturo e le tensioni massime in funzione della temperatura	156
Pellat H. — Dei dielettrici e della loro polarizzazione reale	151
Riban J. — Sui nuovi gazometri a pressioni costanti e variabili a volontà	154
Poulsen V. — Il telegrafo	461
Rothé. — Sulle differenze di potenziale al contatto fra il mercurio e i cloruri di potassio e di sodio	383
Swingendaw R. — Sul ritardo di scarica	225
Turpain A. — Applicazione delle onde elettriche ad alcuni problemi di telegrafia — Trasmissione duplex — Telefonia e telegrafia simultanea	224
Vieille. — Studio sull'importanza delle discontinuità nei fenomeni di propagazione	460

Physikalische Zeitschrift. — 1900.

Abegg R. — Osservazione sul potere conduttore di soluzioni di ammoniaca	300
Baker Will C. — Esperienze da lezione sui movimenti ondulatori	301
Bevier Louis. — Analisi acustica delle vocali mediante registrazione fonografica	301
Börnstein R. — Distribuzione della pressione atmosferica e declinazione della luna	298
Bredig G. ed Hahn O. — L'ampermanometro	302
Capps E. V. — Determinazione del valore della fenditura per spettrofotometria	302
Child C. D. — Su una teoria della dissociazione dell'arco elettrico e sulla velocità degli ioni che proietta	302
De Heen P. — Le proiezioni dell'etere	299
Forch C. — Fotografie del lampo con camera mobile	301
Forch Carl. — Un'esperienza da lezione sulla pressione dei gas	302
Fritsch Carl. — Una nuova disposizione della fenditura negli apparecchi spettrali	301
Guye Ph. A. e Friderich L. — Calcoli dell'equazione dei liquidi	303
Hagenbach Aug. — Sulla conduzione elettrolitica nel gas in vicinanza del punto critico	300
Hall Edwin H. — Sul potere conduttore termico del ferro	301
Heydweiller Adolf. — Sulle variazioni di peso nelle trasformazioni fisiche e chimiche	301

	Pagina
Himstedt F. — Alcune ricerche sopra i raggi di Becquerel e di Röntgen . . .	299
Humphreys W. J. — Variazione prodotta nella lunghezza della scintilla di una macchina elettrica da una piccola scintilla al catodo . . .	302
Longden A. C. — Sulla resistenza elettrica di sottili strati depositi da scariche catodiche . . .	303
Merrill J. F. — Influenza della temperatura, della pressione, della soluzione e della grandezza dell'anodo sui depositi ottenuti nel voltmetro ad argento . .	302
Meyer Stefan. — Sulla suscettività magnetica e sui volumi atomici . . .	298
Moore B. E. — La polarizzazione e la resistenza interna del voltmetro cuprico .	298
Paschen F. — Un tubo di Geissler con elettrodi di mercurio per lo studio del fenomeno di Zeeman . . .	300
Pierce G. W. — Sull'impiego del radiomicrometro per la misura di brevi onde elettriche . . .	300
Puccianti Luigi. — Ancora sugli spettri d'assorbimento nell'ultravioletto . .	300
Runge C. e Paschen F. — Studio del fenomeno di Zeeman nello spettro del mercurio . . .	300
Schmidt G. C. — Sulla fluorescenza del chinino . . .	299
Schubert J. — Nella teoria della conduzione termica nel suolo terrestre . . .	298
Stark J. — Sopra correnti incrociate nei gas. — Sullo studio della conducibilità nei gas mediante correnti trasversali. . .	297
Stark J. — Osservazioni teoriche sul passaggio della corrente elettrica nei gas .	298
Stevens James S. — Azione della magnetizzazione sull'elasticità delle aste . .	302
Toepler Max. — Sopra una scarica spirale . . .	300
Tommasina Thomas. — Sopra alcune azioni fotochimiche prodotte dal filo eccitatore di onde elettriche . . .	298
Trowbridge J. — La produzione dei raggi X mediante corrente di accumulatori .	300
Van Aubel Edmond. — Sui calori specifici delle leghe . . .	299
Van Aubel Edmond. — Sulle proprietà fisiche del cobalto e del nichel . . .	299
Villari Emilio. — Come le cariche elettriche tolgano ai gas ionizzati la virtù scaricatrice . . .	298
Vincent George. — Sulla grossezza degli strati di passaggio . . .	297
Viol O. — Oscillazioni meccaniche di fili elettricamente luminosi . . .	299
Winslow Austin Louis. — Variazione di lunghezza del ferro dolce in un campo magnetico alternato . . .	302
Zeeman P. — Un'esperienza sulla cosiddetta propagazione anomala delle onde .	301

Zeitschrift für Physik. Chem. — 1900-1901.

Bakhuys Roozboom H. W. — Il ferro e l'acciaio considerato nella regola delle fasi . . .	229
Beckmann E. — Lampada spettrale . . .	231
Bodlaender G. — Sulla solubilità dei carbonati alcalino-terrosi per azione dell'acqua contenente acido carbonico . . .	234
Bose E. — Ricerche sulla forza elettromotrice attivata dai gas elementari . .	233
Cohen E. — Termodinamica degli elementi normali . . .	231
Cohen E. — Metastabilità dell'elemento Weston e sua inutilità come elemento normale . . .	232
De Hemptinne A. — Il magnetismo ha una influenza sulle reazioni chimiche ? .	233
Duhem P. — Le trasformazioni continue e la termodinamica. - III. La temperatura, la ricottura, la fucinatura dei metalli . . .	160
Duhem P. — Le trasformazioni continue e la termodinamica. . .	233

Findlay A. — Teoria della precipitazione frazionata di sali neutri e suo impiego nella chimica analitica	228
Gockel A. — Relazione fra la polarizzazione e la densità di corrente nei sali solidi e fusi	230
Haber F. — Sopra l'autossidazione	230
Haber F. e Bran F. — Sull'autossidazione	235
Hittorf W. — Sopra la passività dei metalli	227
Jaeger W. e Lindeck St. — Sopra l'elemento Weston. — Osservazioni sopra una pubblicazione del Sig. E. Cohen	236
Jahn H. — Sulla questione del grado e dell'equilibrio di dissociazione per elettroliti fortemente dissociati	233
Jan von Zawidzki. — Per la conoscenza della composizione degli strati superficiali delle soluzioni acquose	235
Kohlrausch F. — Modello per rappresentarci la mobilità degli ioni	231
Krüger F. — Risposta ad alcune osservazioni del signor Lehfeldt sulla pressione elettrolitica di soluzione	224
Löb W. — Studi sulla riduzione per via elettrolitica	232
Luther R. e Wilson D. R. — Sopra il potenziale elettrico per sostanze che hanno più forme d'ossidazione	229
Mie G. — Un esempio sul teorema di Poynting	230
Ostwald W. — Sopra la supposta isomeria dell'ossido rosso e giallo di mercurio, e sulla tensione superficiale dei corpi solidi	229
Ostwald W. — Mutamenti periodici durante la soluzione del cromo negli acidi	235
Ramberg L. — Sull'azione del bromo sull'acido acetofenilsolfonico e α -propionsfenilsolfonico in soluzione acquosa; contributo alla cinetica chimica	231
Stöckl K. e Vanino L. — Per lo studio delle soluzioni colloidali. — Risposta alle osservazioni di Zsigmondys.	160
Tanatar S. e Klimenko B. — Formazione di sali in soluzione alcoolica	235
Turin v. VI. — Di quanto le azioni reciproche delle cariche degli ioni diminuiscono la pressione osmotica	228
Van Laar J. J. — Relazione fra il calore di soluzione e la solubilità negli elettroliti	234
Wegshneider R. Intorno alla inversione della cinconina	160
Woringer B. — Tensione di vapore di una serie di composti benzolici.	159

Wied. Ann. — 1899.

Abt A. — Sulle proprietà magnetiche dell'ematite	309
Behrendsen O. — Contributo allo studio dei raggi Becquerel.	385
Bender C. — Sull'indice di rifrazione dell'acqua pura e delle soluzioni saline normali	306
Bender C. — Indice di rifrazione dell'acqua pura e delle soluzioni saline normali	391
Berg O. — Studio qualitativo del meccanismo della scarica per mezzo dei raggi catodici e dei raggi di Goldstein	310
Bock A. — Il getto bleu di vapore	309
Bohr Ch. — Solubilità dei gas nei liquidi; coefficienti di invasione e di evasione; loro definizione e loro misura; valori di queste costanti e del coefficiente di solubilità nel caso dell'anidride carbonica in soluzione nell'acqua e nelle soluzioni acquose di sal marino	307
Boltzmann L. e Maché H. — Sopra una modificazione alla formula di Van der Waals	306

	Pagina
Coolidge W. D. — Misura dei poteri induttori specifici per mezzo delle onde elettriche che si propagano nei fili	884
Christiansen C. — Ricerche sperimentali sull'origine dell'elettricità di contatto	891
Dieterici C. — Sullo stato critico	391
Dittanberger W. e Dietz R. — Sull'attitudine elettrolitica del cloruro di platino e del cloruro di stagno	812
Donle W. — Ricerche sulla determinazione dell'ordine di grandezza della pressione nei radiometri	805
Ebert H. — Legge dello sviluppo dello spazio catodico oscuro di Hittorf	385
Ebert H. — Fenomeni d'illuminazione con correnti di alta frequenza	387
Elster J. e Geitel H. — Ricerche sui raggi di Becquerel	384
Elster J. e Geitel H. — Sopra una disposizione pratica del vibratore a vuoto di Mac Farlan	389
Elster J. e Geitel H. — Azione dei raggi di Becquerel sulle scintille e i fiocchi elettrici	391
Emden R. — Sui fenomeni di efflusso dei gas permanenti	386
Emden R. — Sui fenomeni dell'efflusso dei gas permanenti	388
Emden R. — Sopra la resistenza dei proiettili nell'aria	383
Eschenhagen M. — Valori degli elementi del magnetismo terrestre a Potsdam per l'anno 1898.	313
Ewers P. — Sul meccanismo dei raggi canali e dei raggi catodici	385
Fischer K. T. — Spessore minimo di pellicole liquide	306
Fomm L. — Fotografie elettriche	389
Fomm L. — Sopra un nuovo fenomeno che accompagna le scariche nei gas rarefatti	309
Forch E. — Sulla tensione superficiale delle soluzioni acquose	312
Geigel R. — Sopra la polarizzazione della luce naturale per ripetute riflessioni totali	310
Giesel F. — Alcune proprietà del bario radioattivo e del polonio	384
Giesel F. — Sulla deviazione dei raggi Becquerel in un campo magnetico	393
Grützmacher F. — Correzioni termometriche	311
Haga H. e Wind C. H. — La diffrazione dei raggi di Röntgen	313
Haën (De) E. — Sopra una sostanza radioattiva	313
Haschek E. e Mache H. — Sulla variazione della pressione dovuta alle scintille	311
Heinke C. — Sulle misure elettriche relative all'impiego di correnti di intensità variabile	390
Heydweiller A. — Sui corpi in movimento in un campo elettrico e sulla conducibilità elettrica dell'aria atmosferica	389
Hillers W. — Sull'influenza della pressione dei gas sopra le correnti elettriche prodotte dai raggi di Röntgen	303
Himstedt F. — Sopra la scarica dalle punte colle correnti di alta frequenza	304
Hirsch (von) R. — Determinazioni delle densità di vapori saturi e di liquidi saturi	388
Hirsch (von) R. — Aggiunta	393
Holborn L. e Day A. — Sull'impiego del termometro ad aria per la misura delle temperature elevate	312
Jaeger G. — Sulla teoria cinetica dei liquidi	309
Jaeger G. — Risposta	392
Kaufmann W. — Sulla dispersione diffusa dei raggi catodici in vari gas	384
Koenig R. — Sul suoni acutissimi percettibili o no, compresi da c_2 ($do_1 = 8192$ vibrazioni semplici) fino al di là di f ($a_{11} = 180000$ vibrazioni semplici). Osservazioni sui loro suoni di battimenti e sulle figure che essi producono nei tubi a polvere di Kundt	390
König W. — Misure di dispersione sul gesso	383

	Pagina
Kösters W. — Sulla carica elettrica di gas recentemente ottenuti per elettrolisi.	888
Lang von Vicktor. — Sulle vibrazioni trasversali dei fili di caoutchouc .	805
Lecher E. — Alcune esperienze coll' interruttore di Wehnelt. .	809
Lecher E. — Un paradosso sperimentale e teorico in elettricità .	892
Lewis P. — Influenza che hanno sullo spettro di un gas piccole quantità di materie estranee	888
Liebenow C. — Sulla termodinamica delle pile termoelettriche .	805
Long (von) V. — Sulle vibrazioni longitudinali dei fili di caoutchouc. .	898
Mack K. — Studio sperimentale sulla forma di alcune correnti che possono formarsi nei liquidi.	803
Mack K. — Prova dell' esistenza di tensioni interne nelle lacrime bataviche, per mezzo della luce polarizzata: una esperienza da lezione	898
Maier M. — Ricerche sulla diffrazione e la determinazione delle lunghezze d'onda dei raggi di Röntgen	818
Meyer Stefaun. — Sulle proprietà magnetiche dei corpi semplici	805
Meyer St. — Costanti magnetiche di corpi inorganici	886
Patterson G. W. — Ricerche sperimentali e teoriche sull' autoinduzione .	884
Riecke E. — Sull' energia spesa nel flusso di scintille di una macchina elettrostatica di Töpler.	810
Riecke E. — Sulla pressione che si esercita nel radiometro	824
Riecke E. — Distribuzione dell' elettricità libera alla superficie di un tubo di Crookes	892
Rosenthal H. — Sull' assorbimento, emissione e riflessione dell' infrarosso per parte dei quarzo della mica e del vetro	811
Rubens H. — Sopra i raggi residui dello spato fluoro	809
Schmidt G. C. — Aggiunta al mio lavoro sulla " fluorescenza polarizzata " .	811
Scholl H. — Sulle modificazioni dell' ioduro d' argento alla luce e sul metodo di Daguerre	808
Schreiber K. — La misura delle grandezze elettriche	808
Schultze F. A. — Sulla determinazione dell' altezza dei suoni acutissimi .	818
Simon H. Th. — Legge del funzionamento dell' interruttore di Wehnelt .	804
Simon Th. — Sopra un nuovo interruttore liquido	812
Simon S. — Sul rapporto fra la carica elettrica e la massa di materia nei raggi catodici	890
Skinner C. A. — Sulla caduta del potenziale anodico	811
Stark J. — Sopra la coagulazione delle soluzioni colloidali	809
Stark J. — Scariche elettriche nei gas rarefatti, da carboni resi incandescenti per mezzo della corrente voltaica	813
Stark J. — Corrente elettrica nei gas rarefatti, fra un metallo e un carbone incandescenti	813
Stark J. — Corrente elettrica nei gas rarefatti portati ad alta temperatura .	818
Straubel R. — Sui coefficienti d' elasticità e sui moduli d' elasticità del vetro .	806
Sundorph Th. — La causa della variazione di conducibilità del biossido di piombo	887
Sundorph Th. — Sulla causa delle variazioni di conducibilità di una polvere metallica	808
Tammann G. — Sui limiti dello stato solido	808
Tammann G. — Sopra i limiti dello stato solido	809
Tammann G. — Relazione fra la conducibilità elettrica e la pressione . .	892
Töpler M. — Azione di un campo magnetico sui flocchi elettrici	891
Voigt W. — Sulla teoria dell' effetto Zeeman	806
Voigt W. — Cambiamento di forma della vibrazione luminosa per il suo passaggio in un mezzo dispersivo o assorbente	808

	Pagina
Voigt W. — Spiegazione dell'allargamento e del rovesciamento delle righe spettrali che si producono in certe circostanze	308
Voigt W. — Osservazioni sulle intensità relative delle componenti nell'effetto Zeemann	386
Voigt W. — Sulla teoria dell'influenza di un campo elettrostatico sopra le proprietà ottiche dei corpi	386
Voigt W. — Risposta	387
Voigt W. — Sulla teoria termodinamica della termoelettricità di Liebenow	391
Voller A. e Walter B. — Su ciò che avviene nell'interruttore di Wehnelt	307
Wallbott H. — Del cambiamento di fase nella riflessione della luce sul mercurio.	307
Wallbott H. — Dimostrazione, per mezzo di un fenomeno ottico, dell'esistenza di una componente normale della tensione superficiale	307
Walter B. — Sul modo di produzione della scintilla elettrica	311
Weber R. H. — Applicazione dello smorzamento delle correnti indotte alla determinazione della conducibilità delle leghe	310
Wehnelt A. — Interruttore elettrolitico	304
Wehnelt A. — Sui raggi catodici	308
Wehnelt A. e Donath B. — Fotografia delle curve di correnti periodiche, per mezzo del tubo di Braun	393
Wesendonck K. — Contributo alla termodinamica	393
Wetzstein G. — Su alcune deviazioni della legge di Poiseuille	306
Wiechert E. — Ricerche sperimentali sulla velocità dei raggi catodici e sulla loro deviazione sotto l'influenza di un campo magnetico	392
Wiedeburg O. — Sulle uguaglianze di stato e uguaglianze di energia	384
Wiener O. — Osservazioni di frangie nello sviluppo di una lastra di Daguerre esposta alla luce, con uno strato di ioduro d'argento in forma di cuneo	303
Wiener O. — Una causa d'errore nella fotografia dei colori col metodo di Lippmann, e il modo di eliminarla: contributo alla teoria	389
Wind C. H. — Sul significato dei fenomeni di diffrazione dei raggi di Röntgen	313
Wind C. H. — Sul significato dei fenomeni di diffrazione dei raggi di Röntgen	387
Wolf W. — Sulle circostanze che accompagnano le esplosioni nell'aria	387
Zeegler W. — Osservazione alla Memoria di Simon — Sopra un nuovo interruttore a liquido „	392
Zenneck J. — Controllo esatto della frequenza di una corrente alternata	306
Zenneck J. — Un metodo per fotografare e per mostrare a un uditorio le curve di corrente	393
Zenneck J. — Studio dei periodi superiori di una corrente alternata	393
Zenneck J. — Trasformazione di una corrente alternata in una corrente di frequenza doppia	393

Drude Annalen. — 1900.

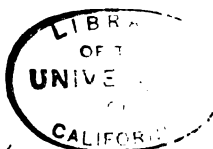
Aschkinass E. — Sulla dispersione anomala nell'infrarosso	462
Bois (Du). — Elettrocalamita semicircolare	464
Bois (Du) H. e Liebknecht O. — Suscettibilità molecolare dei sali magnetici delle terre rare	463
Dörge O. — Uno studio sulle bolle di sapone	461
Koenigsberger J. — Su delle nuove ricerche relative alla suscettibilità magnetica	463
Kohlrausch F. — Temperatura stazionaria d'un conduttore scaldato da una corrente elettrica	462
Laird L. R. — Studio, in funzione del tempo, della viscosità magnetica nei dischi di ferro	464

Larsen A. — Influenza della temperatura sulla conducibilità elettrica delle amalgame liquide o sulla solubilità dei metalli nel mercurio	462
Liebknecht O. e Wills A. P. — Suscettibilità molecolare dei sali dei metalli appartenenti al gruppo del ferro	463
Orgler A. — Contributo allo studio dei potenziali esplosivi	462
Planck M. — Sopra i processi di radiazione irreversibili	462
Wright H. — La riflessione diffusa della luce sulle superfici non lucide	462
Yamaguchi E. — Contributo allo studio dell'effetto trasversale termo-magnetico nel bismuto	464

Philosophical Magazine. — 1900.

Ayrton W. E. e Mather T. — Considerazioni sull'uso del filo di guardia del Price nelle misure del potere isolante	314
Baker T. J. — Frequenza delle vibrazioni trasversali di una corda di caucciù	314
Baly C. C. — Sulla distillazione dell'aria liquida e sulla costituzione della fase gasosa e di quella liquida	396
Barrett W. F. — Su alcuni nuovi fenomeni termoelettrici	240
Beattie R. — Lunghezza della scintilla di un rocchetto d'induzione	400
Bedford T. G. — Dilatazione della porcellana al crescere della temperatura	79
Blakesley T. H. — Su alcune formole e metodi perfezionati relativi alle lenti	395
Bottomley J. T. e Beattie J. C. — Radiazione termica in misura assoluta	397
Burbury S. H. — La legge della distribuzione dell'energia cinetica	238
Burbury S. H. — Su alcuni processi supposti irreversibili	395
Davison C. — Sui rumori dei terremoti	78
Davison C. — Scale d'intensità sismica	398
Donnan F. G. — Rapporti fra le velocità della effusione dell'argo, dell'olio e di simili gas	395
Galt A. — Calore di combinazione dei metalli nella formazione delle leghe	320
Gore G. — Sull'influenza che la vicinanza di una massa ha sulla resistenza elettrica	397
Guest J. J. — Sulla resistenza che i materiali duttili oppongono alle deformazioni complesse	399
Hoeking R. — Viscosità delle soluzioni	239
Jeans J. H. — La scarica elettrica striata	238
Johnson K. R. — Sulla teoria della funzione del condensatore in un rocchetto d'induzione	237
Knott C. G. — Sul prisma fotometrico di Swan, comunemente detto fotometro di Lummer e Brodhun	80
Lees C. H. — Sulla conduttività di alcuni mezzi eterogenei per un flusso continuo che ammette un potenziale	238
Lees C. H. — Sulla conduttività termica dei miscugli e dei loro componenti	239
Lodge O. — Sulla controversia relativa alla f. e. m. di contatto del Volta	315
Lord Blythwood e Marchant W. — Lo spettroscopio a scaglioni, e sue applicazioni allo studio delle linee principali dello spettro del mercurio in un campo magnetico	319
Lord Rayleigh. — La legge della ripartizione dall'energia cinetica	79
Lord Rayleigh. — Sul passaggio dell'argo attraverso il caoutchouc	237
Lord Rayleigh. — Sulla legge della reciprocità nella riflessione diffusa	240
Lord Rayleigh. — Osservazioni sulla legge della radiazione completa	397
Lord Rayleigh. — Sulle onde approssimativamente semplici	399
Lummer O. e Brodhun E. — Alcune osservazioni in risposta alla Nota del Professor C. G. Knott " Sul fotometro a prisma di Swann etc. "	397

Mc Aulay A. — Note sulla teoria elettromagnetica della luce. — I. Proprietà geometriche delle superficie d'onda etc. — II. Riflessione e rifrazione nei cristalli, trattata con un teorema di Hamilton	238
Milner S. R. — Nota sulla teoria della pressione di soluzione	394
Moore T. S. — La reversibilità delle pile voltaiche	396
More L. T. — Sulla coincidenza dei raggi rifratti luminosi nei mezzi cristallini	239
Morris-Airey H. — Su un'esperienza relativa all'ipotesi della convezione elettrolitica nei tubi di Geissler	239
Nagaoka H. e Honda K. — Cambiamento di volume e di lunghezza di ovoldi di ferro, di acciaio e di nichel per la magnetizzazione	314
Nagaoka H. — Costanti elastiche delle rocce e velocità delle onde sismiche	398
Peirce O. — Sulla conduttività termica della vulcanite	78
Piers F. S. — Sull'elettricità di contatto	78
Price W. A. — Apparecchio di Petrovitch per l'integrazione delle equazioni differenziali del 1. ^o ordine	395
Richardson S. W. — Proprietà magnetiche delle leghe di ferro e di alluminio	80
Rutherford E. — Sostanza radioattiva emessa dai composti del torio	78
Rutherford E. — Radioattività prodotta nelle sostanze per l'azione dei composti del torio	236
Searle G. P. C. — Sull'elettricità dei fili	237
Solomon M. — Sull'innalzamento degli azili dei galvanometri	397
Stuart R. J. — Sulla carica dell'elettricità nell'argento e nell'elio	239
Stuart R. J. — Il calore di formazione delle leghe	398
Thomson J. J. — Sulla Nota di H. A. Lorentz sulla conduzione elettrolitica nei gas	239
Thompson S. I. — L'annealing elettrolitico per il bilanciamento	240
Trowbridge J. — Produzione dei raggi X con la corrente di una batteria	399
Walker G. W. — Sulla distribuzione di un gas in un campo elettrico	396
Wills R. L. — Effetti della temperatura sulle proprietà magnetiche del ferro e delle leghe di ferro	397
Wilson H. A. — Distribuzione del potenziale e della conduttività lungo la scarica nei gas rarefatti	396
Wood R. W. — Fotografia delle onde sonore e dimostrazione cinematografica delle trasformazioni della fronte delle onde riflesse	400
Wright H. R. — Sulla fotometria della riflessione diffusa della luce da superficie non levigate	237



SOCIETÀ ITALIANA DI FISIOA

Continuazione della Nota pubblicata a pag. CXVII.

Hanno pagato la quota pel 1900 i Soc:

Calvori Pio

Perotti Pier Luigi

Del Lungo Carlo

Hanno pagato la quota pel 1901 i Soc:

Calderoni Guglielmo

Palagi Ferdinando

Cercignani Emilio

Razeto Michele

Fiorentino Aristide

Segalin Leandro

Florio Fortunato

Sironi Adolfo

Fornari Cesare

Stromei Giulio

Garibaldi Pier Maria

Torre Giov. Batta

Lambertenghi Giacinto



9 · 4835

Digitized by Google

2-HR

PHYSICS LIBRARY

U. C. BERKELEY LIBRARIES



C058367513

APR

JUL 31 1997

Rec'd UCB PHYS



Digitized by Google

